



# THÈSE

En vue de l'obtention du

**DOCTORAT DE L'UNIVERSITÉ DE TOULOUSE**

Délivré par : *l'Université Toulouse 3 Paul Sabatier (UT3 Paul Sabatier)*

---

---

Présentée et soutenue le 28/09/2016 par :

**Gaétan SARY**

**Modélisation d'une cathode creuse pour propulseur à plasma**

---

---

## JURY

RICHARD FOURNIER  
KHALED HASSOUNI  
STÉPHANE MAZOUFFRE  
LAURENT GREMILLET  
LAURENT GARRIGUES  
JEAN-PIERRE BOEUF  
CLAUDE BONIFACE

Professeur d'Université  
Professeur d'Université  
Directeur de Recherche  
Ingénieur de Recherche CEA  
Directeur de Recherche  
Directeur de Recherche  
Ingénieur CNES

Président du Jury  
Rapporteur  
Rapporteur  
Examineur  
Directeur de thèse  
Co-Directeur de thèse  
Invité

---

**École doctorale et spécialité :**

*GEET : Ingénierie des PLASMAS*

**Unité de Recherche :**

*LABoratoire PLAsma et Conversion d'Énergie - LAPLACE (UM5213)*

**Directeur(s) de Thèse :**

*Laurent Garrigues et Jean-Pierre Boeuf*

**Rapporteurs :**

*Khaled Hassouni et Stéphane Mazouffre*



# Table des matières

Chapitre I. Introduction.....	5
I. La propulsion de satellites par plasma.....	6
A. Contexte.....	6
B. Enjeux actuels.....	7
C. Un type de propulseur particulier : le propulseur de Hall.....	8
II. Un élément central : la cathode creuse.....	9
A. Rôle de la cathode.....	9
B. Principe de fonctionnement.....	10
C. Objectifs et déroulé de cette étude.....	11
III. Travaux préexistants – Etat de l’art.....	14
A. Mesures expérimentales.....	14
B. Modèles numériques.....	15
Chapitre II. Modélisation de la région interne de la cathode.....	17
I. Région fluide – décharge plasma.....	18
A. Les cathodes étudiées.....	18
B. Cathode de référence pour cette étude : NASA NSTAR BaO – Description.....	18
C. Hypothèses du modèle.....	21
D. Equations plasma multi-fluides.....	23
II. Conditions aux limites du domaine plasma.....	29
A. Admission.....	30
B. Orifice.....	31
C. Parois métalliques – Gaines plasma.....	33
D. Emetteur thermoionique.....	36
III. Méthodes numériques.....	49
A. Discrétisation du domaine fluide.....	49
B. Equations de conservation fluide : neutres et ions.....	51
C. Conservation de la charge.....	54
D. Conservation de l’énergie électronique.....	55
E. Solveur numérique et choix des conditions initiales.....	56
IV. Validations élémentaires.....	57

A.	Ecoulement de neutres seuls.....	57
B.	Potentiel plasma dans une enceinte .....	58
V.	Conclusion .....	60
Chapitre III.	Application du modèle plasma à la cathode NASA NSTAR.....	61
I.	Simulation de la région interne de la cathode.....	62
A.	Analyse physique des simulations et confrontation aux mesures.....	62
B.	Critique de ces résultats. Comment rendre le modèle plus réaliste ? .....	72
II.	Phénomènes physiques manquants .....	72
A.	Phénomènes aux parois - Porosité de l'élément émissif.....	72
B.	Phénomènes additionnels au cœur du plasma .....	80
C.	Bilan.....	84
III.	Extension à la plume de la cathode.....	85
A.	Généralités .....	85
B.	Description du domaine de calcul étendu .....	87
C.	Comparaison de ces nouveaux résultats à l'expérience .....	92
D.	Influence du champ magnétique imposé dans la plume de la cathode .....	95
E.	Transport électronique dans la plume .....	99
F.	Rôle des instabilités plasma et comparaison à l'expérience.....	105
IV.	Quelles voies possibles pour l'amélioration du modèle ?.....	115
Chapitre IV.	Modélisation couplée plasma-thermique .....	119
I.	Pourquoi décrire les aspects thermiques de la cathode ? .....	120
II.	Modèle thermique .....	121
A.	Hypothèses du modèle thermique et domaine de simulation .....	121
B.	Equation de la chaleur .....	124
C.	Conditions aux limites et couplage avec le modèle plasma.....	125
D.	Résolution numérique .....	127
III.	Validation du modèle couplé et analyse physique .....	127
A.	Comparaison aux résultats expérimentaux pour la cathode NASA NSTAR.....	128
B.	Bilans globaux .....	130
C.	Bombardement des parois .....	132
IV.	Conclusion et possibilités ouvertes par le modèle thermique.....	135
Chapitre V.	Etude de la cathode NSTAR : point de fonctionnement et conception.....	137
I.	Pourquoi réaliser une étude de conception ? .....	138
II.	Variation du point de fonctionnement.....	139
A.	Courant électronique extrait .....	139

B.	Débit de gaz.....	147
C.	Courant extrait du keeper.....	151
III.	Paramètres de conception.....	153
A.	Rayon du corps cathode .....	154
B.	Rayon de l'orifice.....	159
IV.	Bilan sur les tendances constatées pour la cathode NSTAR.....	166
V.	La cathode NSTAR fonctionne-t-elle avec un émetteur de type $\text{LaB}_6$ ? .....	168
A.	Modifications du modèle .....	169
B.	Comportement d'une cathode à émetteur $\text{LaB}_6$ en fonction du courant extrait ....	170
C.	Intérêt de l'émetteur $\text{LaB}_6$ vis-à-vis de l'émetteur $\text{BaO}$ .....	173
VI.	Conclusion.....	174
Chapitre VI.	Une conception alternative de cathode : une cathode à pastille $\text{LaB}_6$ .....	177
I.	Généralités.....	178
II.	Description de la cathode et du modèle .....	178
III.	Simulations.....	179
A.	Point de fonctionnement à faible courant : $I_e = 4.8 \text{ A}$ .....	180
B.	Point de fonctionnement à fort courant $I_e = 12 \text{ A}$ .....	186
IV.	Bilan .....	192
Chapitre VII.	Etude 1 D de la transition vers la plume de la cathode.....	195
I.	Motivations de l'étude de cette région.....	196
II.	Modélisation Particle-In-Cell 1D .....	197
A.	Description du modèle .....	197
B.	Domaine de simulation et conditions aux limites.....	199
C.	Aspects numériques .....	204
III.	Résultats de simulation.....	204
A.	Description générale du cas « cylindrique » .....	204
B.	Instabilité observée et interprétation physique .....	209
C.	Liens avec le modèle fluide .....	212
D.	Décroissance de la densité neutre et cas « conique ».....	215
E.	Cas « cylindrique » simplifié.....	218
IV.	Bilan .....	223
Chapitre VIII.	Bilan et perspectives.....	225
Références.....		229
Annexe A.	Equation de conservation pour l'énergie interne .....	233
Annexe B.	Modèle de gaine émissive. Détails techniques.....	235

Densité des espèces chargées dans la gaine .....	235
Méthode de résolution numérique pour un ensemble de conditions donné .....	238
Tabulation des résultats.....	241
Annexe C. Convergence numérique .....	242

## Chapitre I. Introduction

---

### Table des matières :

I.	La propulsion de satellites par plasma.....	6
A.	Contexte .....	6
B.	Enjeux actuels .....	7
C.	Un type de propulseur particulier : le propulseur de Hall.....	8
II.	Un élément central : la cathode creuse .....	9
A.	Rôle de la cathode .....	9
B.	Principe de fonctionnement.....	10
C.	Objectifs et déroulé de cette étude.....	11
III.	Travaux préexistants – Etat de l’art.....	14
A.	Mesures expérimentales .....	14
B.	Modèles numériques .....	15

## I. La propulsion de satellites par plasma

### A. Contexte

A l'heure actuelle, la propulsion de satellites, qu'ils soient à vocation commerciale, scientifique ou militaire s'appuie toujours sur le même principe physique simple de l'éjection de matière afin de créer la poussée par réaction. En disant ceci, on exclut effectivement certains modes de propulsion innovants comme les voiles solaires par exemple. Cependant, ceux-ci n'en sont encore au mieux qu'au stade de démonstrateur et se situent de plus hors du contexte applicatif de cette étude.

Afin d'éjecter de la matière du satellite, la voie actuellement de loin la plus répandue s'appuie sur l'utilisation de réactions chimiques qui résultent en la production de gaz chauds qui sont ensuite détendus dans une tuyère. Les composants de base nécessaires à ces réactions chimiques (les ergols) doivent évidemment être embarqués à bord du satellite dès son lancement, et malheureusement, ceux-ci représentent bien souvent une fraction largement majoritaire de la masse totale du satellite, réduisant ainsi la masse disponible qui peut être allouée à l'équipement directement utile à la mission du satellite (la charge utile). L'objectif visé est donc tout naturellement de maximiser l'efficacité d'utilisation des ergols afin de réaliser une mission donnée avec la masse d'ergols la plus faible possible.

Pour une masse d'ergols embarquée donnée, l'efficacité d'un système propulsif chimique se mesure à la vitesse d'éjection des gaz : plus celle-ci est élevée, plus la quantité de mouvement éjectée sera importante et plus le propulseur sera capable de provoquer une variation importante de la trajectoire du satellite à partir d'une même masse d'ergols. La vitesse d'éjection des gaz  $v_0$  est représentée par l'impulsion spécifique du propulseur ( $Isp$ ). Cette dernière est définie par :  $Isp = v_0/g$  avec  $g \approx 9.81 \text{ m.s}^{-2}$  l'accélération de pesanteur terrestre. Ainsi, plus l'impulsion spécifique d'un propulseur est importante, plus l'utilisation des ergols sera efficace.

Pour une mission donnée, c'est-à-dire un incrément de vitesse du satellite  $\Delta v$  donné, et une masse de charge utile  $m_f$  définie, la masse du satellite avant la manœuvre  $m_0$  (ergols et charge utile compris) est donnée par l'équation de Tsiolkovski :

$$m_0 = m_f \exp\left(\frac{\Delta v}{g Isp}\right) \quad (I.1)$$

On voit ainsi que la masse d'ergols à embarquer décroît rapidement avec  $Isp$ , ce qui justifie l'intérêt pratique qu'il y a à optimiser cette caractéristique de l'ensemble propulsif.

Les propulseurs de satellite dits électriques constituent une alternative viable et technologiquement mature à la propulsion chimique. Dans ceux-ci, le gaz propulsif (souvent du xénon) est ionisé pour former un plasma, puis les ions sont accélérés jusqu'à de très grandes vitesses (quelques dizaines de kilomètres par seconde) hors du propulseur. Le gain en termes d'impulsion spécifique est considérable : là où les propulseurs chimiques proposent une  $Isp$  de l'ordre de quelques centaines de secondes (300 s pour le couple hydrazine-peroxyde d'azote, couramment utilisé pour les sondes spatiales), les propulseurs électriques opérationnels à l'heure actuelle offrent une  $Isp$  de plus de 1500 s. On comprend aisément que l'utilisation de propulseurs électriques est susceptible de révolutionner la



propulsion des missions spatiales, en réduisant d'une part la masse d'ergols embarqués pour une mission donnée et d'autre part en rendant accessibles des manœuvres orbitales jugées jusqu'ici irréalistes en raison de la masse excessive d'ergols nécessaire. Un exemple frappant de ce dernier point est la mission spatiale Dawn lancée par la NASA en 2007 qui est parvenue, grâce à l'utilisation d'un propulseur à grille (un type particulier de propulseur électrique), à se mettre successivement en orbite autour de deux corps (Vesta et Cérès, deux corps de la ceinture d'astéroïdes située entre les orbites de Mars et Jupiter). Il s'agit d'une première depuis l'avènement de l'ère spatiale.



Figure I-1 : Vue d'artiste du propulseur à grille (descendant du propulseur NSTAR développé par la NASA) qui équipe la sonde spatiale Dawn (Crédit image : NASA/JPL-Caltech)

## B. Enjeux actuels

En proposant un tel rendement dans l'utilisation du gaz propulsif, les propulseurs électriques pourraient permettre de réaliser de nombreuses missions spatiales actuelles à moindre coût (en réduisant la masse au lancement). De plus, la durée de vie opérationnelle des satellites équipés de propulseurs électriques (les satellites de télécommunications par exemple) serait sensiblement accrue pour une masse d'ergols embarquée donnée, puisque la consommation de ces derniers serait moins « rapide » que dans le cas de la propulsion chimique.

Hélas, si la propulsion électrique offre un très bon rendement dans l'utilisation des ergols, les propulseurs électriques actuels produisent un niveau de poussée faible : tandis que la poussée délivrée par un propulseur chimique est de l'ordre de la centaine de newtons, elle n'est au mieux que de quelques dixièmes de newton pour les propulseurs électriques actuellement en vol (90 *mN* pour le propulseur Safran Snecma PPS®1350-G). Le faible niveau de poussée impacte directement la durée nécessaire pour réaliser un changement de trajectoire ou une mise à poste donnée : en utilisant uniquement les propulseurs électriques actuels, la mise à poste d'un satellite de télécommunications sur une orbite géostationnaire peut nécessiter jusqu'à 6 mois. Pendant ce temps, le satellite est incapable de remplir sa mission. Ainsi, jusqu'ici, l'utilisation de la propulsion électrique sur les satellites commerciaux s'est cantonnée au contrôle d'attitude et éventuellement au maintien d'orbite du satellite, puisque il s'agit d'applications pour lesquelles les modifications de trajectoire du satellite sont graduelles et peuvent être réalisées en un temps court même à faible poussée.

Néanmoins, en 2012, Boeing a initié un changement radical dans la communauté des utilisateurs de propulseurs électriques en annonçant la première commande d'un satellite de télécommunications dit « tout-électrique » [1], c'est-à-dire visant à réaliser l'intégralité de sa mission (mise à poste comprise) à l'aide de propulseurs électriques. De nouvelles plateformes satellite ont été proposées pour répondre à ce besoin et notamment en Europe la plateforme tout-électrique NEOSAT (développée conjointement par Airbus Defence & Space et Thales Alenia Space) [2] qui devrait effectuer son premier vol mi-2017 en équipant le satellite de télécommunications Eutelsat 172b. Cependant, pour vraiment pénétrer le marché des systèmes de télécommunications, la durée de mise à poste devra être impérativement réduite. En France [2], l'accent est mis actuellement sur le développement d'un type de propulseur électrique particulier, le propulseur de Hall.

Les propulseurs de Hall ont été développés initialement en ex-URSS depuis les années 1960, notamment par Fakel, et ont effectué leurs premiers vols dès le début des années 1970. A partir des années 1990 en Occident, aussi bien des institutions gouvernementales que des entreprises privées se sont intéressées à ce type de propulseur. En France, pour Safran Snecma, le résultat en a été la mise au point du propulseur PPS®1350 actuellement en vol.

Désormais, l'objectif se porte sur la mise au point de propulseurs de Hall de plus haute puissance, d'abord d'une puissance de 5 kW, avec le propulseur Safran Snecma PPS®5000, capable de fournir une poussée de l'ordre de 0.3 N et une impulsion spécifique s'élevant jusqu'à 1800 s, puis à plus long terme un propulseur de Hall de très haute puissance (20 kW) dont la poussée serait de l'ordre du newton. Pour ce dernier, des missions spatiales d'envergure comme le transfert de cargo d'une orbite à une autre, ou encore le soutien logistique de missions vers Mars sont envisagées.

C'est dans ce contexte applicatif riche que s'inscrit cette étude.

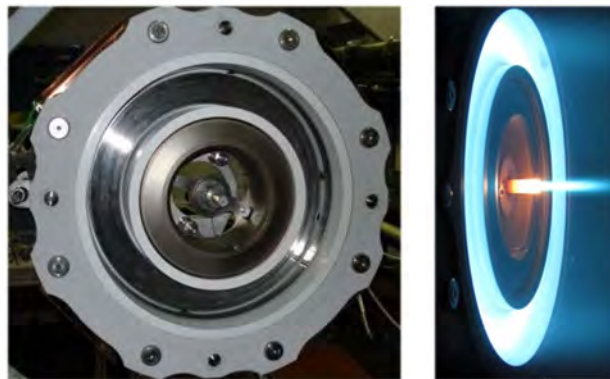


Figure I-2 : Le propulseur de Hall Safran Snecma PPS®20k éteint (g.) et en fonctionnement à haute puissance (23.5 kW) (d.). La cathode du propulseur est visible au centre des deux images. (Crédit photo : Safran Snecma)

### C. Un type de propulseur particulier : le propulseur de Hall

Pour cette étude, nous nous intéressons à un type de propulseur électrique particulier, le propulseur de Hall. Ce propulseur est représenté de manière simplifiée sur la figure I-3 ci-dessous :

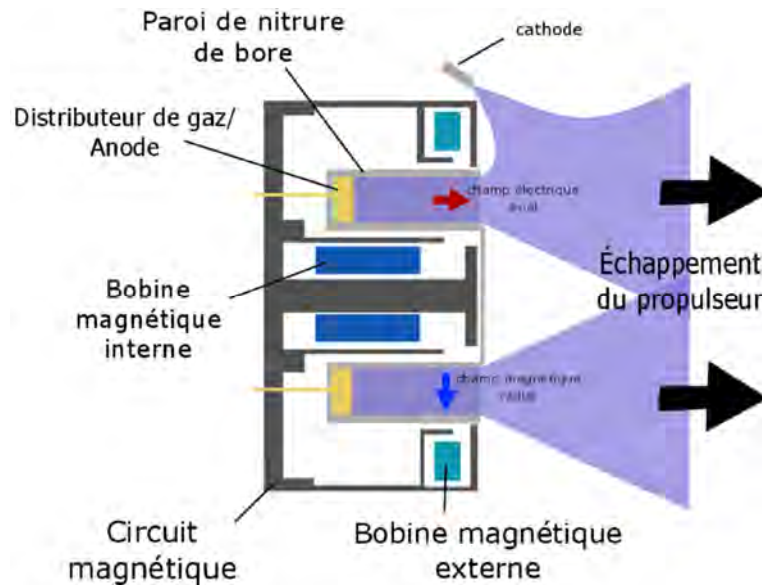


Figure I-3 : Schéma de principe d'un propulseur de Hall. Le propulseur présente une symétrie de révolution autour de l'axe horizontal de la figure. (Source de l'image : Wikipedia Commons)

Schématiquement, le propulseur se compose d'un canal de décharge annulaire (profond de quelques cm et dont le rayon va de quelques cm à plusieurs dizaines de cm) au fond duquel est injecté le gaz propulsif, souvent du xénon. Une anode est logée au fond de ce canal et collecte le courant électronique émis par une cathode placée à l'extérieur du canal et ferme le circuit électrique. Le courant électronique traversant le canal va alors créer des ions positifs par impact sur les atomes de xénon et donc générer un plasma. Afin d'augmenter le temps de résidence des électrons dans le canal et donc l'efficacité d'ionisation, un champ magnétique de direction radiale (voir la figure I-3) d'intensité de l'ordre de la centaine de Gauss est imposé par un circuit magnétique afin de piéger les électrons le long des lignes de champ. La présence du champ magnétique appliqué a également pour effet d'accroître la résistivité du canal dans la direction axiale, et conduit au développement d'un fort champ électrique axial pour permettre le passage des électrons. C'est ce champ électrique qui va conduire à l'accélération des ions hors du propulseur et permettre l'obtention de la poussée.

De nombreux travaux de recherche ont été effectués et ont abouti à une meilleure compréhension des processus physiques riches à l'œuvre dans ce propulseur [3]. Cependant, un des éléments du propulseur, pourtant crucial au fonctionnement du système, n'est que rarement étudié pour sa physique propre. Il s'agit de la cathode creuse. Nous nous proposons dans cette étude de nous intéresser au fonctionnement de cette dernière sur un plan théorique en établissant et en exploitant un modèle numérique de celle-ci.

## II. Un élément central : la cathode creuse

### A. Rôle de la cathode

Dans un propulseur de Hall et selon la gamme de puissance du propulseur, le courant électronique que la cathode doit fournir couvre une large gamme de courant de décharge, de quelques ampères pour les propulseurs de Hall actuels jusqu'à plusieurs dizaines d'ampères voir même plus d'une centaine d'ampères pour les futurs propulseurs de Hall de haute puissance. Du fait de la faible poussée des propulseurs électriques, ces derniers doivent

cependant être capables de rester opérationnels pendant plusieurs milliers d'heures. Il en va donc de même pour la cathode.

Plusieurs types de cathodes aux mécanismes de fonctionnement physique très différents ont été imaginés et développés pour diverses applications. On peut citer par exemple les cathodes photoémissives (employées notamment dans les accélérateurs à particules [4]), les cathodes RF (destinées entre autres aux sources d'ions énergétiques pour l'implantation d'ions énergétiques ou la physique nucléaire [5]) et les cathodes dites « chaudes » à émission thermoionique qui seront au centre de cette étude. Parmi ces trois types de cathode, les cathodes creuses émissives sont de très loin celles qui sont les plus à même de délivrer le courant électronique intense requis par la propulsion électrique de haute puissance.

### B. Principe de fonctionnement

Dans une cathode émissive, un émetteur électronique, une fois porté à haute température par un filament de chauffage (typiquement entre 1500 et 2000 K selon sa nature), va émettre un intense courant électronique par émission thermoionique [6] dont la densité de courant peut largement dépasser  $10 \text{ A.cm}^{-2}$ . Bien souvent, l'émetteur est tubulaire et allongé ce qui permet de disposer d'une grande surface émissive (on le verra, la surface interne de l'émetteur) dans un volume réduit. Nous nous concentrerons dans cette étude sur les géométries tubulaires (dites de « cathode creuse ») mais d'autres dispositions sont également possibles. En particulier, on traitera brièvement à la fin de cette étude le cas d'une cathode basée sur un émetteur sous forme de pastille planaire. En raison de sa position externe au canal de décharge du propulseur de Hall, on s'intéressera dans cette étude à la description du fonctionnement de la cathode en l'absence de tout champ magnétique externe appliqué.

L'illustration I-4 ci-dessous représente une géométrie typique de cathode creuse. Les principaux éléments nécessaires à la compréhension de son fonctionnement y sont représentés.

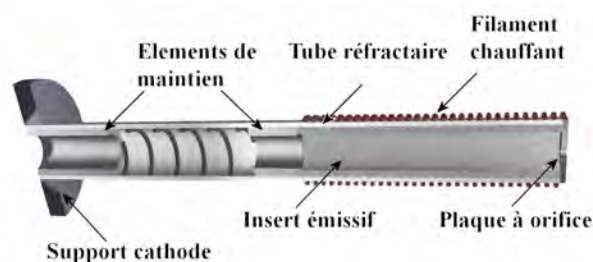


Figure I-4 : Illustration schématique des principaux éléments constitutifs d'une cathode creuse.

L'émetteur électronique (nommé insert émissif sur la figure I-4) émet les électrons au creux de la cathode où ceux-ci entrent en collision avec des atomes de xénon injectés à l'amont de la cathode (à gauche, au travers du support de la cathode sur la figure I-4 ci-dessus). Ces collisions vont générer des paires électron-ion en volume et donc un plasma capable de porter le courant électronique émis. Un potentiel extracteur est appliqué à l'aval de la cathode (à droite sur la figure I-4 ci-dessus) afin d'extraire le courant électronique émis au travers de l'orifice de la cathode. En pratique, lorsque la cathode est utilisée au sein d'un propulseur de Hall, le potentiel d'extraction n'est pas appliqué par une électrode externe mais résulte de la conservation du courant entre plasma interne à la cathode et plasma du

canal de décharge. Cependant, bien souvent dans les configurations expérimentales dédiées à l'étude du fonctionnement de la cathode, cette dernière fonctionne isolément (en mode diode) et le circuit électrique est fermé par une anode métallique placée en aval de l'orifice de la cathode.

La création d'un plasma au sein de la cathode sert deux fonctions : tout d'abord, il permet l'émission électronique et le passage du courant électronique en maintenant la quasi-neutralité dans la région interne de la cathode. Ensuite, la création du plasma va conduire au bombardement des parois et en particulier de l'insert émissif par les ions et les électrons produits en volume. Ceux-ci vont ainsi conduire à l'échauffement de l'émetteur, et en définitive, pour une cathode creuse émissive bien conçue, il ne sera plus nécessaire, une fois celle-ci en fonctionnement, de maintenir la température de l'émetteur à l'aide du filament de chauffage. Le bombardement des parois sera suffisant pour maintenir un régime de fonctionnement dit auto-thermique de la cathode. Comme on le verra, l'émission électronique ne se fait pas pour autant sans apport externe d'énergie au système puisque l'application du potentiel extracteur conduit en fait à l'échauffement du plasma.

Dans une cathode creuse émissive, la création d'un plasma porteur de courant au creux de l'émetteur est au centre de son fonctionnement. Cependant, il est important de remarquer dès à présent que le fonctionnement des cathodes creuses émissives étudiées ici diffère de celui observé dans les cathodes creuses non émissives [7] (destinées à délivrer un courant souvent bien plus faible). Dans ces dernières, la source d'électrons provient majoritairement de l'ionisation du gaz en volume par des électrons énergétiques qui oscillent dans un mouvement dit pendulaire d'une paroi à l'autre de la cathode. Au contraire, dans les cathodes émissives, la majorité du courant électronique provient non pas d'un effet de multiplication en volume des électrons (par ionisation du gaz) mais est bien directement émise à la paroi de l'émetteur. On aura l'occasion de revenir sur ce point à plusieurs reprises dans la suite.

### C. Objectifs et déroulé de cette étude

Les objectifs de cette étude sont multiples : tout d'abord, il s'agit de mieux comprendre le fonctionnement physique des cathodes creuses, et en particulier de leur région interne, au travers d'un modèle numérique. En effet, cette région est difficile d'accès expérimentalement en raison de ses dimensions réduites (son rayon est de l'ordre de quelques millimètres), et de la densité de courant électronique obtenue qui dégrade rapidement les sondes plasma utilisées expérimentalement pour les mesures. Ensuite, le modèle développé permettra d'étudier l'enveloppe de fonctionnement d'une cathode donnée et d'optimiser les points de fonctionnement choisis (en termes de débit de gaz et de courant de décharge notamment) afin de maximiser les performances de la cathode (selon des critères à définir) tout en conservant une durée de vie acceptable de la cathode vis-à-vis des processus qui conduisent à sa dégradation (le bombardement plasma des parois notamment). Enfin, dans l'optique de développement de cathodes de haute puissance, le modèle permettra de mettre en place une étude paramétrique de conception pour un type de cathode creuse choisi et nous aidera à formuler des recommandations basées sur les résultats de simulation quant au dimensionnement de nouvelles cathodes creuses.

En abordant brièvement le principe de fonctionnement des cathodes creuses émissives dans la section précédente, nous avons mentionné l'importance de l'émetteur électronique et du plasma interne respectivement dans l'émission du courant électronique de décharge et dans le transport de celui-ci. Nous nous proposons ici de mettre en place un modèle numérique 2 D axisymétrique générique capable de retranscrire finement la physique interne de toute cathode creuse émissive. Bien entendu, il sera capital de décrire de manière cohérente au sein d'un même modèle le plasma interne et l'émission à la paroi qui, on le verra, entretiennent un couplage fort et capital dans le bon fonctionnement de la cathode. A un degré de finesse supérieur, on verra également que le couplage du plasma avec le gaz neutre injecté à l'amont de la cathode est également susceptible d'influencer son fonctionnement. Le modèle développé ici inclura donc la description de la dynamique de l'écoulement neutre.

Après avoir décrit de manière exhaustive le modèle numérique de la région interne de la cathode mis en place (chapitre II), nous entreprendrons de valider individuellement quelques briques élémentaires de celui-ci, avant de confronter les résultats de simulation obtenus aux mesures expérimentales disponibles dans la littérature pour un type de cathode creuse émissive donné, la cathode NSTAR développée au Jet Propulsion Laboratory (JPL) par la NASA. On a évoqué précédemment la dépendance du phénomène de l'émission thermoionique envers la température de la paroi émissive. Or cette dernière dépend directement du bombardement des parois de la cathode par le plasma. En toute rigueur, un modèle auto-cohérent de la cathode nécessite d'inclure une description des aspects thermiques de celle-ci, c'est-à-dire de calculer la température de l'émetteur directement à partir des flux d'énergie à l'interface entre plasma et paroi (en incluant éventuellement un apport d'énergie externe par un filament de chauffage). Cependant, dans un souci de simplicité, nous commencerons par imposer la température de l'élément émissif selon le profil de température mesuré expérimentalement dans la cathode NSTAR, et nous simulerons le plasma obtenu dans le point de fonctionnement expérimental associé (chapitre III).

L'obtention des résultats de simulation sera l'occasion de proposer une première analyse physique du fonctionnement de la cathode à partir d'éléments concrets. Toutefois, comme on le verra, le processus de validation mettra en évidence certaines insuffisances dans la description de la cathode. En particulier nous serons amenés à enrichir le modèle en incluant dans le domaine de simulation une part de la proche plume de la cathode (c'est-à-dire la région de détente du plasma immédiatement à l'aval de l'orifice de la cathode), au travers de laquelle transite le courant électronique extrait, afin de mieux reproduire la réalité expérimentale (chapitre III). Cependant, en l'état, le modèle fluide restera incapable de retranscrire correctement la physique fine de cette région : en particulier, des travaux expérimentaux ont montré la présence d'instabilités de transport du courant électronique (l'instabilité acoustique ionique) dans cette région de la cathode. Ces instabilités ne peuvent être résolues d'emblée par le modèle fluide mis en place ici (tout comme de nombreux modèles de cathodes mis en place dans la littérature) et nous proposerons une extension du modèle permettant de décrire de manière auto-cohérente, et au moins qualitativement, la présence et le couplage de ces instabilités de transport avec les propriétés du plasma de la cathode. On verra que cet ajout permettra de renforcer l'accord entre simulation et expérience pour cette cathode. De plus, il permettra de mettre en évidence par la simulation le comportement instationnaire de la cathode dans certains points de fonctionnement. Ce

dernier aspect, qui contribue à définir l'enveloppe de fonctionnement de la cathode, notamment à fort courant, a déjà été analysé à de nombreuses reprises expérimentalement dans la littérature mais jamais traité jusqu'ici dans un travail de modélisation.

A ce stade de l'étude, le modèle plasma obtenu aura été validé par rapport aux résultats expérimentaux disponibles dans la littérature pour un point de fonctionnement donné. Toutefois, le modèle plasma obtenu nécessitera encore l'introduction du profil de température de l'émetteur électronique en tant que paramètre d'entrée et ne sera donc pas prédictif à lui seul. Pour aller plus loin, on mettra alors en place un modèle thermique de la cathode NSTAR qui couple les flux d'énergie sur les différentes surfaces de la cathode à la température de l'élément émissif (chapitre IV). On procèdera ensuite à la validation de l'ensemble {modèle plasma + modèle thermique} en ne fixant cette fois dans le modèle plus que les paramètres d'entrée directement liés au point de fonctionnement de la cathode (débit de gaz injecté et courant de décharge principalement). On verra que l'accord simultané obtenu entre simulation et expérience à la fois pour les propriétés du plasma et la température de la paroi émissive sera tout à fait satisfaisant. Nous profiterons du modèle développé pour proposer une seconde description du fonctionnement de la cathode NSTAR, en nous attardant cette fois sur les aspects liés aux flux d'énergie qui transitent entre paroi émissive de la cathode et plasma.

Cette fois, le modèle couplé incluant description du plasma et aspects thermique sera totalement auto-cohérent et validé sur un point de fonctionnement donné de la cathode NSTAR. On utilisera alors le modèle pour réaliser une étude paramétrique du fonctionnement de la cathode (chapitre V) en fonction de ses différents paramètres que sont notamment le débit de gaz et le courant de la décharge. Les tendances observées seront comparées qualitativement à une étude analogue réalisée expérimentalement dont les résultats sont disponibles dans la littérature. Ensuite, on procèdera à une extrapolation du design de départ en modifiant certains de ses paramètres géométriques (rayon de la cathode et rayon de l'orifice) et en évaluant leur influence sur les performances de la cathode. Ce point particulier présente un intérêt pratique évident dans le cadre de la mise au point de nouvelles cathodes capables de fonctionner durablement sur une plage de points de fonctionnement donnée. Enfin, on analysera l'influence de la nature de l'élément émissif sur le fonctionnement de la cathode NSTAR en y substituant artificiellement un élément émissif alternatif (fait d'héxaborure de lanthane,  $\text{LaB}_6$ , alors que l'émetteur original est fait d'oxyde de baryum,  $\text{BaO}$ ). Bien que la cathode obtenue paraît peu réaliste, notamment en raison de contraintes liées aux matériaux qui dépassent le cadre de cette étude, cela nous permettra d'illustrer le fonctionnement de cathodes creuses basées sur un autre type d'émetteur, et de mettre en évidence les mérites comparés de ces deux émetteurs électroniques (chapitre V).

L'étude réalisée ici s'est concentrée essentiellement sur la description d'un type de cathode creuse émissive particulière, la cathode NSTAR. Cependant, il faut souligner que le modèle numérique développé reste tout à fait général, et applicable à n'importe quelle géométrie de cathode et n'importe quel élément émissif. Pour mettre ceci en exergue, on simulera le fonctionnement d'une cathode émissive construite autour d'une pastille émissive plane au lieu de l'émetteur tubulaire traditionnel des cathodes creuses. Ce sera également l'occasion pour nous de présenter brièvement les spécificités de fonctionnement de ce type de

cathode, et de comparer leur intérêt vis-à-vis des géométries de type cathode creuse (chapitre VI).

Enfin, à titre d'ouverture sur une étude ultérieure, on mettra en place un modèle simple dans une approche Particle-In-Cell de la région d'expansion du plasma à l'aval de l'orifice dans le but de déterminer par la simulation de manière fiable la présence ou non d'instabilités du transport électronique dans des conditions représentatives d'une cathode creuse (chapitre VII). En effet, on verra que la modélisation fluide des instabilités plasma déjà évoquée plus haut nécessite un certain nombre d'hypothèses et d'approximations qu'il est bon de vérifier au travers d'une approche, certes plus coûteuse en temps de calcul, mais bien plus complète en termes de phénomènes physiques simulés.

## III. Travaux préexistants – Etat de l'art

Pour conclure l'introduction à cette étude des cathodes creuses, nous proposons un bref tour d'horizon des travaux expérimentaux et de modélisation publiés dans la littérature qui concernent directement la physique des cathodes creuses.

### A. Mesures expérimentales

Depuis le milieu des années 2000, un grand nombre de mesures expérimentales dédiées à l'étude des cathodes creuses émissives ont été réalisées au JPL pour le compte de la NASA [8–10]. Les cathodes alors étudiées étaient principalement destinées à fournir le courant de décharge nécessaire à la génération du plasma dans le premier étage (c.-à-d. avant la zone d'accélération) des propulseurs ioniques à grille de forte puissance. Les gammes de courant visées vont de quelques ampères à 25 ampères pour la cathode la plus puissante.

Ces travaux visaient avant tout à bâtir une meilleure compréhension du plasma interne de la cathode. Jusqu'alors, le fonctionnement physique des cathodes creuses émissives était encore mal compris, ce qui rendait difficile la mise au point de nouvelles cathodes destinées à une plage de fonctionnement donnée. Différentes caractérisations très complètes du plasma interne de la cathode (densité plasma, potentiel plasma et température électronique) mais aussi de sa plume pour diverses cathodes et divers points de fonctionnement ont été effectuées et publiées au cours des années [11–14]. Ces résultats expérimentaux concernent principalement des cathodes creuses basées sur un émetteur à oxyde de baryum (BaO). Une étude expérimentale assez complète de l'influence du point de fonctionnement sur les paramètres électriques macroscopiques de plusieurs types de cathodes creuses a également été proposée [15].

Une problématique centrale dans la mise au point de nouvelles cathodes concerne leur durée de vie, puisque celles-ci vont être amenées à fonctionner pendant plusieurs milliers voire dizaines de milliers d'heures [3]. Certains travaux expérimentaux s'intéressent ainsi directement à l'érosion de l'émetteur électronique et des parties métalliques de la cathode [16] afin d'en déterminer la durée de vie. Ces travaux ont montré que l'érosion des éléments les plus en aval de la cathode (en particulier dans la région de l'orifice) était très certainement liée à l'excitation d'instabilités du plasma dans la plume de la cathode, et en particulier de l'instabilité acoustique ionique [17,18]. De plus, les résultats expérimentaux montrent clairement une intensification de ces instabilités à plus fort courant de décharge



[17]. Il est donc capital de mieux comprendre l'origine de ces instabilités et leurs conditions de déclenchement dans l'optique de développer de nouvelles cathodes de forte puissance. Plus récemment [19], des preuves expérimentales claires de l'excitation de l'instabilité acoustique ionique dans la plume d'une cathode de forte puissance ont été présentées. Ces éléments expérimentaux fournissent une motivation solide pour l'incorporation dans les modèles numériques de ce type de phénomène physique.

Les différents travaux mentionnés jusqu'ici concernent avant tout des cathodes creuses émissives délivrant un courant de décharge d'intensité « moyenne » (jusqu'à 25 A) et dont l'émetteur est fait de BaO. Avec la mise au point de propulseurs électriques de haute puissance est apparu le besoin de concevoir de nouvelles cathodes émissives capables de délivrer un courant atteignant et dépassant même 100 A. Dans une telle gamme de fonctionnement, on verra qu'un émetteur fait d'héxaborure de lanthane ( $\text{LaB}_6$ ) est susceptible d'être plus adapté qu'un émetteur de type BaO. Ce type de cathode fait encore aujourd'hui l'objet d'études expérimentales au JPL [20–22].

Pour l'étude qui nous concerne ici, les mesures expérimentales employées à des fins de validation de notre modèle sont essentiellement issues de [12–14]. En ce qui concerne directement le processus d'émission thermoionique, les mesures physiques nécessaires à l'établissement du modèle d'émetteur sont issues de [23] pour l'émetteur de type BaO et de [24] en ce qui concerne l'émetteur  $\text{LaB}_6$ .

## B. Modèles numériques

Parallèlement aux travaux expérimentaux réalisés au JPL, un important travail de modélisation des cathodes creuses émissives a également été réalisé au JPL et présenté dans la littérature. En partant d'un modèle fluide 2 D axisymétrique relativement simple de la région interne de la cathode [25], le modèle numérique a été progressivement enrichi [12] jusqu'à décrire également la plume de la cathode [26,27] et certains phénomènes d'érosion qui y ont trait. L'accord obtenu entre résultats de simulation et mesures expérimentales est remarquable [14]. La description de l'effet des instabilités de transport dans la plume de la cathode a également été discutée [26,28]. Il s'agit cependant d'une approche non-prédictive qui nécessite l'ajustement de coefficients numériques, contrairement au traitement proposé au cours de cette étude.

Le modèle numérique décrit dans ces différentes références ne concerne toutefois que le plasma de la cathode et ne décrit pas de manière auto-cohérente la température de l'émetteur. Une tentative de modélisation couplée incluant aspects thermiques et plasma au sein d'un même modèle a été proposée dans la littérature [29] mais ne semble pas utilisée actuellement dans les dernières versions du modèle de la cathode [28].

Dans cette étude, nous nous appuyerons sur le modèle numérique développé au JPL tel qu'il est présenté dans [12,25,26] pour développer notre propre approche. Le modèle obtenu présentera en définitive des similarités avec [14,28] mais également de nombreux points à l'heure actuelle nouveaux par rapport aux modèles de cathode creuse émissive publiés dans la littérature.

On peut également mentionner des tentatives de réaliser des modèles « réduits » 0 D de cathodes creuses émissives [3,30]. Cependant, bien que ce type de modèle puisse être éventuellement utile à une étude de pré-dimensionnement de cathode, on verra rapidement dans les résultats de simulation présentés ici qu'il serait illusoire d'espérer reproduire notamment l'enveloppe de fonctionnement de la cathode dans une telle approche. Une modélisation 2 D complète de la cathode sera bel et bien nécessaire.

## Chapitre II. Modélisation de la région interne de la cathode

---

### Table des matières :

I.	Région fluide – décharge plasma .....	18
A.	Les cathodes étudiées .....	18
B.	Cathode de référence pour cette étude : NASA NSTAR BaO – Description .....	18
C.	Hypothèses du modèle .....	21
D.	Equations plasma multi-fluides .....	23
II.	Conditions aux limites du domaine plasma .....	29
A.	Admission .....	30
B.	Orifice .....	31
C.	Parois métalliques – Gaines plasma .....	33
D.	Emetteur thermoionique .....	36
III.	Méthodes numériques .....	49
A.	Discretisation du domaine fluide .....	49
B.	Equations de conservation fluide : neutres et ions .....	51
C.	Conservation de la charge .....	54
D.	Conservation de l'énergie électronique .....	55
E.	Solveur numérique et choix des conditions initiales .....	56
IV.	Validations élémentaires .....	57
A.	Ecoulement de neutres seuls .....	57
B.	Potentiel plasma dans une enceinte .....	58
V.	Conclusion .....	60

## I. Région fluide – décharge plasma

### A. Les cathodes étudiées

Au cours de cette étude, la majeure partie de la mise en place du modèle et de sa validation s'est effectuée à partir de données et de résultats expérimentaux obtenus au Jet Propulsion Laboratory pour la cathode à émetteur à oxyde de baryum (BaO) développée par la NASA dans le cadre du programme NASA Solar Technology Applications Readiness (NSTAR) [3]. Cette cathode a été employée pour la première fois dans une mission spatiale à bord de la sonde Deep Space 1, et est capable de fournir un courant électronique dans une plage de 6 à 13 A pour un débit de xénon injecté d'environ 4 *SCCM* ( $\approx 0.4 \text{ mg.s}^{-1}$ ). Son excellente fiabilité a été démontrée au cours d'un test cumulant plus de 30 000 h de fonctionnement en caisson (en différents points de fonctionnement) [16].

L'intérêt porté à cette cathode en particulier pour notre étude provient de la disponibilité dans la littérature d'informations concernant sa conception [3,29] ainsi qu'un ensemble de mesures expérimentales (densité et potentiel plasma, pression de gaz, profil de température de l'élément émissif) pour plusieurs points de fonctionnement [12,14,29,31]. Cette cathode sera décrite dans le prochain paragraphe et on étudiera en détail son fonctionnement au cours des trois prochains chapitres.

Néanmoins, bien qu'il s'agisse d'une géométrie de cathode assez commune - construite autour d'un élément émissif tubulaire inséré dans un tube réfractaire - il sera instructif de comparer cette cathode à d'autres cathodes employant soit un élément émissif différent, soit une configuration totalement différente. Après avoir validé le modèle et étudié la cathode NASA NSTAR dans sa configuration de référence, on pourra dans un second temps, substituer dans cette cathode un élément émissif en hexaborure de lanthane ( $\text{LaB}_6$ ) en lieu et place de l'émetteur original (BaO) et analyser la modification du comportement de la cathode (cf. chapitre V). Enfin, on étudiera également une cathode de recherche expérimentée au laboratoire ICARE [32] dont l'élément émissif sera cette fois une pastille émissive de  $\text{LaB}_6$  et non plus un insert émissif tubulaire. Cette géométrie alternative de cathode sera décrite puis étudiée dans le chapitre VI.

### B. Cathode de référence pour cette étude : NASA NSTAR BaO – Description

On va maintenant décrire la cathode NASA NSTAR à émetteur à oxyde de baryum (BaO) qui va servir de base pour cette étude. La cathode étant un élément technologique « sensible » des propulseurs spatiaux, de nombreux détails de conception sont difficiles à obtenir. Ainsi, certains des paramètres de conception, notamment ceux liés à la gestion thermique de la cathode et donc à ses matériaux de construction, ont été obtenus par déduction ou par ajustement de résultats de simulation aux mesures expérimentales.

La cathode NASA NSTAR se compose schématiquement d'un tube réfractaire métallique enserrant un insert émissif tubulaire d'un rayon interne de 2 mm et d'une longueur de 2.5 cm (cf. fig. II-1). Une fois chauffé, et en présence d'un plasma capable de porter le courant électronique d'émission, l'insert émissif va émettre un courant électronique par émission dite thermoionique. La densité de courant émis est donnée par la loi de

Richardson-Dushman (cf. paragraphe 0). Le courant électronique émis est ensuite extrait de la cathode au travers de l'orifice en imposant une différence de potentiel par rapport à la masse des parois métalliques. Conjointement, l'injection de gaz propulsif dans le corps de la cathode (ici du xénon) permet d'y générer un plasma dense (plus de  $10^{21} m^{-3}$  au pic de densité [14]) capable de porter un courant électronique intense (13 A pour cette cathode) pour un potentiel d'extraction au niveau de l'orifice relativement faible, c'est-à-dire de l'ordre de la dizaine de volts.

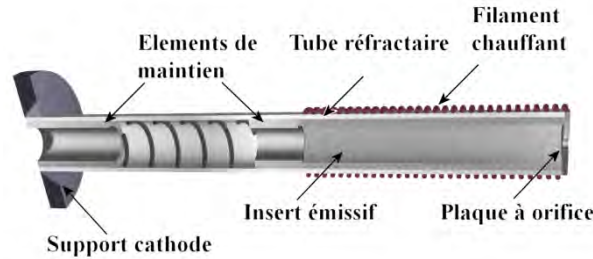


Figure II-1 : Illustration de la cathode NASA NSTAR avec les principaux éléments constitutifs de la région émissive (basée sur [3]).

La longueur totale du tube réfractaire, de l'orifice jusqu'au support de la cathode vaut 5.5 cm (information déduite de [29]). A l'extrémité aval de la cathode (à droite sur fig. II-1), l'insert émissif s'appuie sur une plaque à orifice qui achève la région interne de la cathode. L'orifice de la cathode NSTAR est long de 1 mm pour un rayon de 0.5 mm. A l'amont de la cathode, un débit constant de xénon est injecté (de l'ordre de 4 SCCM, c'est-à-dire  $0.4 mg.s^{-1}$  ; cette information sera précisée dans le texte pour chaque simulation), tandis qu'à l'aval, les neutres quittent librement la région interne de la cathode vers la plume alors que les électrons sont extraits par le champ électrique imposé.

Pour être complet, il nous faut mentionner qu'un élément métallique additionnel (non représenté sur la figure II-1) englobe l'ensemble du tube réfractaire. Cet élément, nommé keeper [3] a pour fonctions principales de faciliter l'allumage de la cathode (en y appliquant un potentiel électrique pour réaliser le claquage du gaz) et de protéger la cathode vis-à-vis d'un bombardement éventuel causé par des ions issus du propulseur. Néanmoins, cet élément ne joue pas de rôle direct dans la physique de la région interne, et il ne sera donc pas représenté dans le modèle décrit au cours de ce chapitre.

L'intérêt de la géométrie particulière de cette cathode (dite de cathode creuse) vient de sa capacité à maintenir un chauffage autonome de l'émetteur. En effet, la génération d'un plasma au sein de la cathode, associé au chauffage des espèces chargées dans le plasma par le champ électrique, va conduire au bombardement et donc au chauffage des parois émissives. Or, il se trouve que la dépendance de la densité de courant émis à la paroi est exponentielle envers la température de l'élément émissif (au travers de la loi de Richardson-Dushman, cf. paragraphe 0). Une fois la cathode « amorcée » et le plasma formé, on peut donc imaginer que pour une conception de cathode bien choisie, la cathode soit capable d'auto-entretenir la température des parois. Par conséquent, il est crucial pour le modèle de cathode de déterminer de manière autonome le profil de température de l'insert émissif ou à minima de le spécifier de manière cohérente par rapport à un point de fonctionnement donné sur la base de mesures expérimentales. C'est cette dernière option que nous choisirons dans un premier temps au cours de ce chapitre, à partir d'un profil de

température de l'émetteur donné dans [29] (pour un courant électronique extrait de 12 A et un débit de xénon de  $0.36 \text{ mg.s}^{-1}$ ). Le point de fonctionnement choisi pour les simulations présentées dans ce chapitre sera obtenu pour un courant de 13 A et un débit de  $3.6 \text{ SCCM} \approx 0.35 \text{ mg.s}^{-1}$ . Ce point de fonctionnement a été choisi d'une part en raison de la disponibilité de mesures expérimentales associées (densité plasma, potentiel plasma, température de l'émetteur et pression interne) et d'autre part pour sa représentativité vis-à-vis des cathodes à courant électronique supérieur à 10 A. En effet, il est souhaitable de développer à court terme de telles cathodes pour permettre la mise au point de propulseurs de Hall de puissance supérieure à 5 kW. On pourra noter une différence de 1 A entre le point de fonctionnement choisi pour les mesures plasma et celui pour la mesure de la température de l'insert émissif (13 A contre 12 A pour cette dernière). À défaut de mieux, et au regard des différentes incertitudes de ce modèle (notamment liées à l'élément émissif, évoquées ultérieurement), on ignorera cette légère incohérence. Un modèle thermique de la cathode sera inclus ultérieurement dans le chapitre IV pour nous permettre de décrire correctement d'autres points de fonctionnement. Le point de fonctionnement choisi ici pour servir de cas de référence est nommé TH 15 dans la littérature [33].

L'insert émissif utilisé dans la cathode NSTAR est constitué d'une matrice poreuse de tungstène (W) sur laquelle est déposé de l'oxyde de baryum (BaO) (voir [23]). Le rôle du BaO est de faciliter l'émission électronique en abaissant le travail de sortie, c.-à-d. la barrière de potentiel au sein de l'émetteur vue par les électrons du matériau. Il est alors possible d'obtenir un courant d'émission significatif (de l'ordre de  $15 \text{ A.cm}^{-2}$  à 1450 K) à des températures relativement faibles. La relation entre travail de sortie et température de l'élément émissif joue évidemment un rôle crucial. Celle-ci est déterminée expérimentalement, et pour la cathode NSTAR, est donnée dans [23] sous la dénomination BaO-W (411) (voir également [21]). On explicitera cette dépendance au paragraphe 0.

Suite à la description de la cathode qui vient d'être faite, et en particulier en raison de sa géométrie tubulaire, il est naturel de simplifier le problème et de s'intéresser à une géométrie 2D axisymétrique bornée à l'amont par une frontière (arbitraire) représentant l'admission de la cathode et à l'aval par le plan de sortie de l'orifice. Schématiquement, on obtient un domaine cylindrique interne à la cathode d'une longueur de 30 mm pour un rayon de 2 mm. L'insert émissif en lui-même est long de 25 mm. Le domaine de simulation sera décrit plus en détail et schématisé lorsque l'on traitera la description des conditions aux limites dans la partie II.

Ce domaine de simulation a été défini en fixant arbitrairement la frontière aval du domaine plasma à la fin de l'orifice et au commencement de la plume de la cathode : En effet, on a choisi pour ce modèle de décrire la région interne de la cathode dans une approche fluide en raison des fortes densités de plasma et neutre mesurées (plus de  $10^{21} \text{ m}^{-3}$  au maximum de densité plasma pour une pression interne de la cathode de l'ordre de 1000 Pa, cf. [14]), ce qui rendrait une approche particulière irréaliste en termes de temps de calcul. Or, on peut s'attendre à une décroissance rapide des densités dans la plume de la cathode et à une augmentation brutale du libre parcours moyen des espèces hors de la cathode. Il est clair qu'une approche fluide ne pourra être au mieux qu'approximative dans cette région de transition, et encore plus à mesure que l'on s'éloigne des régions denses.

Néanmoins, si les premiers résultats présentés ici n'incluront pas la plume de la cathode, celle-ci sera ensuite ajoutée pour évaluer son influence sur les résultats de la simulation plasma (cf. chapitre III). Il faudra toutefois garder à l'esprit qu'il s'agit plus d'un artifice numérique permettant d'« éloigner » les conditions aux limites du cœur de la cathode, que d'une description pleinement valide de la région d'expansion. Macroscopiquement, on peut s'attendre à ce que l'inclusion de la plume dans le domaine n'impacte que très peu le comportement de la cathode : en effet, on peut logiquement imaginer que l'émission électronique, l'ionisation et le chauffage de la cathode sont tous gouvernés par des processus se déroulant en région interne de cathode et sur lesquels la physique de la plume n'aura que peu d'influence directe. Nous aurons l'occasion au chapitre III de comparer deux simulations identiques incluant ou non la plume de la cathode dans le domaine de simulation.

### C. Hypothèses du modèle

Dans la suite de cette étude, la description se fera en supposant que le gaz propulsif injecté dans la cathode est du xénon. Comme cela a déjà été mentionné, les fortes densités de plasma et de gaz et le faible degré d'ionisation du plasma conduisent à proposer une description fluide de la région interne de la cathode. Ainsi, les effets cinétiques sont négligés et on supposera dans la suite que les différentes espèces adoptent une distribution de vitesse maxwellienne. On conservera les différents termes temporels dans les équations simulées afin de pouvoir représenter d'éventuels comportements transitoires qui pourraient apparaître au cours du fonctionnement de la cathode. L'accent ne sera toutefois pas mis sur la phase d'allumage de la cathode mais bien sur son comportement établi. L'influence du champ magnétique du propulseur sur le plasma de la cathode est négligée (ce qui est justifié dans le cas d'une cathode de décharge pour propulseur de Hall du fait de l'éloignement de la cathode vis-à-vis du canal du propulseur).

On considère la présence de 3 espèces dans la région interne de la cathode : neutres (Xe), ions simplement chargés ( $\text{Xe}^+$ ) et électrons. Les ions de charge multiple sont négligés dans la mesure où leur production est négligeable aux faibles températures électroniques (notée  $T_e$ ) rencontrées dans la région interne ( $T_e$  y est typiquement de l'ordre de quelques eV [12]). Dans un premier temps, on ne considèrera que la production de  $\text{Xe}^+$  par ionisation directe. L'influence de la production de xénon métastable sur la simulation plasma et son impact sur la production d'ions  $\text{Xe}^+$  (par ionisation indirecte) seront discutés dans le chapitre III. La recombinaison en volume est négligée. Le transport des espèces dans la cathode est dominé par les collisions et nous prenons en compte les processus suivants : collisions entre électrons et neutres (e-n), ions et neutres (i-n, à la fois pour les collisions isotropes et échange de charge) et collisions coulombiennes entre électrons et ions (e-i). Ce dernier processus est souvent négligé dans les propulseurs (du fait de la décroissance de la section efficace de collision en  $1/T_e^{3/2}$ ) mais il est ici important de le prendre en compte du fait de la faible température électronique et de la forte densité plasma rencontrés dans la cathode.

Des mesures expérimentales ont montré que le cœur du plasma de cette cathode est optiquement épais aux longueurs d'onde proches des raies d'excitation de  $\text{Xe I}$  [34]. Cela se comprend aisément en remarquant que, du fait de la forte densité neutre (jusqu'à  $10^{22} \text{ m}^{-3}$ ), le gaz réabsorbe très efficacement les radiations issues des désexcitations du

xénon atomique. On peut estimer l'épaisseur optique du gaz à l'aide de la relation suivante [35] (où toutes les unités sont en cgs) :

$$\tau = 5.4 \times 10^{-9} \lambda \left( \frac{\mu}{T_n} \right)^{\frac{1}{2}} n_n L \quad (\text{II.1})$$

où  $\tau$  est l'épaisseur optique,  $\lambda$  est la longueur d'onde considérée,  $\mu$  la masse atomique de Xe en unités de masse atomique,  $T_n$  est la température des neutres,  $n_n$  leur densité et  $L$  une longueur caractéristique du système. Numériquement, proche de l'orifice de la cathode, en substituant des valeurs obtenues par simulation :  $\lambda = 450 \times 10^{-7} \text{ cm}$ ,  $\mu = 131$ ,  $T_n = 3000 \text{ K}$ ,  $n_n = 10^{16} \text{ cm}^{-3}$  et  $L = 2 \times R_{\text{cathode}} = 0.4 \text{ cm}$ , on estime  $\tau \approx 200$ . Ainsi, il est raisonnable de supposer que le plasma interne de la cathode est dans sa majeure partie optiquement épais aux raies de désexcitation du xénon. En pratique, nous supposerons que les seules pertes d'énergie occasionnées par les collisions inélastiques entre neutres et électrons proviendront de l'ionisation. L'influence de cette hypothèse sur les simulations sera brièvement discutée dans le chapitre III.

Pour conclure par rapport aux collisions entre particules, on remarque que les collisions intra-espèces ne sont pas directement prises en compte mais sont nécessaires au modèle puisqu'elles assurent la thermalisation des différentes espèces.

Pour clore cette description des hypothèses, on ajoute que le plasma sera supposé quasi-neutre. Dans ce système, la longueur de Debye est de l'ordre du  $\mu\text{m}$  et il serait irréaliste de tenter de la résoudre avec un maillage suffisamment fin. Sous l'hypothèse de quasi-neutralité, il sera nécessaire de représenter les gaines plasma face aux parois du domaine (où l'hypothèse de quasi-neutralité n'est plus valable) à l'aide de conditions aux limites spécifiques, incluant le cas échéant le processus d'émission thermoionique. Ce modèle de gaine sera décrit succinctement aux paragraphes II.C et 0, et plus en détail dans l'annexe B en ce qui concerne les gaines émissives.

On négligera l'émission secondaire électronique au regard de l'importante densité de courant créée par émission thermoionique aux parois (plus de  $10 \text{ A.cm}^{-2}$  de manière localisée dans la cathode NSTAR). Enfin, pour la même raison, la photoémission sera négligée. On peut estimer l'ordre de grandeur du courant de photoémission : pour le baryum, on trouve dans la littérature un rendement quantique d'émission valant  $\eta \approx 2.5 \times 10^{-3}$  électrons émis par photon incident à la longueur d'onde  $\lambda = 337 \text{ nm}$  [36] (ce rendement est plus faible aux autres longueurs d'onde). Il faut maintenant estimer le volume de plasma capable d'irradier la paroi et engendrer la photoémission. En se référant au calcul de l'épaisseur optique précédent, et en se fixant  $\tau = 1$  comme limite de profondeur optique pour les radiations capables d'atteindre la paroi, on obtient une épaisseur effective radiale du plasma capable de contribuer à l'émission valant  $L_\gamma \approx 20 \mu\text{m}$ . Il reste maintenant à estimer le flux de photons produit par désexcitation des neutres dans ce volume de plasma face à la paroi. En considérant le taux d'excitation le plus favorable pour le xénon dans l'état fondamental, on peut calculer pour une température électronique  $T_e = 1.3 \text{ eV}$ , une densité plasma  $n = 10^{20} \text{ m}^{-3}$  et une densité neutre  $n_n = 10^{22} \text{ m}^{-3}$  un terme source de neutres excités  $S_{ex} \approx 1.5 \times 10^{27} \text{ m}^{-3} \text{ s}^{-1}$  (ce terme source est calculé de la même manière que le terme source d'ionisation ci-dessous au paragraphe D.1). Rapporté à la longueur efficace  $L_\gamma$  calculée plus haut, on obtient un flux de photons atteignant la paroi sans être réabsorbés de



l'ordre de  $\phi_\gamma \approx 3 \times 10^{22} \text{ m}^{-2} \text{ s}^{-1}$ . En introduisant le rendement quantique mentionné précédemment, on obtient même dans cette estimation favorable un courant de photoémission de l'ordre de  $10 \text{ A.m}^{-2}$ . On le voit, ce courant de photoémission est parfaitement négligeable vis-à-vis des ordres de grandeur obtenus pour l'émission thermoionique (plusieurs  $\text{A.cm}^{-2}$ ).

## D. Equations plasma multi-fluides

### 1) Conservation de la matière

Sous l'hypothèse de quasi-neutralité ( $n = n_i = n_e$ ), l'équation de conservation de la matière pour les ions s'écrit :

$$\frac{\partial}{\partial t}(n) + \vec{\nabla} \cdot (n \vec{u}_i) = S \quad (\text{II.2})$$

où  $n$  et  $\vec{u}_i$  sont respectivement la densité plasma et le champ de vitesse ionique.  $S$  est le terme source plasma pour les ions qui s'exprime de la manière suivante :

$$S = nn_n \langle \sigma_{io} u_e \rangle = nn_n k_{io}(T_e) \quad (\text{II.3})$$

Ici,  $n_n$  est la densité de neutres.  $\langle \sigma_{io} u_e \rangle$  représente la moyenne sur une distribution de vitesse électronique maxwellienne à la température  $T_e$  de la section efficace d'ionisation par impact direct  $\sigma_{io}$ . Les données de section efficace d'interaction entre électrons et xénon atomique sont issues de [37]. On obtient en définitive un taux de réaction pour l'ionisation par impact direct  $k_{io}$  qui a été tabulé en fonction de la température électronique. Dans l'expression (II.3), on a négligé la vitesse de la particule lourde vis-à-vis de celle de l'électron incident. Cette approximation est justifiée dans la cathode puisque les lourds sont froids en comparaison des électrons (respectivement quelques milliers de Kelvin contre quelques eV).

De manière similaire, la conservation de la matière pour les neutres s'écrit :

$$\frac{\partial}{\partial t} n_n + \vec{\nabla} \cdot (n_n \vec{u}_n) = -S \quad (\text{II.4})$$

où  $n_n$  et  $\vec{u}_n$  sont respectivement la densité et le champ de vitesse des neutres. Le terme source  $S$  est donné par l'équation (II.3).

### 2) Conservation de la quantité de mouvement

Sous une forme générale, l'équation de conservation de la quantité de mouvement pour une espèce  $s$  s'écrit sous la forme suivante :

$$m_s \left( \frac{\partial}{\partial t} (n_s \vec{u}_s) + \vec{\nabla} \cdot (n_s \vec{u}_s \otimes \vec{u}_s) \right) = n_s \vec{F} - \vec{\nabla} p_s + \vec{\nabla} \cdot \vec{T} + \vec{R}_s + m_s (\overline{Su})_s \quad (\text{II.5})$$

où le symbole  $\otimes$  désigne un produit tensoriel. Au membre de droite,  $n_s \vec{F}$  et  $\vec{\nabla} p_s$  sont respectivement le terme de force volumique et le gradient de pression. Les forces de traînée dues aux collisions inter-espèces sont notées  $\vec{R}_s$ . Le terme source de quantité de mouvement

$m_s(\overline{S}\vec{u})_s$  provient de la vitesse initiale des particules produites ou éliminées (en pratique, il peut s'agir de la vitesse initiale d'un neutre ionisé par exemple).

$\bar{T}$  est le tenseur (d'ordre 2) déviateur sans trace des efforts visqueux. Pour un fluide newtonien isotrope, il prend la forme suivante :

$$\bar{T} = 2\mu_s \left( \frac{1}{2} \left( (\vec{\nabla} \vec{u}_s) + (\vec{\nabla} \vec{u}_s)^T \right) - \frac{1}{3} (\vec{\nabla} \cdot \vec{u}_s) \bar{I} \right) \quad (\text{II.6})$$

Ici,  $\mu_s$  est la viscosité dynamique de l'espèce  $s$  et le symbole  $(\cdot)^T$  est l'opérateur de transposition.  $\bar{I}$  est le tenseur identité d'ordre 2. On remarquera que les termes  $\vec{\nabla} \vec{u}_s$  sont des tenseurs alors que  $\vec{\nabla} \cdot \vec{u}_s$  est un scalaire.

En négligeant le gradient spatial de  $\mu$  et après quelques manipulations, le terme de forces visqueuses  $\vec{\nabla} \cdot \bar{T}$  de l'équation (II.5) devient :

$$\vec{\nabla} \cdot \bar{T} \cong \mu_s \left[ \nabla^2 \vec{u}_s + \frac{1}{3} \vec{\nabla} (\vec{\nabla} \cdot \vec{u}_s) \right] \quad (\text{II.7})$$

où  $\nabla^2 \vec{u}_s$  est le laplacien vecteur de  $\vec{u}_s$ .

Appliquée aux ions  $Xe^+$ , en négligeant la viscosité et en considérant les ions non magnétisés, l'équation de conservation de la quantité de mouvement (II.5) donne :

$$M \left( \frac{\partial}{\partial t} (n\vec{u}_i) + \vec{\nabla} \cdot (n\vec{u}_i \otimes \vec{u}_i) \right) = -ne\vec{\nabla}\phi - \vec{\nabla}p_i + \vec{R}_i + MS\vec{u}_n \quad (\text{II.8})$$

$M$  est la masse atomique du xénon,  $\phi$  le potentiel plasma,  $e$  la charge élémentaire et  $p_i = nk_B T_i$  le champ de pression scalaire des ions. Le terme d'échange de quantité de mouvement entre ions  $Xe^+$ , neutres  $Xe$  et électrons s'écrit :

$$\begin{aligned} \vec{R}_i &= \vec{R}_{b,n \rightarrow i} + \vec{R}_{iso,n \rightarrow i} + \vec{R}_{e \rightarrow i} \\ &= \frac{M^2}{2M} n\bar{v}_b (\vec{u}_n - \vec{u}_i) + \frac{M^2}{2M} n\bar{v}_{iso} (\vec{u}_n - \vec{u}_i) + \frac{mM}{M+m} n\bar{v}_{ei} (\vec{u}_e - \vec{u}_i) \end{aligned} \quad (\text{II.9})$$

où  $m$  est la masse de l'électron et  $\bar{v}_b$  (resp.  $\bar{v}_{iso}$ ) sont les fréquences de collision « backscattering » (resp. isotrope) macroscopiques moyennées pour un ion du plasma avec le gaz neutre. Ces fréquences de collision moyennées sont obtenues à partir de données de section efficace d'interaction entre  $Xe$  et  $Xe^+$  issues de [38] pour deux distributions maxwelliennes d'ions et de neutres (à des températures respectives  $T_i$  et  $T_n$ ) dérivant à la vitesse relative  $\|\vec{u}_n - \vec{u}_i\|$ . Les différentes contributions au terme d'échange de quantité de mouvement ont été distinguées dans un souci de facilité pour pouvoir s'y référer lorsqu'il sera question de la conservation de l'énergie au paragraphe 5). En pratique, le calcul de la fréquence de collision moyennée  $\bar{v}_b$  (ou  $\bar{v}_{iso}$ ) revient simplement à évaluer l'intégrale :

$$\bar{v} = n_n \iint \sigma(v_{rel}) \|\vec{v}_i - \vec{v}_n\| f_i(\vec{v}_i) f_n(\vec{v}_n) d^3\vec{v}_i d^3\vec{v}_n \quad (\text{II.10})$$

où  $v_{rel}$  est la norme de la vitesse relative des particules incidentes dans le centre de masse du système {ion+neutre}.  $f_i$  et  $f_n$  sont les fonctions de distribution respectives des fluides ionique et neutre (incluant la dérive relative des deux espèces  $\|\vec{u}_i - \vec{u}_n\|$ ). Cette expression

se simplifie grandement dans le cas des collisions  $i - n$  isotropes puisque dans ce cas,  $\sigma_{iso} \propto 1/v_{rel}$  [38]. L'intégrale se réduit alors à une constante. Pour les collisions « backscattering » ( $\bar{v}_b$ ), la section efficace a une dépendance complexe envers  $v_{rel}$  [38] et on a recours à une intégration numérique. La fréquence de collisions  $\bar{v}_b$  est pré-calculée et tabulée en fonction de la vitesse de dérive  $\|\vec{u}_i - \vec{u}_n\|$  et des températures des ions et des neutres, pour ensuite être interpolée (linéairement) lors du calcul de  $\bar{v}_b$  dans le modèle fluide.

On pourra remarquer que dans l'équation (II.9), on a fait apparaître le rapport des masses  $M^2/2M$  caractéristique des collisions isotropes aussi bien devant la partie isotrope que la partie « backscattering » des collisions  $Xe/Xe^+$ . Ce n'est pas là une erreur, mais simplement un choix de notation : le facteur 2 manquant à la partie « backscattering » est en fait introduit directement dans la section efficace différentielle correspondante lors du calcul de la fréquence de collision moyennée (cf. [38]).

Si on se réfère à [39] (en particulier section 9.6), on remarque que les deux processus « backscattering » et collision isotrope sont mutuellement exclusifs et dominants là où leur section efficace d'interaction respective est maximale. En conséquence, on ne conservera dans ce modèle que le processus pour lequel la fréquence de collision est maximale, c.-à-d. principalement les collisions « backscattering » là où les vitesses relatives ou températures sont élevées, tandis que seule la fréquence de collision isotrope jouera un rôle le reste du temps. Dans chacun des cas, la fréquence de collision associée à l'autre processus ne sera pas prise en compte.

Enfin  $v_{ei}$  est la fréquence de collisions coulombiennes entre électrons et ions pour laquelle on a utilisé l'expression suivante [40] :

$$v_{ei} = 4\pi n \ln(\Lambda) \left( \frac{e^2}{12\pi\epsilon_0 k_B T_e} \right)^2 \sqrt{\frac{8k_B T_e}{\pi m}} \quad (\text{II.11})$$

où  $T_e$  est la température électronique,  $m$  la masse de l'électron et  $\ln(\Lambda) \approx 10$  est le logarithme coulombien.

L'équation de conservation de la quantité de mouvement pour les neutres  $Xe$  est :

$$M \left( \frac{\partial}{\partial t} (n_n \vec{u}_n) + \vec{\nabla} \cdot (n_n \vec{u}_n \otimes \vec{u}_n) \right) = -\vec{\nabla} p_n + \vec{\nabla} \cdot \vec{T} + \vec{R}_n - M S \vec{u}_n \quad (\text{II.12})$$

où  $p_n = n_n k_B T_n$  est le champ de pression scalaire des neutres. Le terme d'échange de quantité de mouvement pour les neutres  $\vec{R}_n$  s'écrit de manière similaire à  $\vec{R}_i$  de l'équation (II.9) :

$$\begin{aligned} \vec{R}_n &= \vec{R}_{b,i \rightarrow n} + \vec{R}_{iso,i \rightarrow n} + \vec{R}_{e \rightarrow n} \\ &= \frac{M^2}{2M} n \bar{v}_b (\vec{u}_i - \vec{u}_n) + \frac{M^2}{2M} n \bar{v}_{iso} (\vec{u}_i - \vec{u}_n) + \frac{m M}{M + m} n v_{en} (\vec{u}_e - \vec{u}_n) \end{aligned} \quad (\text{II.13})$$

Les fréquences de collision moyennées  $\bar{v}_b$  et  $\bar{v}_{iso}$  sont les mêmes que définies précédemment.  $v_{en}$  est la fréquence de collision élastique pour un électron avec le fluide

neutre. Elle est obtenue de la même manière que précédemment pour le terme source de collisions ionisantes dans l'équation (II.3), à savoir :

$$\nu_{en} = n_n \langle \sigma_m u_e \rangle = n_n k_{e,n}^m(T_e) \quad (\text{II.14})$$

où la moyenne  $\langle \cdot \rangle$  est prise sur une distribution électronique maxwellienne à la température  $T_e$ . La section efficace de collision élastique  $\sigma_m$  est issue de [37]. On obtient alors un taux de réaction pour les collisions élastiques entre électrons et neutres,  $k_{e,n}^m(T_e)$ .

La viscosité dynamique des neutres  $\mu_n$  (qui intervient dans le terme  $\vec{\nabla} \cdot \vec{T}$  de l'éq. de conservation de la quantité de mouvement des neutres (II.12)) est issue de données de la littérature [41] sur la plage  $[0 \text{ K}, 5000 \text{ K}]$ . Aux températures plus élevées, la viscosité dynamique est extrapolée linéairement.

### 3) Equation de dérive-diffusion pour les électrons

Numériquement, il serait extrêmement coûteux (et inutile physiquement dans le cas de la cathode) de résoudre l'équation de la quantité de mouvement pour les électrons. Faire ainsi imposerait des résoudre numériquement des durées de l'ordre de l'inverse de la fréquence plasma électronique (c.-à.-d. de l'ordre de  $10^{-13} \text{ s}$  pour une densité plasma de  $10^{21} \text{ m}^{-3}$ , typique de la cathode) tandis que, comme on le verra, le temps caractéristique d'évolution macroscopique de la cathode est de l'ordre de la milliseconde. Au lieu de cela, on se place ici dans l'approximation électrostatique et on néglige les termes d'inertie pour les électrons. Ainsi, en définissant le vecteur densité de courant électronique par :

$$\vec{j}_e = -en\vec{u}_e \quad (\text{II.15})$$

La densité de courant électronique s'exprime alors sous la forme :

$$\vec{j}_e = -en\mu_e \vec{\nabla} \phi + \mu_e \vec{\nabla} p_e \quad (\text{II.16})$$

où  $p_e = nk_B T_e$  est la pression scalaire électronique et  $\phi$  le potentiel électrostatique. La mobilité électronique en absence de champ magnétique s'écrit :

$$\mu_e = \frac{e}{m\nu_e} \quad (\text{II.17})$$

avec  $\nu_e = \nu_{en} + \nu_{ei}$  la fréquence de collision électronique

### 4) Conservation de la charge

En définissant le vecteur densité de courant ionique de la façon suivante :

$$\vec{j}_i = en\vec{u}_i \quad (\text{II.18})$$

On peut alors écrire l'équation de conservation de la charge qui garantit la quasi-neutralité du plasma :

$$\vec{\nabla} \cdot (\vec{j}_i + \vec{j}_e) = 0 \quad (\text{II.19})$$

En substituant dans (II.19) l'expression pour la densité de courant électronique (II.16) et introduisant de manière explicite la densité de courant ionique déduite de la résolution

numérique de l'équation (II.8), on obtient une équation différentielle décrivant le potentiel plasma  $\phi$  dans la limite électrostatique. En pratique, il n'est pas utile d'explicitement cette équation ici en fonction de  $\phi$  dans la mesure où, comme on le verra dans la section III portant sur le schéma numérique, la discrétisation de cette équation dans le domaine de simulation fera intervenir les densités de courant électronique sur le maillage, et seulement indirectement les opérateurs différentiels appliqués à  $\phi$ .

### 5) Conservation de l'énergie

On peut écrire de manière générale une équation de conservation de l'énergie interne d'une espèce  $s$  dont la distribution en vitesse est maxwellienne sous la forme suivante :

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{3}{2} p_s \right) + \vec{\nabla} \cdot \left( \frac{5}{2} p_s \vec{u}_s + \vec{q}_s \right) = \vec{u}_s \cdot \vec{\nabla} p_s - \vec{u}_s \cdot (\vec{\nabla} \cdot \bar{T}) + \vec{\nabla} \cdot (\bar{T} \vec{u}_s) + \left( S \frac{3}{2} k_B T_s \right) \\ + Q_s - \vec{R}_s \cdot \vec{u}_s + \frac{1}{2} m_s S_s (\vec{u}_s - \vec{u}_{initiale,s})^2 \end{aligned} \quad (II.20)$$

Dans cette équation,  $p_s = n_s k_B T_s$  est la pression scalaire de l'espèce considérée.  $\vec{q}_s$  est le flux thermique de conduction,  $\vec{q}_s = -\lambda_s \vec{\nabla} T_s$  avec  $\lambda_s$  la conductivité thermique de l'espèce  $s$ . Les termes faisant intervenir le tenseur des contraintes visqueuses  $\bar{T}$  sont les termes de chauffage liés à la viscosité.

Le dernier terme de (II.20) provient des différences de vitesse d'ensemble entre l'espèce  $s$  et l'espèce source (lors de l'ionisation d'un neutre par exemple), tandis que le terme  $-\vec{R}_s \cdot \vec{u}_s$  rend compte du transfert d'énergie cinétique de dérive vers l'énergie interne de l'espèce  $s$  à la suite des collisions élastiques avec les autres espèces. Enfin, le terme  $Q_s$  regroupe les pertes d'énergie dans les collisions inélastiques et les transferts d'énergie interne inter-espèces dus aux différences de températures. Celui-ci s'écrit :

$$Q_s = \sum_{l \neq s} \frac{3 m_s m_l}{(m_s + m_l)^2} n_l n_s k_{s,l}^m (k_B T_l - k_B T_s) + \sum_{l \neq s} n_l n_s k_{s,l}^{in} \varepsilon_l \quad (II.21)$$

Ici, le premier terme est à sommer sur les différentes espèces entrant en collision élastique avec  $s$  (avec un taux de réaction  $k_{s,l}^m$ ) pour obtenir les transferts d'énergie entre espèces lors de ces collisions. Le second terme représente les pertes dans les collisions inélastiques subies par  $s$ , avec  $k_{s,l}^{in}$  et  $\varepsilon_l$  respectivement le taux de réaction et l'énergie seuil du processus considéré.

L'équation (II.20) a été obtenue de manière rigoureuse sans omettre aucun terme en partant de l'équation de conservation de l'énergie et en la combinant avec l'équation de conservation de la quantité de mouvement (II.5). Ce calcul est brièvement présentée dans l'annexe A. Cette formulation de la conservation de l'énergie interne a pour atout d'être exacte, y compris dans les cas où l'énergie de dérive devient du même ordre de grandeur que l'énergie interne. Une telle situation peut éventuellement être rencontrée au voisinage de l'orifice de la cathode : la température électronique y reste peu élevée (quelques eV) tandis que la conservation du courant électronique impose à la vitesse électronique de croître alors que la densité plasma chute sous l'effet de l'expansion vers la plume.

En pratique, l'équation de conservation de l'énergie interne appliquée aux ions  $Xe^+$  devient :

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{3}{2} p_i \right) + \vec{\nabla} \cdot \left( \frac{5}{2} p_i \vec{u}_i + \vec{q}_i \right) = \vec{u}_i \cdot \vec{\nabla} p_i + \frac{3}{2} k_B T_n S + \frac{1}{2} M S (\vec{u}_i - \vec{u}_n)^2 \\ + Q_i - (\vec{R}_{iso,n \rightarrow i} + \vec{R}_{e \rightarrow i}) \cdot \vec{u}_i \end{aligned} \quad (II.22)$$

Comme pour l'équation de conservation de la quantité de mouvement des ions (II.8), leur viscosité a été négligée. Les termes  $\frac{3}{2} k_B T_n S$  et  $\frac{1}{2} M S (\vec{u}_i - \vec{u}_n)^2$  proviennent de l'apport d'énergie thermique au fluide d'ions lors de l'ionisation d'un neutre (appartenant initialement à un fluide à température  $T_n$  et vitesse d'ensemble  $\vec{u}_n$ ). Les termes d'échange de quantité de mouvement  $\vec{R}$  ont été définis précédemment à l'équation (II.9). Le terme d'échange d'énergie interne  $Q_i$  vaut :

$$Q_i = \frac{3}{4} n \bar{v}_{iso} k_B (T_n - T_i) + 3 \frac{m}{M} n \nu_{ei} k_B (T_e - T_i) \quad (II.23)$$

où les fréquences de collisions  $\nu$  sont les mêmes que précédemment.

On notera que l'on n'a pas fait apparaître les collisions ion-neutre « backscattering » dans les termes de chauffage de l'équation d'énergie interne (II.22). En effet, contrairement au processus ion-neutre élastique qui redistribue les vitesses de manière isotrope, la collision « backscattering », comme son nom l'indique, conduit à une déflexion à  $180^\circ$  de la vitesse des particules incidentes [38] et ainsi n'affecte pas la « forme » de la fonction de distribution des fluides concernés (et donc leurs températures respectives). En résumé, il semble physique de supposer que bien que la quantité de mouvement et l'énergie de dérive d'ensemble du fluide soient affectées par les collisions « backscattering » ion-neutre, il n'en est rien pour l'énergie interne et la température des particules (dont il est question dans l'équation (II.22)). Bien entendu, les termes liés aux collisions isotropes sont introduits dans l'équation (II.22) puisqu'ils représentent un processus physiquement différent. En pratique, le choix qui vient d'être fait n'est pas anodin : on a pu constater dans les simulations numériques que l'inclusion de termes de chauffage pour les collisions ion-neutre « backscattering » (sous la forme d'un terme similaire à celui considéré pour  $\bar{v}_{iso}$ ) conduirait à un chauffage très important des neutres (leur température maximale passerait d'approximativement  $3000\text{ K}$  à  $7000\text{ K}$  au cœur du plasma) et à une augmentation irréaliste de la pression de gaz simulée dans la cathode (autour de  $2000\text{ Pa}$  contre  $1000\text{ Pa}$  expérimentalement).

Enfin, le flux d'énergie de conduction thermique figurant dans l'expression (II.22) vaut :  $\vec{q}_i = -\lambda_i \vec{\nabla} T_i$ . On utilisera pour la conductivité thermique ionique  $\lambda_i$  l'expression donnée par Braginskii en l'absence de champ magnétique [42] :  $\vec{q}_i = -3.9 \frac{n k_B T_i}{M \nu_i} k_B \vec{\nabla} T_i$  avec  $\nu_i$  la fréquence de collision ionique. On a pris ici  $\nu_i = \bar{\nu}_b + \bar{\nu}_{iso}$  (cf. paragraphe 2) dans la mesure où le transport ionique est moins altéré dans les collisions avec les électrons qu'avec les neutres, du fait des différences de masses.

Appliquée aux neutres, l'équation de conservation de l'énergie (II.20) donne :

$$\frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{3}{2} p_n \right) + \vec{\nabla} \cdot \left( \frac{5}{2} p_n \vec{u}_n + \vec{q}_n \right) = \vec{u}_n \cdot \vec{\nabla} p_n - \frac{3}{2} k_B T_n S - \vec{u}_n \cdot (\vec{\nabla} \cdot \vec{T}) + \vec{\nabla} \cdot (\vec{T} \vec{u}_n) + Q_n - (\vec{R}_{iso,i \rightarrow n} + \vec{R}_{e \rightarrow n}) \cdot \vec{u}_n \quad (\text{II.24})$$

L'ensemble des termes intervenant ici ont été définis précédemment (cf. éqs. (II.6) et (II.13)), à l'exception de  $Q_n$ , le terme d'échange d'énergie interne. Celui-ci s'écrit pour les neutres (cf. éq. (II.21)) :

$$Q_n = \frac{3}{4} n \bar{v}_{iso} k_B (T_i - T_n) + 3 \frac{m}{M} n v_{en} k_B (T_e - T_n) \quad (\text{II.25})$$

Comme pour l'équation de l'énergie interne du fluide d'ions, les termes liés aux collisions ion-neutre « backscattering » n'apparaissent pas ici. La justification physique de ce choix est la même que celle donnée précédemment.

Le flux de conduction thermique  $\vec{q}_n$  dans l'équation (II.24) s'écrit  $\vec{q}_n = -\lambda_n \vec{\nabla} T_n$ . Comme pour la viscosité dynamique  $\mu_n$  précédemment,  $\lambda_n$  est issu de données de la littérature [41].

Enfin, la conservation de l'énergie interne pour le fluide d'électrons nous donne :

$$\frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{3}{2} p_e \right) + \vec{\nabla} \cdot \left( \frac{5}{2} p_e \vec{u}_e + \vec{q}_e \right) = \vec{u}_e \cdot \vec{\nabla} p_e + Q_e + m v_e \frac{\vec{j}_e^2}{e^2 n} - S \varepsilon_{io} \quad (\text{II.26})$$

Le flux de conduction thermique  $\vec{q}_e$  s'écrit en l'absence de champ magnétique [42] :  $\vec{q}_e = -\lambda_e \vec{\nabla} T_e = -3.16 \frac{n k_B T_e}{m v_e} k_B \vec{\nabla} T_e$  avec  $v_e$  la fréquence de collision électronique.

Ici le terme de chauffage résistif  $m v_e \frac{\vec{j}_e^2}{e^2 n}$  se substitue au terme  $-\vec{R}_s \cdot \vec{u}_s$  présent dans les équations précédentes. Ces deux termes sont toutefois identiques dans la limite  $u_e \gg u_i$ ,  $u_n$ . Le terme d'échange d'énergie interne  $Q_e$  vaut ici :

$$Q_e = 3 \frac{m}{M} n v_{ie} k_B (T_i - T_e) + 3 \frac{m}{M} n v_{en} k_B (T_n - T_e) \quad (\text{II.27})$$

Enfin, le terme  $S \varepsilon_{io}$  de l'éq. (II.26) symbolise les pertes d'énergie électronique dans les collisions ionisantes avec les neutres. Pour commencer, on ne considérera que l'ionisation « directe » (sans état métastable intermédiaire), et on aura donc simplement  $\varepsilon_{io} = 12.1298 \text{ eV}$ , l'énergie du seuil de première ionisation du xénon.

## II. Conditions aux limites du domaine plasma

Au cours de cette partie, on va s'attacher à décrire de manière exhaustive la modélisation des conditions aux limites du domaine plasma. Dans un premier temps, on s'intéressera exclusivement à la région interne de la cathode (de la frontière symbolisant l'admission de gaz à l'amont jusqu'au plan de l'orifice à l'aval, voir fig. II-2 ) avant de décrire l'extension du domaine de calcul vers la proche plume de la cathode dans le chapitre III.

Dans une cathode creuse émissive, les parois jouent un rôle central : en effet, plus encore que les processus en volume, on verra lorsque l'on se penchera sur l'analyse physique du fonctionnement de la cathode dans le chapitre III, que ce sont elles qui gouvernent en

majeure partie le bilan de courant électronique global au travers de l'émission et de la collection d'une partie des électrons du plasma. Ensuite, on verra dans le chapitre IV qu'elles sont également au centre des échanges d'énergie qui maintiennent l'émetteur thermoionique à une température suffisante pour permettre l'émission, et ce sans apport externe d'énergie pour les cathodes auto-thermiques (Cathode NASA NSTAR ou Safran-SNECMA PPS®1350 par exemple). Pour les premières simulations (cf. chapitre III), et pour simplifier le problème, la température des parois émissives ne sera pas calculée de manière auto-cohérente mais sera imposée selon le profil de température mesuré expérimentalement pour le point de fonctionnement considéré [29]. Par la suite (cf. chapitre IV), un modèle thermique de la cathode sera introduit, ce qui permettra d'obtenir une simulation de la cathode pour n'importe quel point de fonctionnement sans nécessiter d'apport expérimental.

On a mentionné le rôle déterminant des parois dans la physique des cathodes creuses. De ce fait, il est nécessaire de les décrire de la manière la plus réaliste possible. C'est ce que nous allons faire dès à présent. Pour visualiser plus aisément chaque frontière dont il va être question dans les prochains paragraphes, on pourra se reporter à la figure ci-dessous.

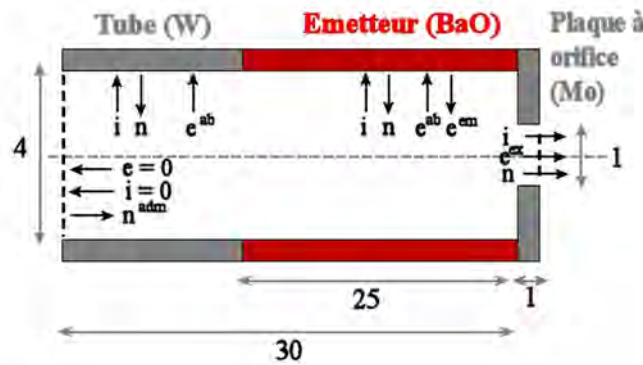


Figure II-2 : Schéma du domaine plasma simulé pour la cathode NASA NSTAR. Les dimensions figurent en mm. Les flèches représentent les flux des différentes espèces considérées ici avec  $i$  pour  $Xe^+$ ,  $n$  pour  $Xe$ ,  $e$  pour les électrons. Les exposants  $ab$ ,  $em$  et  $ex$  correspondent respectivement aux électrons perdus dans les gaines, émis, et extraits aux frontières du domaine. Le trait pointillé horizontal est l'axe de symétrie du domaine de simulation.

La cathode considérée ici présente une symétrie de révolution autour de son axe central et on discrétisera les équations de conservation sur un domaine 2D axisymétrique. Dans la suite, les résultats de simulation seront présentés sur une moitié de plan de coupe de la cathode (voir fig. II-2), tout en gardant à l'esprit la symétrie de révolution du système. En définitive, le domaine de simulation plasma 2D se composera d'une région logiquement rectangulaire de 2 mm (de rayon) pour une longueur de 30 mm. A cette région se juxtapose une seconde région rectangulaire d'un rayon de 0.5 mm pour 1 mm de longueur qui représente l'orifice de la cathode. Ces dimensions correspondent aux informations disponibles dans la littérature au sujet de la cathode NASA NSTAR étudiée ici [3,12,14].

## A. Admission

### 1) Ecoulement de neutres

A l'admission de la cathode (frontière à gauche du domaine de simulation sur la figure II-2), on injecte dans la cathode un débit massique constant de neutres de  $\Phi_{Xe} = 3.6 \text{ SCCM}$ . SCCM



signifie « standard cubic centimeter » et implique en pratique pour le xénon simplement le facteur de conversion suivant :  $1 \text{ SCCM} \approx 0.098 \text{ mg/s}$  [3].

Dans les équations de conservation présentées précédemment on a tenu compte de la viscosité des neutres. Or dans une conduite cylindrique, sous l'hypothèse additionnelle d'incompressibilité, on sait que le profil de vitesse des neutres adopte une forme parabolique, dite d'écoulement de Poiseuille. Ainsi, physiquement, il est réaliste d'imposer un tel profil de vitesse pour les neutres à l'injection.

Le profil de vitesse imposé à l'injection suivant l'axe de la cathode (noté  $z$ ) prend la forme suivante :

$$v_{\text{injection},z}(r) = v_0 \left( 1 - \left( \frac{r}{R} \right)^2 \right) \quad (\text{II.28})$$

où  $r$  et  $R$  sont respectivement la position radiale considérée, le rayon de la cathode et  $v_0$  est la vitesse sur l'axe de la cathode.

Pour un débit de gaz neutre donné  $\Gamma_n$  (en *particules/m<sup>2</sup>/s*), en se donnant une densité de référence  $n_{n_0}$  à l'injection, on a évidemment  $\pi R^2 \Gamma_n = n_{n_0} \int_0^R v_{\text{injection},z}(r) 2\pi r dr$ . On obtient alors  $v_0 = \frac{2\Gamma_n}{n_{n_0}}$ . Dans la simulation, on choisira  $n_{n_0}$  comme étant la densité neutre au premier point du domaine de simulation en partant de l'amont sur l'axe de la cathode. Le flux de neutres injectés à une position radiale donnée est alors entièrement déterminé par  $n_{n_0} v_{\text{injection},z}(r)$ .

Il nous faut également spécifier la température des neutres injectés : dans un premier temps, puisque la température des parois de la cathode n'est pas simulée, on se contentera d'injecter les neutres à la température minimale de la paroi émissive. Par la suite, lorsque l'on simulera la thermique de la cathode, la température des neutres injectés sera celle de la paroi métallique adjacente.

## 2) Plasma

Expérimentalement, dans le cas de la cathode NSTAR, on s'attend à ce que le plasma soit localisé dans une région très restreinte proche de l'orifice [14], et donc très éloignée de la frontière amont du domaine. On aura l'occasion de vérifier et d'analyser ce résultat surprenant dans le chapitre III. Il est alors raisonnable de supposer que la densité de courant électronique au travers de la frontière amont du domaine est nulle. Cette condition sera imposée dans les conditions aux limites de l'équation de conservation de la charge (II.19). De manière cohérente, le flux d'énergie électronique au travers de la frontière amont du domaine est également annulé. L'admission est traitée comme une frontière réfléchissante pour les ions et le courant ionique la traversant est annulé.

## B. Orifice

### 1) Ecoulement de neutres

Tout comme l'admission, la frontière de l'orifice (située dans le plan de sortie de la cathode, à droite sur la figure II-2) n'est pas une frontière physique de la cathode. Il faut donc la

choisir de manière à ce qu'elle influence le moins possible les grandeurs simulées dans le domaine.

Les conditions aux limites pour les neutres au niveau de l'orifice sont extrapolées à partir de l'intérieur du domaine (en densité, vitesse et température). De plus, pour créer un effet de succion représentatif de la détente du gaz dans le vide, la pression est annulée artificiellement au niveau de la frontière de l'orifice, ce qui a pour effet de créer de générer un gradient de pression et d'accélérer le gaz en sortie de cathode. Néanmoins, il serait physiquement incorrect de continuer à accélérer l'écoulement une fois que celui-ci est sonique (puisque les ondes de pression ne peuvent alors plus remonter vers l'amont). On prend ceci en compte en spécifiant la pression au niveau de l'orifice sous la forme suivante :

$$p_{n_{orifice}} = \begin{cases} 0 \text{ Pa} & \text{tant que } v_n < \sqrt{\frac{5}{3} \frac{k_B T_n}{M}} := c_{s,n} \\ p_{n_{orifice}} & \text{sinon} \end{cases} \quad (\text{II.29})$$

où  $v_n$  est la vitesse normale des neutres au plan de l'orifice au point considéré et  $c_{s,n}$  la célérité du son pour les neutres en ce point.

Ce type de condition aux limites est souvent nommé « pressure outlet » dans la littérature de mécanique des fluides.

A titre de comparaison, la pression des neutres à l'intérieur de la cathode est attendue expérimentalement aux environs de 1100 Pa. Le gradient de pression extrême imposé par (II.29) est donc tel que le col de la cathode devient très rapidement sonique. On peut s'attendre à ce que l'inclusion du domaine externe dans la simulation (cf. chapitre III) puisse éventuellement réduire la vitesse des neutres dans cette région.

## 2) Plasma

Puisque le domaine externe n'est pas inclus dans la simulation, le courant électronique extrait de la cathode est spécifié au niveau de l'orifice. On impose une densité de courant électronique uniforme normale à l'orifice valant  $j_{e_{orifice}} = I_e / (\pi R_{orifice}^2)$ . On rappelle qu'au point de fonctionnement considéré, le courant électronique extrait vaut  $I_e = 13 \text{ A}$ . Puisque cette frontière n'est pas une frontière physique, le flux d'énergie électronique au travers de cette frontière vaut simplement le flux d'advection, c'est-à-dire  $5/2 p_e \vec{u}_e$  (voir le terme de divergence de l'équation de conservation de l'énergie électronique (II.26)).

Pour les ions, cette frontière est simplement traitée comme une extrapolation du domaine interne : les composantes normales des gradients des différentes grandeurs sont annulées à la frontière. Physiquement, on pourrait s'attendre à ce que le champ électrique extracteur dans l'orifice de la cathode attire les ions vers l'intérieur de la cathode et rende donc cette condition aux limites incorrecte. Néanmoins, comme le montreront les simulations, la résultante des collisions entre ions, neutres et électrons est suffisante pour pousser les ions vers l'extérieur de la cathode (à l'encontre du champ électrique), ce qui justifie l'emploi de la condition aux limites mentionnée ci-dessus.

## C. Parois métalliques – Gaines plasma

### 1) Ecoulement de neutres

En l'absence de plasma, pour un écoulement neutre visqueux à pression atmosphérique, il est usuel d'implémenter aux parois une condition aux limites de « non-glissement » : la vitesse du fluide tangentielle à la paroi est annulée comme conséquence de la viscosité tandis que la vitesse normale à la paroi est également nulle pour respecter la non-pénétration du fluide dans la paroi. Ici, du fait des pressions faibles rencontrées (en particulier dans l'orifice), on a implémenté une condition aux limites sur la vitesse tangentielle à la paroi plus générale. Cette condition aux limites, dite en « longueur de glissement » se formule de la façon suivante [43] :

$$-l_s \left( \frac{dv_{\parallel}}{d\vec{n}} \right)_{paroi} = v_{\parallel paroi} \quad (\text{II.30})$$

où  $v_{\parallel}$  est la vitesse tangentielle à la paroi, et  $\vec{n}$  la normale sortante du domaine.  $l_s$  est la longueur de glissement pour laquelle l'expression suivante est proposée [43] :

$$l_s = \alpha \lambda_v \text{ avec } \alpha \cong 1.15 \text{ et } \lambda_v = \frac{\mu_n}{M n_n} \sqrt{\frac{\pi M}{2 k_B T_n}} \quad (\text{II.31})$$

$\alpha$  est le coefficient de glissement et  $\lambda_v$  une estimation du libre parcours moyen du gaz (pour les collisions  $Xe - Xe$ ) calculée à partir de la viscosité du gaz  $\mu_n$ .

Physiquement, on peut justifier l'expression (II.30) en imaginant que la vitesse tangentielle à la paroi n'est pas nulle directement à sa surface mais à une longueur  $l_s$  « sous la surface » de la paroi. A forte pression, on voit à l'aide de l'équation (II.31) que  $l_s$  chute et on retrouve alors la condition limite non-glissement (vitesse tangentielle nulle à la paroi). A plus faible pression,  $l_s$  augmente pour représenter le fait que les efforts de viscosité et les collisions au sein du gaz ne sont plus suffisants pour maintenir une vitesse tangentielle strictement nulle à la paroi. On pourra constater simplement l'effet de cette condition limite dans les résultats de simulation à proximité des parois de l'orifice lorsque l'on validera le modèle d'écoulement neutre, au paragraphe IV.B.

Les parois de la cathode vont être sujettes à un intense bombardement de particules (ions et électrons) issues du plasma. Dans ce modèle, on suppose que l'ensemble des ions impactant la paroi sont neutralisés et reviennent au domaine. Cela engendre un flux de neutres « émergeant » de la paroi qui doit être évacué. En conséquence, la vitesse des neutres en direction du domaine suivant la normale à la paroi est fixée à la valeur suivante :  $v_{\perp} = \Gamma_i / n_n$  avec  $\Gamma_i$  le flux d'ions sortant du domaine (son expression sera donnée dans le prochain paragraphe).

La température des neutres revenant au domaine après neutralisation d'un ion est fixée à la température locale de la paroi. Il est également possible d'introduire un coefficient d'accommodation et de prendre la température des neutres recyclés comme la moyenne pondérée entre la température de l'ion incident et celle de la paroi. On discutera brièvement de l'influence de ce choix dans le chapitre III.

## 2) Plasma

Comme mentionné auparavant, il serait irréaliste numériquement de tenter de résoudre la longueur de Debye dans le domaine plasma interne de la cathode. Le plasma est donc traité par une approche quasi-neutre, ce qui implique de modéliser les gaines (où la quasi neutralité n'est par nature pas vérifiée) de manière « externe » au domaine de simulation afin de calculer les flux de particules (et d'énergie) les traversant.

On considérera ici des gaines non-collisionnelles et sans émission secondaire à la paroi. Les ions seront supposés froids (c.-à-d. admettant une distribution faisceau). Dans ce paragraphe, on ne traitera pas le cas d'une paroi émissive. Sous de telles hypothèses, les flux de particules franchissant la gaine sont des résultats bien connus de physique des plasmas froids et leur dérivation pourra facilement se trouver dans des ouvrages de référence [3,44]. On va simplement rappeler ici quelques résultats principaux.

Les électrons issus du cœur du plasma admettent par hypothèse une distribution en vitesse maxwellienne, à la température électronique  $T_e$ . Dans cette situation, on peut évaluer le flux d'électrons capables de franchir une barrière de potentiel électrique  $\phi_0$  (analogue de la gaine plasma face à une paroi métallique planaire à potentiel  $-\phi_0$  par rapport au cœur du plasma) :

$$\Gamma_e^{ab} = \frac{1}{4} n_0 \bar{c}_e \exp\left(-\frac{e\phi_0}{k_B T_e}\right), \text{ avec } \bar{c}_e = \sqrt{\frac{8k_B T_e}{\pi m}} \text{ à la lisière de la gaine} \quad (\text{II.32})$$

Dans cette expression  $\Gamma_e^{ab}$  est le flux d'électrons « absorbés » par la paroi au travers de la gaine,  $n_0$  est la densité plasma en lisière de gaine, et  $\bar{c}_e$  la vitesse électronique moyenne pour la distribution de vitesse électronique. Cette expression sera employée en frontière du domaine plasma en conjonction avec les équations de conservation de la charge (II.19) et de l'énergie électronique (II.26) sous la forme suivante  $\vec{j}_e^{ab} \cdot \vec{n} = -e\Gamma_e^{ab}$  avec  $\vec{n}$  la normale sortante du domaine plasma. Pour obtenir le résultat (II.32), il suffit d'intégrer sur une distribution maxwellienne à température  $T_e$  la fraction d'électrons capables de traverser la barrière de potentiel, c'est-à-dire disposant d'une énergie cinétique suffisante en direction de la paroi :  $\frac{1}{2} m_e u_{e\perp}^2 \geq e\phi_0$ .

Physiquement, on se représente aisément l'expression (II.32) en interprétant tout d'abord le terme  $\frac{1}{4} n_0 \bar{c}_e$  comme le flux de particules issu d'une « demi-maxwellienne », c.-à-d. le flux de particules traversant un plan infini fictif. On reconnaît par ailleurs  $\exp\left(-\frac{e\phi_0}{k_B T_e}\right)$  comme étant le facteur de Boltzmann qui donne la décroissance de la densité électronique dans un puit de potentiel. Par conséquent, l'équation (II.32) donne le flux d'électrons impactant la paroi à partir de la densité électronique calculée à proximité immédiate de la paroi, c'est-à-dire après que ces électrons aient franchi la barrière de potentiel constituée par la gaine.

Afin de garantir la quasi-neutralité du domaine plasma (plus précisément, de s'assurer que le champ électrique dans le plasma est faible devant celui de la gaine), il est nécessaire d'imposer [44] que les ions quittent le domaine plasma avec une vitesse normale à la paroi supérieure ou égale à la vitesse dite de Bohm :

$$\vec{u}_{i_{paroi}} \cdot \vec{n} = \sqrt{\frac{k_B T_e}{M}} = u_{Bohm} \quad (II.33)$$

où  $\vec{n}$  est la normale sortante du domaine plasma.

En pratique, pour éviter une éventuelle « accumulation » non physique de plasma dans la simulation numérique, le flux d'ions normal à la frontière du domaine plasma sera pris comme étant égal à :  $\Gamma_i^{ab} = n \times \max(u_{Bohm}, \vec{u}_{i_{paroi}} \cdot \vec{n})$ .

Contrairement à l'approche de « dérive-diffusion » que l'on a choisie pour les électrons (eq. (II.16)), la quantité de mouvement pour les ions est obtenue au travers d'une équation de conservation. Il faut donc spécifier correctement le flux de quantité mouvement à la frontière du domaine. En première approche, on peut choisir d'écrire ce flux :  $\Gamma_i \vec{u}_i$ . Numériquement, cela présente l'inconvénient de ne pas garantir la contrainte  $u_{i\perp} \geq u_{Bohm}$  à la frontière du domaine (avec  $u_{i\perp}$  la vitesse normale à la paroi) et le champ de vitesse risque alors d'être incohérent. Pour pallier ce problème, on décompose le flux de quantité de mouvement en ses deux composantes tangentielle et normale à la paroi (resp.  $\parallel$  et  $\perp$ ) et on impose le flux suivant:

$$\vec{\Gamma} u_i \rightarrow \begin{cases} \Gamma_i u_{i,\perp} & \text{si } u_{i\perp} \geq u_{Bohm}, 0 \text{ sinon} \\ \Gamma_i u_{i,\parallel} \end{cases} \quad (II.34)$$

En pratique, cela revient à ne pas « perdre » de quantité de mouvement tant que la vitesse de Bohm n'est pas atteinte. De cette façon, le champ de vitesse ionique atteint rapidement un profil réaliste dès le début de la simulation. Par la suite, les pertes de quantité de mouvement aux parois correspondent aux flux physiquement corrects.

On s'intéresse maintenant aux flux d'énergie interne emportés par ces particules (électrons et ions).

Concernant les électrons, un résultat standard de physique des plasmas relié à l'équation (II.32) montre que le flux d'énergie interne électronique moyenne du plasma emporté par des électrons d'une distribution de température  $T_e$  qui parviennent à franchir une barrière de potentiel électrique  $\phi_0$  vaut :

$$(\Gamma E)_e^{ab} = \Gamma_e^{ab} (2k_B T_e + e\phi_0) \quad (II.35)$$

où  $\Gamma_e^{ab}$  est donné par l'expression (II.32). La dérivation de ce résultat pourra par exemple être trouvée dans [25] et est tout à fait similaire à celle donnant l'équation (II.32).

Enfin, pour les ions, le flux d'énergie interne quittant le domaine plasma est immédiatement donné par :

$$(\Gamma E)_i^{ab} = \Gamma_i^{ab} \frac{5}{3} k_B T_i \quad (II.36)$$

## D. Emetteur thermoionique

### 1) Généralités

Comme on l'a mentionné précédemment, l'émetteur thermoionique de la cathode NSTAR se compose d'une matrice de tungstène sur laquelle a été déposée de l'oxyde de baryum. Dans le cas présent, le composé est nommé BaO-W (411). Une fois chauffé (autour de 1400 K), cet élément émissif va émettre un courant électronique significatif (plus de  $10 A/cm^2$ , cf. [21]) par émission thermoionique. Physiquement, ce processus est analogue pour les électrons au franchissement d'une barrière de potentiel, nommée travail de sortie, et qui sera notée ici  $\phi_{wf}$  (mesurée en eV). Dans cet émetteur, le rôle de l'oxyde de baryum est justement d'abaisser le travail de sortie du composé : à titre de comparaison, le travail de sortie du BaO-W (411) à 1400 K vaut environ 2.1 eV tandis que celui du tungstène pur vaut plus de 4.6 eV quelle que soit la température de l'élément émissif [45]. Or la dépendance du courant d'émission vis-à-vis du travail de sortie est exponentielle. En effet, celle-ci est donnée par la loi de Richardson-Dushman [46] :

$$J^{em} = A_0 T_w^2 \exp\left(-\frac{e\phi_{wf}}{k_B T_w}\right), \text{ avec } A_0 \cong 119.58 \times 10^4 A/m^2/K \quad (\text{II.37})$$

où  $J^{em}$  est la densité de courant émise,  $T_w$  la température locale de l'élément émissif, et  $A_0$  une constante universelle indépendante du matériau émissif, nommée constante de Richardson. Au regard de cette équation, on comprend bien qu'une diminution même faible du travail de sortie  $\phi_{wf}$  peut conduire à un accroissement important de la densité de courant d'émission.

Dushman a été le premier à proposer un calcul ab initio basé sur la mécanique quantique de la valeur de  $A_0$  [46]. Il a cependant commis une erreur d'un facteur 2 en ne prenant pas en compte le poids statistique de l'électron dû à son spin, inconnu alors. La valeur correcte de cette constante ainsi qu'un tour d'horizon très complet de la physique de l'émission thermoionique sont proposés par Nottingham dans [6].

Toutefois, sans valeur du travail de sortie  $\phi_{wf}$ , l'équation (II.37) est incomplète. En pratique, on imagine bien que  $\phi_{wf}$  est difficile à calculer théoriquement, puisque cette grandeur pourrait dépendre physiquement aussi bien du réseau cristallin du tungstène, que de l'interaction entre l'oxyde de baryum et le tungstène, voire même de l'état de surface de l'émetteur. De plus, même pour un processus de fabrication de l'élément émissif donné, celui-ci comporte un grand nombre d'étapes à partir des éléments de base à l'état de poudre (pressage, frittage, mise en forme, imprégnation de l'élément émissif...) [23] qui sont susceptibles d'introduire une certaine variabilité d'un émetteur fini à l'autre. Dans ce modèle on utilisera la valeur de  $\phi_{wf}$  obtenue expérimentalement par Cronin [23] pour un émetteur BaO-W (411) par ajustement de (II.37) au courant émis mesuré expérimentalement.  $\phi_{wf}$  dépend linéairement de la température de la paroi émissive et vaut :

$$\phi_{wf}(T_w) = 1.67 + 2.82 \times 10^{-4} T_w \text{ [eV]} \quad (\text{II.38})$$

où  $T_w$  est donné en Kelvin.

Il est maintenant évident que le niveau et le profil de température le long de l'élément émissif vont avoir une influence considérable sur le fonctionnement de la cathode. Comme cela a déjà été évoqué, on se bornera pour l'instant à modéliser le plasma de la cathode sans tenir compte du couplage avec les transferts thermiques. Le modèle thermique de la cathode ne sera introduit que plus tard dans le chapitre IV. Le profil thermique employé ici le long de l'élément émissif (long de 2.5 cm dans le cas présent) est le suivant :

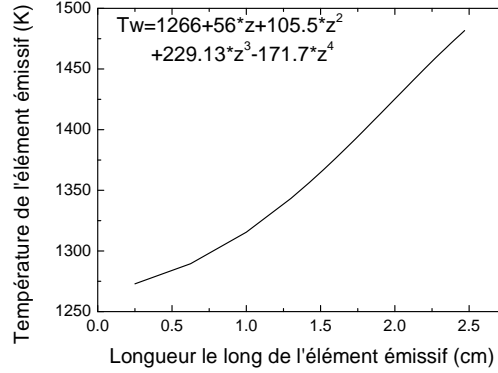


Figure II-3 : Profil de température de l'insert émissif imposé pour les simulations plasma découplées du modèle thermique pour un courant de décharge  $I_{\text{extrait}} = 13 \text{ A}$  et un débit de xénon  $Q_{Xe} = 3.6 \text{ SCCM}$ . Dans le polynôme d'interpolation donné ci-dessus,  $z$  est la distance normalisée le long de l'insert émissif.

Ce profil de température a été obtenu par ajustement polynomial aux mesures de température disponibles dans la littérature pour cette cathode et ce point de fonctionnement [29].

Après avoir donné un aperçu général de l'émission thermoionique, il est maintenant nécessaire de décrire son interaction avec les gaines plasma et le modèle de cathode.

## 2) Ecoulement de neutres

Concernant l'écoulement neutre uniquement, on ne fera pas de différence dans ce modèle entre émetteur et paroi métallique. Les conditions aux limites appliquées aux neutres face à l'émetteur sont en tous points identiques à celles décrites précédemment au paragraphe C.1).

## 3) Plasma

### a) Généralités

Les hypothèses du modèle de gaine émissive ne sont pas radicalement différentes de celles de la gaine sans émission électronique. On considère toujours la gaine unidimensionnelle, non collisionnelle, mais cette fois on tient compte, en plus des ions monocinétiques et des électrons maxwelliens issus du plasma (à température  $T_e$ ), d'une population d'électrons émise à la paroi. Ces électrons entrent dans la gaine plasma (depuis la paroi) avec une énergie cinétique moyenne de l'ordre de  $2k_B T_w$  où  $T_w$  est la température de la paroi. On justifie cette expression en remarquant que la situation pour le bilan d'énergie des électrons émis est tout à fait analogue à celle présentée au paragraphe C.2) lorsque l'on a considéré une population d'électrons maxwellienne franchissant une barrière de potentiel pour quitter le plasma. Cette fois, la population d'électrons émis possède une température initiale

$T_w$  et la barrière de potentiel correspond au travail de sortie  $\phi_{wf}$ . Or le bilan est fait maintenant à la frontière entre la barrière de potentiel (c.-à-d. le travail de sortie), et la gaine plasma, après le franchissement de la barrière par les électrons émis, ce qui explique la disparition du terme  $\phi_{wf}$ . Il est instructif de comparer les températures des distributions d'électrons issus du plasma et émis à la paroi : la température électronique dans le plasma est de l'ordre de quelques eV, en comparaison d'une température  $T_w$  de la paroi de l'ordre de 1500 K. Ainsi, si la densité dans la gaine des électrons issus du plasma est bien décrite par une loi de Boltzmann, il est plus adéquat de décrire ceux émis par la paroi par un faisceau, tout comme pour les ions issus du plasma.

On remarquera que ces hypothèses laissent une question sans réponse dans le traitement des électrons émis : alors que ceux-ci quittent la gaine sous forme d'un faisceau (puisque la gaine est non collisionnelle, ceux-ci ne peuvent pas thermaliser), ils sont assimilés à une population électronique maxwellienne unique dans le plasma. On suppose donc implicitement que les collisions coulombiennes sont suffisantes dans le plasma pour thermaliser ces électrons immédiatement au dehors de la gaine avec les électrons du plasma. Indirectement, cela implique également que la densité d'électrons émis à la paroi au niveau de la frontière avec le plasma est faible devant la densité plasma. On va voir dans la suite que cette hypothèse est effectivement vérifiée.

b) 1<sup>ère</sup> approche : la gaine plasma émissive est « monotone »

Lorsqu'une gaine plasma se forme face à un émetteur thermoionique, un champ électrique non nul est présent face à la paroi. Physiquement, il est raisonnable d'imaginer que l'on se trouve dans la situation schématisée sur la figure II-4, où le trait plein représente la variation du potentiel électrique  $\phi$ , et  $E_w$  le champ électrique à la paroi.  $n_0$ ,  $T_e$  et  $\phi_0$  sont respectivement la densité plasma, la température électronique et le potentiel plasma immédiatement face à la gaine.

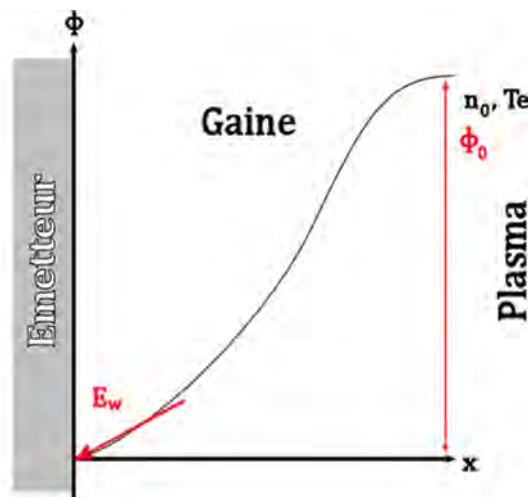


Figure II-4 : Schématisation de la gaine émissive, profil de potentiel monotone, 1<sup>ère</sup> approche

La présence du champ électrique  $E_w$  à la paroi conduit en fait à une diminution du travail de sortie effectif. Or le travail de sortie correspond physiquement à la barrière qui s'oppose à l'émission d'électrons. Ainsi, la présence du champ électrique  $E_w$  conduit à une amplification du courant d'électrons émis : c'est l'effet Schottky. Cet effet s'insère naturellement dans la loi de Richardson-Dushman (II.37) pour donner la densité de courant émis suivante :



$$J^{em} = A_0 T_w^2 \exp\left(-\frac{e(\phi_{wf} - \phi_{sh})}{k_B T_w}\right), \text{ avec le potentiel Schottky } \phi_{sh} = \sqrt{\frac{e|E_w|}{4\pi\epsilon_0}} \quad (\text{II.39})$$

$A_0$  est la même constante que précédemment et  $\phi_{wf}$  est toujours donné par la relation (II.38).  $\epsilon_0$  est la permittivité du vide (en unités SI). Pour mieux comprendre l'origine physique du potentiel Schottky  $\phi_{sh}$ , il est intéressant d'effectuer sa dérivation ; ce calcul est proposé en annexe (cf. annexe B).

On imagine bien que le profil de potentiel  $\phi$  et donc le champ électrique à la paroi  $E_w$  vont dépendre de la distribution des charges dans la gaine, électrons émis y compris, au travers de l'équation de Poisson. Or la densité de courant émis dépend elle-même de  $E_w$  au travers de l'effet Schottky. Nous sommes confrontés à une dépendance non triviale de l'émission électronique envers les conditions plasma en frontière de gaine qu'on va maintenant chercher à déterminer. Posé de cette façon, ce problème a été traité par Mikellides *et al.* [25] et on reprendra ici les grandes lignes de leur approche.

On commence par déterminer les densités de particules chargées dans la gaine non-collisionnelle, pour enfin résoudre l'équation de Poisson et déterminer  $E_w$ . On débute par la densité de la population d'ions monocinétiques. Si l'on combine la conservation de la matière pour les ions avec la conservation de l'énergie d'un ion en chute libre dans le potentiel de gaine  $\phi(x)$  :

$$\begin{aligned} n_{i,0} u_{i,0} &= n_i(x) u_i(x) \\ \frac{1}{2} M u_{i,0}^2 + e\phi_0 &= \frac{1}{2} M u_i^2(x) + e\phi(x) \end{aligned} \quad (\text{II.40})$$

On obtient le profil de densité ionique dans la gaine plasma  $n_i(x)$  sous la forme suivante :

$$\frac{n_i(x)}{n_{i,0}} = \left[ 1 + \frac{2e(\phi_0 - \phi(x))}{M u_{i,0}^2} \right]^{-1/2} \quad (\text{II.41})$$

Dans ces équations  $n_{i,0} = n_0$  est la densité plasma en lisière de gaine et  $u_{i,0}$  la vitesse des ions à l'entrée de la gaine. Physiquement, on peut s'attendre à retrouver ici une vitesse minimale à l'entrée de la gaine, tout comme la vitesse de Bohm dans le cas non émissif, afin de garantir la quasi neutralité du plasma. On va voir plus loin un argument impliquant que la vitesse minimale des ions à l'entrée de la gaine émissive est effectivement de nouveau la vitesse de Bohm dans un cas réaliste de fonctionnement de la cathode.

En procédant de même pour les électrons émis :

$$\begin{aligned} J^{em} &= -en_e^{em}(x) u_e^{em}(x) = -en_{e,w}^{em} u_{e,w}^{em} \\ \frac{1}{2} m (u_e^{em}(x))^2 - e\phi(x) &= \frac{1}{2} m (u_{e,w}^{em})^2 \end{aligned} \quad (\text{II.42})$$

Ici  $J^{em}$  est la densité de courant d'émission, telle que donné par l'équation (II.39), et  $n_e^{em}$  et  $u_e^{em}$  sont respectivement la densité et la vitesse du faisceau d'électron émis. Les indices  $w$  désignent les grandeurs prises immédiatement à la paroi (à gauche sur le schéma fig. II-4). La référence des potentiels électriques *dans ce paragraphe* est prise à 0 (c.-à-d.  $\phi_w = 0$ ). Ce ne sera plus le cas dans les développements ultérieurs, et en particulier dans le modèle de gaine émissive qui sera effectivement utilisé dans cette thèse (voir plus loin, paragraphe c)

On l'a vu plus haut, l'énergie cinétique moyenne des électrons émis vaut  $2k_B T_w$  (cf. paragraphe a). On obtient alors  $(u_{e,w}^{em})^2 = 4k_B T_w/m$ . En substituant cette valeur de  $u_{e,w}^{em}$  et en combinant les deux équations de (II.42), on obtient la densité électronique de la population d'électrons émis :

$$n_e^{em}(x) = \frac{J^{em}}{e} \left[ \frac{4k_B T_w}{m} + \frac{2e\phi(x)}{m} \right]^{-\frac{1}{2}} \quad (\text{II.43})$$

Il nous suffit maintenant de déterminer la densité de la population d'électrons maxwelliens provenant du plasma. Afin de garantir la quasi neutralité du plasma en frontière de gaine, qu'on désignera par l'indice 0, on doit imposer :  $n_0 = n_{i,0} = n_{e,0}^{em} + n_{e,0}^p$ . Dans cette équation,  $n_e^p(x)$  représente la densité dans la gaine des électrons provenant du plasma. Conformément aux hypothèses du paragraphe a), leur densité évolue alors dans la gaine suivant la loi de Boltzmann :

$$n_e^p(x) = n_{e,0}^p \exp\left(-\frac{e(\phi_0 - \phi(x))}{k_B T_e}\right), \text{ avec } n_{e,0}^p = n_0 - n_{e,0}^{em} \quad (\text{II.44})$$

Il est maintenant intéressant d'estimer la densité d'électrons émis au niveau de la lisière de la gaine et de la comparer à la densité d'électrons issus du plasma, ce qui nous permettra de confirmer l'hypothèse du paragraphe a) que les électrons émis sont minoritaires en lisière de gaine devant la population d'électrons du plasma. En s'appuyant sur des résultats de simulation de la littérature [25], ou à partir des simulations de cette étude (cf. chapitre III), on peut estimer la densité plasma en lisière de gaine à  $n_0 \cong 8 \times 10^{19} m^{-3}$  pour un potentiel plasma  $\phi_0 \cong 5 V$ , une densité de courant émis de  $J^{em} \cong 1.7 \times 10^5 A.m^{-2}$  et une température à la paroi  $T_w \cong 1400 K$ . On obtient la densité d'électrons émis en lisière de gaine suivante :  $n_{e,0}^{em} \cong 8 \times 10^{17} m^{-3}$ . Ainsi, on a effectivement  $n_{e,0}^{em} \ll n_{e,0}^p, n_0$  ce qui confirme l'hypothèse faite auparavant.

Les conditions plasma sont évidemment variables d'un point à l'autre de l'émetteur, et on a choisi des valeurs représentatives d'une région où l'émission électronique est significative. En allant plus loin, on sait que le critère de Bohm s'appuie sur les variations des densités de particules chargées en lisière de gaine pour déterminer la vitesse minimale des ions à l'entrée de la gaine (la vitesse de Bohm) [44]. Or, on vient d'observer que la densité  $n_{e,0}^p$  est très peu affectée par l'émission électronique. Ainsi, les densités de particules chargées en lisière de gaine sont similaires à celles obtenues pour une gaine non émissive et par conséquent la vitesse des ions à l'entrée de la gaine sera proche de la vitesse de Bohm, c.-à-d.  $u_{i,0} \cong u_{Bohm} = \sqrt{k_B T_e / M}$  dans l'équation (II.41).

Armés des expressions (II.41), (II.43) et (II.44), il est maintenant possible de déterminer le potentiel de gaine à l'aide de l'équation de Poisson :

$$\frac{\varepsilon_0}{e} \frac{d^2 \phi}{dx^2} = n_e^{em}(\phi) + n_e^p(\phi) - n_i(\phi) \quad (\text{II.45})$$

Ici, les dépendances des densités de particules ont directement été introduites en fonction de  $\phi$  pour bien illustrer le fait que la dépendance spatiale n'apparaît plus dans le terme de droite. En multipliant les deux termes de cette équation par  $d\phi/dx$  et en intégrant en

imposant la condition limite  $\left. \frac{d\phi}{dx} \right|_0 = \left. \frac{d\phi}{dx} \right|_{\phi=\phi_0} = 0$  en lisière de gaine (pour garantir la quasi-neutralité du plasma), on obtient aisément le profil de  $\frac{d\phi}{dx}(\phi)$  dans la gaine et en particulier la valeur du champ électrique à la paroi  $E_w = -\frac{d\phi}{dx}(\phi = 0)$  :

$$-\frac{1}{2} \frac{\varepsilon_0}{e} (E_w)^2 = J^{em} \frac{m}{e^2} \left[ \left( \frac{4k_B T_w}{m} + \frac{2e\phi_0}{m} \right)^{\frac{1}{2}} - \left( \frac{4k_B T_w}{m} \right)^{\frac{1}{2}} \right] + \frac{4k_B T_e}{e} n_{e,0}^p \left[ 1 - \exp\left(-\frac{e\phi_0}{k_B T_e}\right) \right] + \frac{n_0 M u_{i,0}^2}{e} \left[ 1 - \left( 1 + \frac{2e\phi_0}{M u_{i,0}^2} \right)^{\frac{1}{2}} \right] \quad (\text{II.46})$$

Pour des conditions plasma en lisière de gaine données (indiquées 0) et un courant d'émission fixé  $J^{em}$ , l'équation (II.46) nous fournit le champ électrique à la paroi  $E_w$ , et donc en définitive le potentiel Schottky  $\phi_{sh}$ . En résolvant numériquement le système d'équations formé par (II.39) et (II.46), on obtient finalement un potentiel Schottky et un courant d'émission auto-cohérent.

Cette approche conduit dans les régions où l'émission est importante à un potentiel Schottky de l'ordre de 0.5 eV. Comparé au travail de sortie  $\phi_{wf}$  (environ 2.1 eV à 1400 K), on pourrait croire l'effet Schottky assez insignifiant. Mais ce serait oublier la croissance exponentielle du courant d'émission avec le travail de sortie effectif (voir éq. (II.39)). Ainsi,  $\phi_{sh} = 0.5 \text{ eV}$  correspond à multiplier  $J^{em}$  par 1.5 à 1400 K par rapport au cas sans effet Schottky ! Sous cette forme, le modèle de gaine émissive permet de déterminer de manière simple et auto-cohérente le courant d'émission tout en tenant compte d'un effet correctif sur l'émission électronique introduit par l'effet Schottky.

Néanmoins, comme on va le voir dans la prochaine section, l'approche développée jusqu'ici (en particulier le calcul de l'effet Schottky) nous cantonne au régime où la gaine est suffisamment dense pour extraire le courant électronique de la paroi et où le courant traversant la gaine est limité par le courant d'émission thermoionique. Or, pour les raisons qui vont être présentées dans la suite, avec un tel modèle de gaine, on se trouve incapable de décrire les situations où le courant est limité par une saturation de charge d'espace dans la gaine. Du fait des importants gradients de densité plasma observés dans une cathode sur de courtes distances (aisément plusieurs ordres de grandeurs le long de l'insert émissif, voir par exemple [14] ou encore les résultats de simulation présentés dans le chapitre III), cette situation peut tout à fait se produire physiquement, et il est primordial d'enrichir la description de la gaine sur ce point.

Enfin, on signale que, rigoureusement, le profil de potentiel électrique obtenu à partir de (II.45) permettrait de dériver un analogue du critère de Bohm tenant compte du courant d'émission qui conduirait à des vitesses ioniques en lisière de gaine inférieures à la vitesse de Bohm dans le cas classique sans émission. Puisque ce modèle de gaine ne sera en définitive pas utilisé, on n'effectuera pas ce calcul ici.

c) Modèle de gaine affiné : prise en compte de la limitation de charge d'espace. Mise en place du modèle.

i) Généralités

Dans l'approche qui vient d'être détaillée dans le précédent paragraphe, la barrière de potentiel (ou travail de sortie) franchie par les électrons émis est calculée a priori (au travers de sa dépendance expérimentale envers la température, cf. éq. (II.38)), et est corrigée a posteriori par l'effet Schottky. Il est important de remarquer, à partir de l'équation (II.39), que l'effet Schottky (donné sous la forme du potentiel Schottky  $\phi_{sh} = \sqrt{e|E_w|/4\pi\epsilon_0}$  ne peut conduire qu'à une *amplification* du courant d'émission au travers de la réduction du travail de sortie effectif. Or on s'attend physiquement, à mesure que le potentiel de gaine diminue, à retrouver un courant électronique émis extrait de la gaine s'apparentant à une loi de Child-Langmuir (sous l'effet de la saturation de la charge d'espace). Il est clair que le courant d'émission tel qu'il est donné par l'équation (II.39) ne peut reproduire ce comportement.

Diverses approches approximatives, notamment à l'aide de coefficients de lissage, ont été proposées dans la littérature afin de retrouver les deux régimes extrêmes [47] que sont le régime du type Child-Langmuir (CL) à faible potentiel de gaine, puis le régime d'émission thermoionique (TL) corrigé de l'effet Schottky à plus fort potentiel. Hélas toutes ces approches sont déficientes en raison de leur incapacité à résoudre correctement la région de transition entre les deux régimes. Il serait également nécessaire d'introduire des paramètres de lissage sans base physique qui seraient probablement amenés à varier selon les conditions plasma en lisière de gaine. L'approche suggérée par Eng dans [48] apporte un élément nouveau intéressant sur une base théorique : il propose d'apporter une correction à l'effet Schottky sous la forme  $\phi_{sh,corrigé} = \phi_{sh} \sqrt{1 - (J^{net}/J^{Child})^2}$  où  $J^{net}$  est la densité de courant nette traversant la gaine, et  $J^{Child}$  est la densité de courant donnée par la loi de Child-Langmuir. Cette correction s'applique tant que  $J^{net} < J^{Child}$  ; dans le cas contraire,  $J^{net}$  est limité par  $J^{Child}$ . Physiquement, cette correction apparaît, après un développement analytique, comme l'effet de la barrière de potentiel créée par le nuage électronique d'électrons émis, sur l'émission thermoionique. En cela, cette approche va plus loin que le traitement proposé par Prewett et Allen [49] : alors que ces derniers donnent une expression du courant limite extrait de la gaine (à courant électronique émis fixé), l'approche détaillée dans [48] considère physiquement la « rétroaction » des particules chargées sur le processus d'émission. Néanmoins, du fait du développement analytique, cette description présente encore des difficultés dans la région de transition entre les régimes TL et CL. On verra qu'une résolution numérique permet de ne faire aucune approximation dans le modèle de gaine et de résoudre complètement la région de transition entre les deux régimes.

Dans ce qui va suivre, on va présenter dans les grandes lignes l'approche qui a été choisie dans notre modèle de gaine, en nous appuyant sur [48,50] et en enrichissant ces travaux de la présence des espèces issues du plasma dans la gaine (alors que seuls les électrons émis étaient présents dans [50]). Une fois le problème posé, la résolution de ce modèle de gaine se fera numériquement, suivant l'approche détaillée dans l'annexe B.

Le point de départ pour cette approche est une généralisation de la loi de Richardson-Dushman (II.39). Cette fois, on commence par faire apparaître explicitement dans l'expression de la densité de courant émis la barrière de potentiel  $\phi_b$  qui confine les électrons dans l'émetteur. Ainsi, on part de la loi suivante pour le courant d'émission électronique : [50,51]

$$J^{em} = A_0 T_w^2 \exp\left(-\frac{e\phi_b}{k_B T_w}\right) \quad (\text{II.47})$$

où  $A_0$  est le même que précédemment.

Cette approche est centrée autour de l'idée que l'on peut tout à fait résoudre la barrière de potentiel  $\phi_b$  « à l'intérieur » du modèle de gaine. En effet, si la gaine admet la variation de potentiel non-monotone schématisée sur la figure II-5, il sera possible de résoudre la barrière de potentiel  $\phi_b$ , au sein du modèle de gaine, et par conséquent d'incorporer de manière auto-cohérente les effets du plasma sur l'émission. On pourra alors espérer retrouver naturellement le régime de saturation de charge d'espace (avec un comportement de la gaine du type Child-Langmuir) lorsque  $\phi_0 < \phi_b$ .

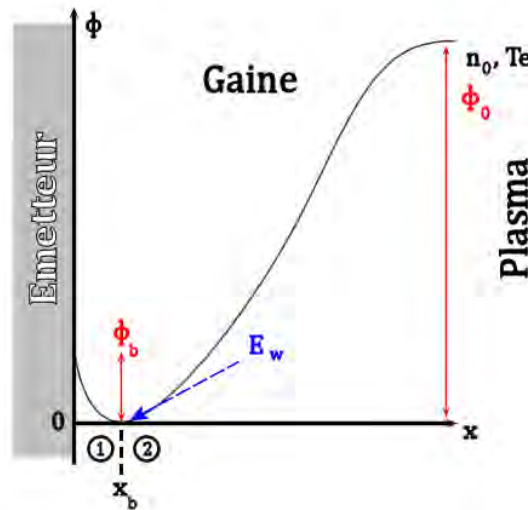


Figure II-5 : Schématisation de la gaine émissive : description de la double barrière de potentiel

## ii) Barrière de potentiel et charges images

Quelle serait- alors l'origine de la barrière de potentiel  $\phi_b$  face à l'émetteur ? (région 1 sur la fig. II-5) Lorsque l'on place un électron face à une paroi métallique infinie portée à potentiel nul, il apparaît une charge image (virtuelle) dans le conducteur pour garantir la nullité du potentiel en surface. C'est la méthode dite des « charges image » qui permet de « remplacer » une condition limite par des charges fictives. Si l'on considère un électron placé à une position  $x$  face à l'émetteur (à la position  $x_{paroi}$ ), la charge image se forme à l'abscisse :

$$x_i = 2(x_{paroi} - x_d) - x \quad (\text{II.48})$$

où  $x_d$  est un petit déplacement ( $x_d > 0$ ) que l'on explicitera dans la suite et qui sera relié aux propriétés d'émission de la paroi. Il peut tout à fait être pris à 0 pour l'instant sans nuire à la compréhension.

La force attractive entre la charge réelle et la charge image est donnée par la loi de Coulomb :

$$\vec{F}_i = -\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0(x-x_i)^2}\vec{e}_x = -\frac{e^2}{16\pi\epsilon_0(x-x_{paroi}+x_d)^2}\vec{e}_x \quad (\text{II.49})$$

où  $\vec{e}_x$  est la normale unitaire orientée suivant l'axe x de la figure II-5.

La force attractive  $\vec{F}_i$  dérive de l'énergie potentielle suivante :

$$U_i(x) = -\int_{\infty}^x \vec{F}_i \cdot \vec{e}_x dx = -\frac{e^2}{16\pi\epsilon_0(x-x_{paroi}+x_d)} \quad (\text{II.50})$$

où la référence du potentiel  $U_i$  a été prise à 0 pour une charge infiniment éloignée de la paroi. C'est justement l'introduction de ce potentiel  $U_i$  qui nous permettra, de décrire la forme particulière (non monotone) du potentiel électrostatique présenté sur la figure II-5.

On remarque que l'énergie potentielle  $U_i$  est singulière en la position  $x = x_{paroi} - x_d$ , contrairement à l'énergie potentielle électrostatique produite par la distribution de charges physiques face au matériau (donnée par l'équation de Poisson). Il est commode de séparer ces deux contributions dans la suite. Ainsi, en notant l'énergie potentielle électrostatique totale pour les électrons  $U_{e,tot}$ , on a :

$$U_{e,tot}(x) = U_i(x) + U_{e,plasma}(x) \quad (\text{II.51})$$

Ici,  $U_{e,plasma}(x)$  est l'énergie potentielle électrostatique due à la distribution de charges réelles dans la gaine, et vaut  $U_{e,plasma}(x) = -e\phi_{plasma}(x)$ . Le potentiel électrostatique  $\phi_{plasma}(x)$  est évidemment solution de l'équation de Poisson :

$$\frac{d^2}{dx^2}(\phi_{plasma}) = -\frac{e}{\epsilon_0}(n_i - n_e^p - n_e^{em}) \quad (\text{II.52})$$

où seules les charges *physiques* ( $n_i$ ,  $n_e^p$  et  $n_e^{em}$ ) interviennent. En définissant maintenant le potentiel électrostatique « total » par  $U_{e,tot} = -e\phi_{tot}$ , on aboutit à  $\phi_{plasma} = \phi_{tot} + \frac{U_i}{e}$ . Enfin, en substituant ceci dans l'équation de Poisson (II.52), on aboutit enfin à une équation pour le potentiel électrostatique total :

$$\frac{d^2}{dx^2}(\phi_{tot}) = -\frac{e}{\epsilon_0}(n_i - n_e^p - n_e^{em}) + \frac{2e}{16\pi\epsilon_0(x-x_{paroi}+x_d)^3} \quad (\text{II.53})$$

Pour achever de poser cette équation, il nous reste à définir le terme  $x_d$  qui a été introduit ici sans explication. Sans ce terme, on remarque que le terme  $U_i$  serait singulier immédiatement à la paroi, ce qui serait évidemment non physique. Formellement, le terme  $x_d$  permet de choisir le plan de symétrie à partir duquel on définit la charge image à l'intérieur du matériau émissif. Considérons un électron de l'émetteur isolé à une position infiniment proche de la paroi *mais à l'intérieur* de l'émetteur (zone grisée sur la fig. II-5). Celui-ci est lié à l'émetteur par le travail de sortie  $\phi_{wf}$  :

$$U_i(x_{paroi}) = -e\phi_{wf}(T_w) \quad (II.54)$$

avec  $\phi_{wf}$  (en eV) donné par la relation (II.38). On obtient immédiatement :

$$x_d = \frac{e}{16\pi\epsilon_0\phi_{wf}(T_w)} \quad (II.55)$$

Ainsi, physiquement, le paramètre  $x_d$  permet d'introduire dans (II.53) un lien avec la nature de l'élément émissif au travers de son travail de sortie.

Il est intéressant de comparer les ordres de grandeurs des différents termes de (II.53). Pour une température de paroi  $T_w$  de l'ordre de  $1400\text{ K}$ , on obtient  $\phi_{wf} \cong 2.06\text{ eV}$  et  $x_d \cong 1.7 \times 10^{-10}\text{ m}$ . Or, si  $n_0$  est de l'ordre de  $10^{20}\text{ m}^{-3}$  et  $T_e$  autour de  $2\text{ eV}$ , la longueur de Debye  $\lambda_D$  vaut approximativement  $\lambda_D \cong 1\text{ }\mu\text{m} \gg x_d$ . En supposant que la gaine plasma a une épaisseur de quelques longueurs de Debye, on peut calculer la contribution du dernier terme de (II.53) en densité de charges équivalente à une distance  $\lambda_D$  de la paroi :  $\frac{2}{16\pi(\lambda_D)^3} \cong 3 \times 10^{16}\text{ m}^{-3}$ . Bien que la comparaison soit imparfaite, on peut remarquer que la contribution de ce potentiel d'interaction est faible devant la densité d'espèces chargées en lisière de gaine (de l'ordre de  $10^{19} - 10^{20}\text{ m}^{-3}$  ; pour effectuer une comparaison valide, il faudrait considérer la densité de charge). Ainsi, il est tout à fait légitime de négliger ce terme loin de la paroi, tant que la densité plasma est suffisamment élevée. En se limitant à la gaine « lointaine », (région 2 sur la fig. II-5), on retrouve alors le modèle de gaine développé au paragraphe b).

### iii) Un cas idéalisé : Obtention de l'effet Schottky

Mais qu'en est-il de la région immédiatement adjacente à la paroi ? (région 1 sur la fig. II-5) On comprend bien que la contribution apportée par  $U_i$  dans l'éq. (II.53) puisse y être dominante. Pour simplifier le problème, on peut imaginer que le champ électrique créé par le plasma dans la région 2 proche de la paroi (cf. fig. II-5) est une constante (qui peut être déterminée comme dans le modèle de gaine au paragraphe b). On le note  $E_w$ . Un électron placé à une distance  $x$  de la paroi ( $x \ll \lambda_D$ ,  $x_{paroi} = 0$ ) est soumis à l'énergie potentielle électrostatique totale :

$$U_{e,tot}(x) = -e|E_w|x + U_i(x) \quad (II.56)$$

L'importance relative des différents termes de (II.56) est schématisée sur la figure ci-dessous :

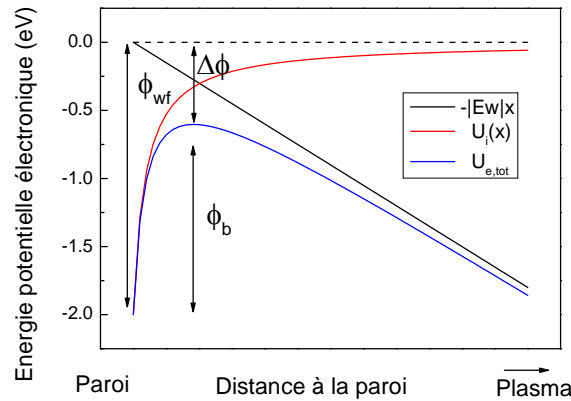


Figure II-6 : Energie potentielle électronique dans la gaine proche de la paroi émissive

On constate que l'énergie potentielle électrostatique totale passe par un maximum qui est rabaisé par rapport au travail de sortie  $\phi_{wf}$  d'une énergie  $\Delta\phi$ . Cette diminution de la barrière de potentiel franchie par un électron émis s'appelle le potentiel Schottky. On peut déterminer sa valeur en commençant par calculer la position du maximum :

$$\frac{d}{dx} U_{e,tot}(x_{max}) = 0 \quad (II.57)$$

On obtient  $x_{max} + x_d = \sqrt{\frac{e}{16\pi\epsilon_0|E_w|}}$  et surtout la valeur du potentiel Schottky (cf. la loi de Richardson-Dushman (II.39)) :

$$\Delta\phi = -\phi_{sh} = \frac{1}{e} U_{e,tot}(x_{max}) = -\sqrt{\frac{e|E_w|}{4\pi\epsilon_0}} \left( 1 - \frac{1}{8\phi_{wf}} \sqrt{\frac{e|E_w|}{\epsilon_0}} \right) \cong -\sqrt{\frac{e|E_w|}{4\pi\epsilon_0}} \quad (II.58)$$

Le second terme entre parenthèses, peut aisément être négligé tant que  $E_w$  est « faible », c.-à-d. inférieur à quelques  $10^8 V.m^{-1}$ , ce qui est amplement suffisant en ce qui concerne les gaines de la cathode. Ainsi, l'équation (II.58) nous redonne l'amplitude de l'effet Schottky introduit sans justification dans l'équation (II.39).

#### iv) Résolution du modèle de gaine dans le cas général

On l'a vu, l'introduction du potentiel électrostatique lié aux charges image permet de faire apparaître le potentiel Schottky dans un cas idéalisé. Dans le cas général, et en particulier dans la région de transition entre les régimes d'émission thermoionique/Schottky et de gaine limitée par la charge d'espace, il est susceptible de se produire un couplage fort entre la distribution de charge dans la gaine plasma et la barrière de potentiel à la frontière des régions 1 et 2 de la gaine (cf. fig. II-5). A cela s'ajoute la complexité supplémentaire que la distribution de densité des électrons issus du plasma donnée par (II.44) n'est plus valide pour un potentiel de gaine non-monotone. Il n'est alors plus possible de résoudre analytiquement l'équation (II.53) pour obtenir le potentiel électrostatique. On a recours à un traitement numérique dont les détails sont explicités dans l'annexe B.



On aboutit à une méthode de calcul qui, pour des propriétés du plasma  $n_0, T_e$  et une température  $T_w$  donnés, permet de calculer pour un courant électronique  $J^{em}$  souhaité, le profil de potentiel électrostatique correspondant, en particulier la hauteur de la gaine  $\phi_0$ . (cf. fig. II-5). Il est ensuite immédiat de tabuler et « d'inverser » les résultats obtenus pour finalement définir la densité de courant émis sous une forme utilisable dans le modèle cathode:

$$J^{em} = f_{gaine}(T_w, n_0, T_e, \phi_0) \quad (II.59)$$

Il est important de remarquer que la forme non-monotone du potentiel de gaine (cf. fig. II-5) nous empêche de définir la hauteur de la gaine  $\phi_0$  comme auparavant, c'est-à-dire en tant que différence entre le potentiel plasma et le potentiel électrique des parois (ces dernières sont à la masse dans un modèle de gaine « classique » non émissive). En effet, il faudrait tenir compte de la hauteur de la barrière de potentiel  $\phi_b$  (égale au travail de sortie effectif), qui est susceptible de varier en chaque point, entre autres avec la température de l'émetteur. Le plus simple est en fait de fixer la référence du potentiel plasma à l'intérieur du matériau émissif, ce qui impliquera que le minimum de la barrière de potentiel (cf. fig. II-5) se situera à un potentiel  $-\phi_b$  calculé par le modèle de gaine. Ce choix sera effectué dans tous les résultats présentés dans cette étude et pourra conduire à des situations surprenantes où on donnera une valeur négative au potentiel plasma face à la paroi  $\phi_{plasma}$ . La hauteur de la gaine plasma sera toutefois toujours positive puisque l'on aura effectivement  $\phi_0 = \phi_{plasma} + \phi_b \geq 0$ . En pratique la tabulation du modèle de gaine (II.59) sera effectuée en fonction de  $\phi_{plasma}$  et non de  $\phi_0$  pour des raisons de stabilité numérique.

Enfin, on supposera que tous les matériaux exposés au plasma de la cathode sont en contact métallique parfait et ont donc une masse commune. Pour l'élément émissif BaO-W (411), on dispose du travail de sortie mesuré expérimentalement en fonction de la température, ce qui nous permet de déterminer  $\phi_b$ . Pour les autres surfaces, non émissives à des températures raisonnables du fait de leur travail de sortie important, le manque de données (au niveau de la construction de la cathode, mais aussi de mesure du travail de sortie) nous a conduit à choisir une valeur fixée du travail de sortie à  $\phi_b := \phi_{wf} = 4.6 \text{ eV}$ . Cette valeur est proche du travail de sortie minimal (en fonction de la température) du tungstène[45] et d'autres métaux (molybdène par exemple) qui sont constitutifs des parois de la cathode.

Pour clore cette partie sur le modèle de gaine sur un aspect pratique, on peut présenter quelques résultats de calcul de  $J^{em}$  en fonction des conditions plasma en lisière de gaine et de la température de l'émetteur. Dans un premier cas (fig. II-7 (a)), on a fixé la température de l'émetteur (BaO-W (411)) à  $T_w = 1460 \text{ K}$ , la température électronique  $T_e = 2 \text{ eV}$  et la densité plasma en lisière de gaine  $n_0 = 1 \times 10^{18} \text{ m}^{-3}$ , ce qui nous permet de tracer une caractéristique courant tension de l'émetteur. Ensuite (fig. II-7 (b)), on a également fait varier la  $n_0$  tandis que les autres paramètres sont fixés à  $T_w = 1500 \text{ K}$  et  $T_e = 1 \text{ eV}$ . On obtient les tracés suivants :

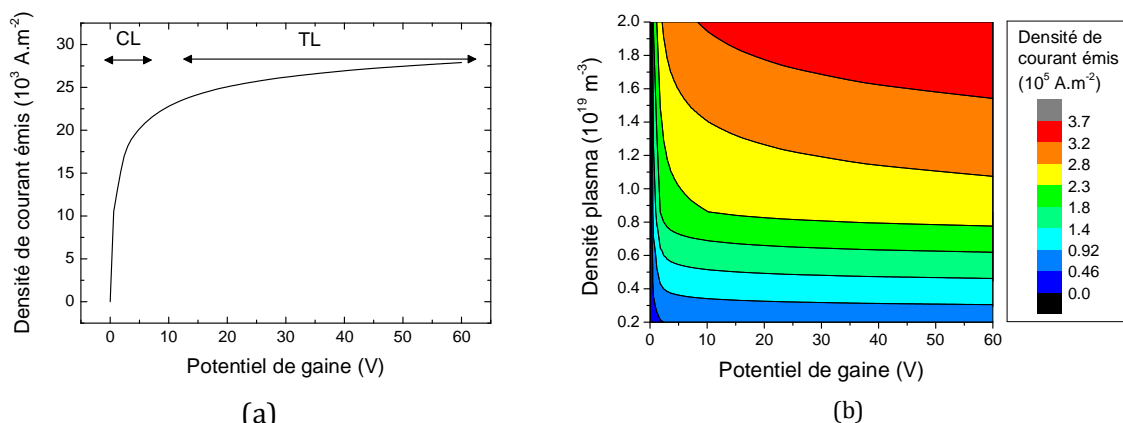


Figure II-7 : Caractéristique courant tension (a) et influence de la densité plasma sur le courant d'émission (b) pour un émetteur BaO-411 (W). Les régimes d'émission limitée par la charge d'espace (CL) et par l'émission thermoionique (TL) sont représentés sur la fig. (a).

On remarque sur les figures II-7 (a) et (b) que le courant d'émission chute rapidement une fois passé sous un certain seuil de potentiel de gaine  $\phi_0$ , ce qui correspond physiquement au régime de limitation de charge d'espace (CL). Dans cette situation, la barrière de potentiel  $\phi_b$  croît aux dépens de  $\phi_0$ , qui n'est alors plus suffisant pour extraire les électrons émis. Le courant d'émission (II.47) chute alors fortement. Dans le cas contraire, à  $\phi_0$  grand, on observe une lente augmentation du courant d'émission avec  $\phi_0$  qui correspond à la contribution de l'effet Schottky (régime TL). La difficulté - et l'intérêt - de ce modèle de gaine complet se situe au niveau de la transition entre ces deux régimes, d'autant plus que cette transition est susceptible de varier avec les paramètres du plasma et la température de la paroi. Ceci est visible sur la figure II-7 (b) : à mesure que la densité plasma augmente, la transition entre régimes CL et TL se fait plus douce et le courant maximal émis plus important. L'incorporation fine de ce type de détail est un atout unique de ce modèle qui résulte du couplage à « double-sens » entre émission et potentiel de gaine plasma et qui ne pourrait être retrouvé par une approche basée sur un lissage entre régimes CL et TL [47] ou par un critère généralisé sur le courant net maximal [49].

d) Le modèle de gaine émissive en pratique dans le modèle cathode

Au cours du paragraphe précédent, on a détaillé la méthode de calcul du courant d'émission en fonction des conditions plasma. On a obtenu la hauteur de gaine  $\phi_0$  comme résultat annexe du calcul. A l'aide de  $\phi_0$ , on peut immédiatement réutiliser les relations du paragraphe traitant du modèle de gaine non émissive (cf. paragraphe C) : En effet, un électron du plasma parvenant au bas de la barrière de potentiel de hauteur  $\phi_0$  (cf. fig. II-5) sera nécessairement piégé dans la remontée du potentiel vers la paroi (due aux effets de charge image) et ne pourra revenir vers le plasma. Le flux d'électrons du plasma (et l'énergie associée) sera donc identique à celui pour la gaine non émissive décrite auparavant, et il suffira de réutiliser les équations (II.32) et (II.35).

Par construction, le courant émis tabulé  $J^{em}$  donné par la loi d'émission électronique (II.47) ne tient compte que des électrons suffisamment énergétiques pour franchir la barrière de potentiel  $\phi_b$  (c.-à-d. le travail de sortie effectif). Le flux d'électrons en direction du plasma est donc connu. De manière analogue au flux d'énergie des électrons du plasma dirigé vers la

paroi (II.35), le flux d'énergie électronique apporté au plasma par l'émission électronique vaut :

$$(\Gamma E)_e^{em} = \Gamma_e^{em}(2k_B T_w + e\phi_0) \quad (II.60)$$

où le travail de sortie effectif  $\phi_b$  n'apparaît pas puisque les électrons ont dû « dépenser » une part de leur énergie cinétique pour franchir cette barrière. Ils sont ensuite accélérés dans la gaine vers le plasma par une barrière de potentiel de hauteur  $\phi_0$ .

On a vu aux paragraphes a) et b) qu'il est légitime de supposer que, au niveau de la lisière de la gaine, la densité des électrons émis est faible devant la densité plasma. Bien que ce ne soit probablement pas tout à fait rigoureux dans le régime d'émission limité par la charge d'espace (lorsque  $J^{em}$  tend vers 0), on conservera cette hypothèse simplificatrice. Ainsi, on supposera que la lisière de la gaine est bien représentée par le profil de potentiel d'une gaine non émissive, et en conséquence on continuera de fixer la vitesse des ions à l'entrée de la gaine à la vitesse de Bohm. On pourra alors réutiliser les relations (II.34) et (II.36) pour le flux d'ions et le flux d'énergie interne associé.

Enfin, on souligne une nouvelle fois le fait que la variation spatiale du travail de sortie de l'élément émissif (en raison, entre autres, de la variation de sa température) nous empêche de considérer les parois du domaine plasma à potentiel nul : il faut prendre garde à inclure les variations spatiales du travail de sortie. En définitive, la référence du potentiel plasma sera prise au niveau de la bande de conduction des parois métalliques (qui leur est commune puisque ceux-ci sont en contact électrique).

### III. Méthodes numériques

Les méthodes numériques employées dans la mise en œuvre du modèle de la cathode sont pour la plupart relativement communes et ne présentent pas de difficulté de mise en œuvre particulière. Néanmoins, pour faciliter la reproduction des résultats présentés ici ou la réutilisation partielle de ce modèle, on va effectuer un tour d'horizon des aspects numériques du modèle, en insistant sur quelques points plus techniques qui méritent un approfondissement.

#### A. Discrétisation du domaine fluide

La région interne de la cathode est discrétisée à l'aide d'un maillage quelconque logiquement cartésien. Les quantités scalaires sont centrées aux nœuds du domaine tandis que les flux qui apparaissent aux étapes intermédiaires du calcul (flux de particules entre les cellules, courants) sont discrétisés ou estimés aux interfaces des volumes de contrôle (c.-à-d. le long des arêtes à mi-distance entre deux nœuds voisins). Les vitesses des ions et des neutres restent localisées aux nœuds (donc centrées dans les volumes de contrôle) car le schéma fluide s'exprime plus naturellement de cette manière. La discrétisation des différentes grandeurs et opérateurs différentiels est schématisée sur la figure ci-dessous :

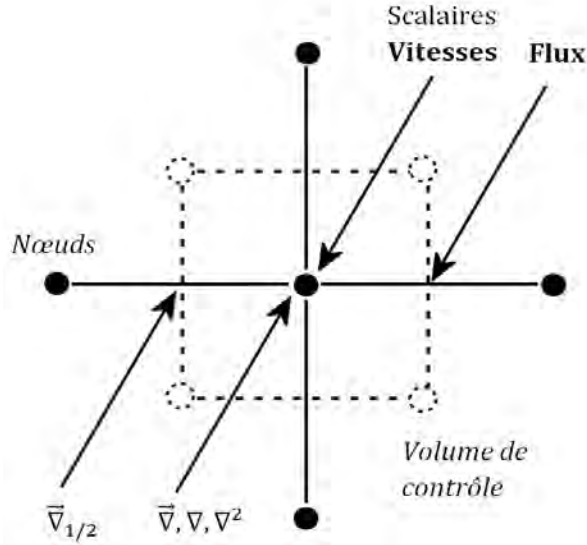


Figure II-8 : Discrétisation des grandeurs et opérateurs du modèle. Les points et les lignes continues représentent le maillage primal tandis que les volumes de contrôle sont figurés par les tirets

L'opérateur de divergence ( $\nabla$  sur la figure II-8) est discrétisé en s'appuyant sur le volume de contrôle : en partant des flux définis aux demi arêtes, on intègre leur produit scalaire (supposé constant sur chaque face de la surface de contrôle) avec la normale sortante à la surface de contrôle. On utilise ensuite le théorème flux-divergence :

$$\oint_{\partial V} \vec{\phi} \cdot \vec{n} dS = \int_V \vec{\nabla} \cdot \vec{\phi} dV \quad (\text{II.61})$$

où  $\vec{\phi}$  est le flux considéré,  $V$  et  $dV$  sont respectivement les volumes et surface de contrôle. En supposant maintenant que la divergence  $\vec{\nabla} \cdot \vec{\phi}$  est constante sur le volume de contrôle, on obtient immédiatement le résultat souhaité. L'opérateur résultant présente l'avantage d'être général et donc applicable à n'importe quelle géométrie et maillage. Les flux aux frontières du domaine sont également inclus naturellement dans la divergence sans nécessiter de traitement particulier.

De manière similaire, le gradient centré aux nœuds d'un champ scalaire  $f$  ( $\vec{\nabla}$  sur la figure II-8) est discrétisé en intégrant sur le volume de contrôle  $\oint_{\partial V} f \cdot \vec{n} dS = \int_V \vec{\nabla} f dV$ . L'égalité provient directement de l'application du théorème de Stokes au champ scalaire  $f$ .

Le laplacien scalaire d'un champ  $f$  centré aux noeuds ( $\nabla^2$  sur la figure II-8) est construit comme divergence du gradient calculé aux demi arêtes ( $\vec{\nabla}_{1/2}$ ). Ce dernier est très simplement pris comme la variation le long de l'arête de  $f$ . Cette approche est critiquable, en particulier en raison de la non-résolution de la composante de  $\vec{\nabla}_{1/2}$  normale à l'arête, ce qui pourrait être problématique dans le cas de maillages fortement déformés ou lors de la présence dans un système d'équation de termes croisés (pour un plasma magnétisé par exemple). Néanmoins, cette approche simple permet de conserver une « empreinte » de l'opérateur limitée à 5 points ce qui facilite la résolution numérique de systèmes matriciels comme l'équation de conservation de la charge discrétisée en limitant le couplage entre le potentiel électrique en différents nœuds du maillage.

Pour discrétiser la région interne de la cathode, 710 points de maillage ont été utilisés, répartis suivant un maillage logiquement cartésien non uniforme fixé au démarrage de la simulation. Ce maillage est raffiné à proximité de l'orifice. Proche de l'orifice, les cellules ont une dimension caractéristique de l'ordre de quelques dizaines de  $\mu m$ . Bien que le nombre total de points puisse paraître faible, il permet de maintenir un temps de calcul acceptable. En effet, le temps caractéristique d'évolution des équations fluide est lié à l'espèce la plus lente, en l'occurrence les neutres. Or, le calcul d'un écoulement de neutres seuls dans la cathode (cf. paragraphe IV.A) montre que lorsque le débit de gaz est fixé à 3.6 SCCM de xénon, les neutres injectés ont une vitesse de l'ordre de la dizaine de mètres par seconde. Ceci correspond à un temps de transit dans le corps de la cathode de 3 ms. Une fois couplé au plasma, on s'attend évidemment à ce que la dynamique du système complet puisse être encore ralentie. Cette remarque, additionnée au coût de calcul associé au nombre important d'équations résolues illustre bien la nécessité de prêter attention au temps de calcul : en partant d'un état initial quelconque, et en simulant l'intégralité du système (équations plasma y compris) le temps de calcul sur une station de travail Intel® Xenon® 5550 pour aboutir à un état stationnaire est de plusieurs dizaines d'heures (largement plus d'une dizaine de ms en temps de simulation). On évoquera au paragraphe B.4) la stratégie employée pour quelque peu réduire la phase transitoire d'évolution du système.

Dans le paragraphe précédent, il a été question de limiter le plus possible la taille du maillage. Néanmoins, un soin a tout de même été prêté à la garantie de la convergence en maillage. L'effet du raffinement du maillage est illustré en annexe sur le potentiel et la densité plasma dans le cas de la cathode NSTAR (cf. annexe C). De plus, comme on le verra au paragraphe B.1), le schéma fluide employé pour traiter les termes de conservation des ions et des neutres est résolu à l'ordre 2 en espace, ce qui permet de limiter la diffusion numérique et de résoudre des gradients importants y compris sur un maillage peu raffiné. La résolution des forts gradients est de première importance dans une cathode creuse car, comme on le verra pour la cathode NSTAR dans le chapitre III, la densité plasma peut exhiber une variation de plus de trois ordres de grandeurs axialement le long de l'insert émissif (long de 2.5 cm) et radialement d'un ordre de grandeur sur une distance de 2 mm.

## B. Equations de conservation fluide : neutres et ions

### 1) Schéma conservatif

Les termes de conservation des équations de conservation fluide de la quantité de matière, de mouvement et d'énergie sont avancés explicitement en temps à l'aide d'un schéma numérique de type MUSCL (schéma de Kurganov-Tadmor [52]). A l'étape de reconstruction, les flux sont obtenus à partir d'une reconstruction linéaire des interfaces entre cellules, sur laquelle on applique un limiteur de type min-mod. Aux frontières du domaine, lorsqu'une condition de type Neumann est employée, le flux est prescrit à l'aide des conditions aux limites décrites à la partie II. Dans le cas d'une condition aux limites de type Dirichlet (également pour une condition aux limites extrapolante), une cellule fictive en frontière du domaine est employée (méthode dite « *ghost-cell* » dans la littérature) où sont fixées les grandeurs souhaitées. Le flux à l'interface entre domaine et cellule fictive est alors calculé de la même manière que pour une interface interne au domaine de simulation [52].

Une fois les flux aux interfaces obtenus, l'évolution des grandeurs dans chaque volume de contrôle au cours d'un pas de temps de simulation est calculée en intégrant explicitement à l'ordre 1 sur le pas de temps la divergence des flux aux frontières de la cellule. La stabilité du schéma numérique est garantie par le respect du critère Courant-Friedrichs-Lewy (CFL) [52].

Les termes de gradient de pression, de force de Lorentz (pour les ions) et les termes de collisions sont calculés explicitement à chaque pas de temps de simulation et intégrés explicitement.

Il est vrai que la simplicité du schéma d'intégration temporelle est critiquable puisqu'elle ne permet pas de pleinement conserver les qualités numériques de la reconstruction linéaire des flux (où l'erreur numérique se situe à l'ordre 2). Toutefois, on remarquera que les erreurs numériques seront probablement négligeables devant les incertitudes et hypothèses fortes inhérentes à la description fluide de la physique de la cathode. Ainsi, on se contentera de cette approche numérique simple mais néanmoins robuste.

## 2) Termes visqueux pour le fluide neutre

Pour des raisons de stabilité numérique, il est préférable d'intégrer implicitement les termes de contraintes visqueuses ( $\vec{\nabla} \cdot \vec{T}$ ) au second membre de l'équation de conservation de la quantité de mouvement des neutres (II.12). En ne conservant que les termes d'évolution temporelle et les termes de viscosité (II.7) (on réalise un splitting), et en utilisant une discrétisation temporelle de type Euler implicite, on obtient un équation matricielle de la forme suivante :

$$M \frac{(\vec{u}_n^{t+1} - \vec{u}_n^t)}{\Delta t} = \mu \left[ \nabla^2 \vec{u}_n^{t+1} + \frac{1}{3} \vec{\nabla} (\vec{\nabla} \cdot \vec{u}_n^{t+1}) \right] \quad (\text{II.62})$$

La discrétisation du second terme du membre de droite ne pose pas de problème particulier. Il faut cependant dire un mot de la discrétisation du laplacien vecteur  $\nabla^2 \vec{u}_n$ . En écrivant ses composantes pour un domaine cylindrique (en omettant la composante azimutale par symétrie), on a :

$$\nabla^2 \vec{X} = \left( \nabla^2 X_r - \frac{X_r}{r^2} \right) \vec{e}_r + \nabla^2 X_z \vec{e}_z \quad (\text{II.63})$$

où  $X_r, X_z$  sont les composantes du champ de vecteur  $\vec{X}$  et  $\nabla^2 X_r, \nabla^2 X_z$  est le laplacien scalaire appliqué aux composantes de  $\vec{X}$ . Le terme en  $1/r^2$  est évidemment numériquement problématique sur l'axe de symétrie du domaine. On peut contourner ce problème en exploitant la symétrie du problème pour  $\vec{u}_n$ . On écrit  $\vec{u}_n$  sous forme d'un développement de Taylor à proximité de l'axe :

$$[\vec{u}_n(r, z)]_r = [\vec{u}_n(0, z)]_r + \left[ \frac{\partial}{\partial r} \vec{u}_n(0, z) \right]_r \times r + \left[ \frac{\partial^2}{\partial r^2} \vec{u}_n(0, z) \right]_r \times \frac{r^2}{2} + O(r^3) \quad (\text{II.64})$$

On a évidemment  $[\vec{u}_n(0, z)]_r = 0$ . Par symétrie par rapport à l'axe, on impose également  $\left[ \frac{\partial}{\partial r} \vec{u}_n(0, z) \right]_r = 0$ . Il ne reste finalement que le terme en  $r^2$  qui ne pose plus de problème une fois inséré dans (II.63). Le coefficient correspondant dans le développement de Taylor

est obtenu très simplement en ajustant la parabole au premier point de maillage hors de l'axe de la cathode.

Aux frontières du domaine, les composantes du champ de vitesse  $\vec{u}_n$  sont spécifiées en accord avec les conditions aux limites décrites dans la partie II. Lorsqu'une condition aux limites extrapolante est employée pour le champ de vitesse (comme dans le plan de l'orifice), la vitesse des neutres n'est pas modifiée par l'intégration des efforts visqueux (c.-à-d. que l'on conserve la vitesse telle qu'elle a été calculée lors de l'intégration des termes de conservation au paragraphe 1).

Une fois le système matriciel (II.62) résolu, on poursuit en calculant explicitement la contribution de la puissance des efforts visqueux à l'équation de conservation de l'énergie interne pour les neutres (II.24). Deux termes sont concernés :  $\vec{u}_n \cdot (\vec{\nabla} \cdot \vec{T})$  et  $\vec{\nabla} \cdot (\vec{T} \vec{u}_n)$ . Si le calcul du premier est aisé (puisque l'on vient de calculer les efforts visqueux  $\vec{\nabla} \cdot \vec{T}$  dans l'équation (II.62)), une approche « naïve » du second, en combinant simplement les opérateurs différentiels conduit à calculer des dérivées successives de  $\vec{u}_n$  sur le maillage de manière numériquement incorrecte (selon l'ordre de l'erreur numérique dans l'approximation de l'opérateur). Il est préférable de développer l'expression  $\vec{\nabla} \cdot (\vec{T} \vec{u}_n)$  en exploitant les propriétés de  $\vec{T}$ . Ce calcul est présenté en annexe. (cf. annexe A)

### 3) Conduction thermique

La conduction de la chaleur dans le fluide d'ions et le fluide de neutres est résolue au travers d'un pas d'intégration implicite indépendant (comme pour les termes source, on réalise un « splitting » de l'évolution temporelle). En ne retenant que les termes d'évolution temporelle et ceux liés au flux thermique, on obtient aussi bien pour les ions que les neutres une équation de la forme suivante :

$$\frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{3}{2} p_{n,i} \right) + \vec{\nabla} \cdot (\vec{q}_{n,i}) = 0 \quad (\text{II.65})$$

Le flux thermique de conduction  $\vec{q} = -\lambda \vec{\nabla} T$  est discrétisé le long des arêtes du domaine en utilisant le gradient aligné à l'arête,  $\vec{\nabla}_{1/2}$ , décrit en section A. Aux frontières du domaine, on négligera le flux thermique de conduction vis-à-vis de l'advection d'énergie vers ou depuis les gaines en parois. En utilisant une discrétisation temporelle de type Euler implicite, on forme naturellement à partir de (II.65) et de l'opérateur de divergence discrétisé (cf. section A) un système matriciel linéaire (en omettant la dépendance envers la densité) pour la pression interne que l'on résout pour obtenir  $p$  au prochain pas de temps de simulation.

### 4) Accélération de l'évolution des neutres

Comme mentionné au paragraphe A, le temps de calcul nécessaire à l'obtention d'un état stationnaire du système peut être relativement long. Bien entendu, il est possible de démarrer la simulation depuis un état de la cathode préalablement calculé mais il reste parfois nécessaire de reprendre la simulation « de zéro ». Dans le cas de la cathode NSTAR, on observe en pratique qu'un temps long est nécessaire au « remplissage » de la cathode par les neutres : en effet, tandis que la pression neutre simulée en l'absence de plasma dans la cathode est de l'ordre de 400 Pa (cf. paragraphe IV.A), celle-ci s'élève à plus de 850 Pa une fois le plasma « allumé » (cf. chapitre III). Cette grande variation de pression est liée aux

fréquentes collisions avec les ions du plasma qui jouent un rôle de « bouchon » et perturbent notablement l'écoulement neutre (cf. chapitre III). Néanmoins, pendant toute l'évolution des neutres, le plasma est constamment dans un état quasi-stationnaire (c.-à-d. pour un écoulement neutre fixé). Or, la dynamique de l'allumage de la cathode n'est pas la préoccupation centrale de cette étude, il est souhaitable « d'accélérer » l'évolution des neutres afin d'écourter la phase transitoire.

L'approche rudimentaire choisie, mais néanmoins stable et efficace, est la suivante : pour un pas de temps de simulation du plasma (en général régi par le critère CFL appliqué aux ions, cf. paragraphe 1), on découple l'évolution temporelle des neutres et on effectue  $N$  pas de temps de simulation du fluide neutre dont la valeur est donnée par le critère CFL pour les neutres. Le calcul des efforts visqueux pour les neutres, plus lourd d'un point de vue calculatoire, n'est effectué qu'une fois pour ce groupe de pas temps. En prenant  $N = 10$  une fois la simulation démarrée, cette approche permet d'obtenir un état proche de l'état stationnaire en quelques heures de calcul, après quoi il est possible de reprendre le cours de la simulation « normale », en se passant de cette méthode d'accélération. On remarque en pratique qu'il n'y a finalement qu'assez peu de différences quantitatives au niveau des grandeurs simulées lorsque l'accélération est active ou inactive (les variations sur les grandeurs simulées, potentiel ou densités sont inférieures à 10 %). Enfin, on remarquera que cette méthode d'accélération est évidemment incorrecte physiquement : pour ne pas aboutir à une augmentation de la densité de neutres, il est nécessaire de traiter les termes sources, en particulier d'ionisation, à chaque pas de temps neutre. Or, ces neutres ionisés ne sont pas introduits dans le plasma, pour ne pas accroître sa densité. Lorsque l'accélération de l'évolution des neutres est active, il n'y a donc pas « conservation de la matière » (bien que l'écoulement en lui-même soit presque identique).

Une autre voie possible aurait été de résoudre l'intégralité du système d'équations de manière implicite. Bien que cette approche soit possible (malgré le nombre important de grandeurs de simulation), la facilité de mise en œuvre a été privilégiée. Pour conclure ce paragraphe, on peut mentionner une méthode d'accélération générale qui s'applique aisément aux systèmes de lois de conservation intégrés en temps de manière explicite [53] : cette approche, qui s'apparente à un intégrateur explicite de type Runge-Kutta, permet pour un pas de temps d'évolution  $\delta t$  donné (fixé par exemple par un critère CFL), de réaliser  $N$  intégrations explicites et d'obtenir un pas de temps global  $\Delta t > N\delta t$ . Cette approche présente un intérêt évident en termes de temps de calcul, et dans le cas de son application à l'évolution des neutres dans la cathode, elle a permis d'obtenir un gain de temps processeur sur la simulation des neutres d'un facteur 2 sans occasionner de problème de stabilité numérique.

### C. Conservation de la charge

Au cours de cette étape du calcul, on souhaite résoudre l'équation de conservation de la charge (II.19),  $\vec{\nabla} \cdot (\vec{j}_i + \vec{j}_e)$ , pour obtenir le potentiel plasma  $\phi$  dans le domaine. Le courant ionique  $\vec{j}_i$  est introduit explicitement en tant que résultat de l'intégration des équations fluides (paragraphe B) et sera fixé pour cette étape. Le courant électronique est donné par le flux de dérive diffusion (II.16), et on conservera naturellement sa dépendance envers  $\vec{\nabla}\phi$  pour construire le système matriciel dont  $\phi$  sera solution. L'ensemble des autres grandeurs de la simulation ( $n, T_e, n_n$  en particulier) est fixé pour cette étape.



On commence par discrétiser le courant  $\vec{j}_e$  (donné par l'équation (II.16)) le long des arêtes du maillage.  $\vec{j}_e$  est linéaire envers  $\phi$  et cette étape ne pose pas de problème numérique particulier. Aux frontières du domaine, le courant électronique en direction de la paroi (ou provenant de la paroi pour l'émetteur thermoionique) est donné par les conditions aux limites détaillées en partie II de ce chapitre. On l'a vu, le courant électronique traversant la frontière gaine-plasma présente une dépendance complexe envers  $\phi$ . Cette dépendance est non-linéaire, et éventuellement impossible à exprimer analytiquement dans le cas de l'émission électronique. On met donc en place une itération de Newton-Raphson dans laquelle on linéarise numériquement la dépendance  $\vec{j}_e(\phi)$  aux points à la frontière entre gaine et plasma autour de la valeur de  $\phi$  en chaque point à l'itération ou pas de temps précédent. On résout alors itérativement le système, jusqu'à convergence de  $\phi$  en frontière de gaine. On estime que la convergence est atteinte lorsque la variation maximale relative de  $\phi$  en frontière de domaine d'une itération à l'autre est inférieure à  $10^{-2} V$ .

#### D. Conservation de l'énergie électronique

Il est également nécessaire de détailler l'étape de résolution de l'équation de l'énergie interne du fluide électronique (II.26). Cette équation est résolue numériquement de manière totalement implicite (en utilisant une discrétisation temporelle de type Euler implicite) et en tenant compte des dépendances des termes source envers  $T_e$  ( $\vec{u}_e \cdot \vec{\nabla} p_e$  et collisions y compris, en linéarisant le cas échéant). Les autres grandeurs ( $n, \vec{j}_e, n_n$  en particulier) sont figées pour cette étape de calcul.

Du point de vue de la stabilité du code, il est primordial de discrétiser les termes d'advection  $\vec{\nabla} \cdot (p_e \vec{u}_e)$  et de conduction  $\vec{\nabla} \cdot (\vec{q}_e)$  de manière adéquate. Le terme de conduction est discrétisé selon l'approche choisie pour les ions et les neutres et décrite précédemment au paragraphe B.3). On pourrait imaginer discrétiser le terme d'advection  $p_e \vec{u}_e = -k_B T_e \frac{\vec{j}_e}{e}$  en s'appuyant directement sur la distribution de courant électronique (résolue dans le cadre de la conservation de la charge au paragraphe 4), mais le schéma numérique obtenu est alors numériquement instable. Pour contourner ce problème, on utilise un schéma exponentiel [54] pour discrétiser le flux d'advection le long des arêtes, avant d'en calculer la divergence. En partant de l'équation de dérive diffusion (II.16), on écrit le flux d'énergie électronique sous la forme suivante :

$$k_B T_e \frac{\vec{j}_e}{e} = nk_B T_e \mu_e \vec{E} + \mu_e \frac{k_B T_e}{e} \vec{\nabla} (nk_B T_e) \quad (\text{II.66})$$

où  $\vec{E}$  est le champ électrique.

En supposant que le flux d'énergie électronique  $\frac{\vec{j}_e}{e} k_B T_e, \mu_e$  et  $\vec{E}$  sont constants le long d'une arête du maillage, on peut réécrire le membre de droite de l'équation (II.66) le long de l'arête sous la forme d'une équation différentielle homogène du premier ordre en  $nk_B T_e$  :

$$\frac{\partial}{\partial x} (nk_B T_e) + \frac{e E_{\parallel}}{k_B T_e} (nk_B T_e) = 0 \quad (\text{II.67})$$

avec  $x$  l'abscisse le long de l'arête et  $E_{\parallel}$  le champ électrique le long de l'arête.

Résoudre l'équation différentielle (II.67) en imposant aux deux extrémités de l'arête (notées ici 1 et 2) l'énergie interne du fluide électronique  $(nk_B T_e)_{1,2}$  permet alors d'en déduire le flux d'advection  $k_B T_e \frac{\vec{j}_e}{e}$  correspondant. Pour linéariser le problème, on supposera  $eE_{\parallel}/k_B T_e$  constant le long de l'arête. Après intégration de (II.67) et utilisation des conditions aux limites, on obtient le flux d'advection orienté du nœud 1 vers le nœud 2 à partir de (II.66) :

$$\frac{\vec{j}_e}{e} k_B T_e = \mu_e E_{\parallel} \left[ \frac{(nk_B T_e)_2}{1 - \exp\left(-\frac{eE_{\parallel}}{k_B T_e} \Delta x\right)} + \frac{(nk_B T_e)_1}{1 - \exp\left(\frac{eE_{\parallel}}{k_B T_e} \Delta x\right)} \right] \quad (\text{II.68})$$

où  $\Delta x$  est la longueur de l'arête (le point 1 est situé à l'abscisse 0 le long de l'arête). Dans l'équation (II.68), le flux d'advection devrait dépendre non linéairement de la température électronique  $T_e$ . Or, comme on va le voir, le système d'équation en  $T_e$  obtenu doit être résolu itérativement. Ainsi, il s'avère suffisant d'interpoler  $eE_{\parallel}/k_B T_e$  à partir des grandeurs calculées aux deux nœuds de l'arête à l'itération précédente.

Une fois les flux d'énergie discrétisés sur l'ensemble du maillage, il reste à imposer leur valeur aux frontières du domaine au travers des gaines, avant d'en calculer la divergence sur l'ensemble du domaine. On négligera le flux de conduction au travers des gaines vis-à-vis du flux d'advection. Comme pour la conservation de la charge au paragraphe C, le flux d'énergie électronique franchissant les gaines a été détaillé lorsqu'il a été question des conditions aux limites et des modèles de gaine associés dans la partie II. Puisque que la dépendance envers  $T_e$  du flux d'énergie franchissant la gaine est éventuellement non linéaire, le modèle de gaine est de nouveau linéarisé en chaque point de la frontière du domaine, et on a recours à une résolution itérative de  $T_e$  de type Newton-Raphson. On itère alors jusqu'à obtenir la convergence de  $T_e$  en frontière du domaine de simulation. Le niveau de convergence souhaité est atteint lorsque la variation d'une itération sur l'autre de  $T_e$  est inférieure à  $10^{-2} \text{ eV}$ .

### E. Solveur numérique et choix des conditions initiales

L'ensemble des systèmes d'équations implicites construits ici sont stockés dans le code sous forme de matrices creuses. Chacun des systèmes est résolu avec le solveur direct PARDISO issu de la bibliothèque Intel® Math Kernel Library. On remarquera que bien que les coefficients des matrices de chacun des systèmes linéaires soient modifiés d'un pas de temps à l'autre, les coefficients non nuls sont, dans notre cas, toujours « placés » aux mêmes endroits (puisque le maillage est fixe). Le solveur PARDISO permet de tirer parti de cet avantage en réutilisant la structure des systèmes matriciels d'une résolution à l'autre. On notera également que ce solveur permet théoriquement de profiter des systèmes parallélisés. En pratique, un gain de performance assez faible a été constaté (ce qui peut également être imputé au reste du code qui a été programmé dans une logique séquentielle).

On l'a vu aux paragraphes C et D, les systèmes d'équations pour la conservation de la charge et de l'énergie électronique sont rendus non-linéaires en particulier par la présence des gaines plasma en frontière de domaine et on a alors recours à une résolution itérative. Du fait de la simplicité de l'approche choisie (Newton-Raphson), il est possible que le système ne converge pas lorsque l'état initial est trop éloigné de la solution. Ceci est critique au

démarrage de la simulation. En pratique, il suffira de bien choisir la densité de plasma, le potentiel plasma et la température électronique dans le domaine de simulation : pour la plupart des simulations de la cathode NSTAR, on a pris une densité initiale de plasma  $n = 10^{21} \text{ m}^{-3}$ , un potentiel plasma  $\phi = 3 \text{ V}$  et une température électronique  $T_e = 1 \text{ eV}$ , tous trois uniformes dans le corps de la cathode. La densité neutre a été fixée soit suivant un profil calculé dans le cadre d'un écoulement neutre sans plasma, soit à une densité initiale fixe  $n_n = 3 \times 10^{22} \text{ m}^{-3}$ . Le courant extrait au niveau de l'orifice (cf. paragraphe II.B) est imposé au travers d'une rampe de courant qui atteint sa valeur maximale  $10 \mu\text{s}$  après le début de la simulation afin de « donner le temps » au plasma de s'établir devant l'émetteur électronique et de permettre l'extraction du courant d'électrons émis.

#### IV. Validations élémentaires

Maintenant que l'ensemble du modèle de la région interne de la cathode a été décrit, il est temps de réaliser quelques validations élémentaires. Bien entendu, il est délicat de valider le système complet d'équations, dans la mesure où les solutions analytiques sont inconnues même dans des cas « simples ». Dans les paragraphes qui vont suivre, on va tout d'abord valider le modèle des neutres en comparant l'écoulement simulé à celui, calculable analytiquement, d'un écoulement visqueux, laminaire et incompressible dans une conduite cylindrique (écoulement de Poiseuille). Dans un second temps, on s'intéressera au modèle plasma dans une enceinte cylindrique fermée sans émission électronique et on comparera la valeur du potentiel plasma à la prédiction que l'on peut en faire analytiquement.

##### A. Ecoulement de neutres seuls

Dans ce paragraphe, on introduit dans la cathode un flux constant de  $3.6 \text{ SCCM}$  de xénon. Le plasma est absent de la cathode. Les conditions aux limites sont celles décrites au cours de la partie II. On poursuit la simulation jusqu'à l'obtention d'un état stationnaire de l'écoulement. Les résultats de simulation pour la pression et la vitesse selon l'axe de la cathode sont présentés sur la figure II-9 :

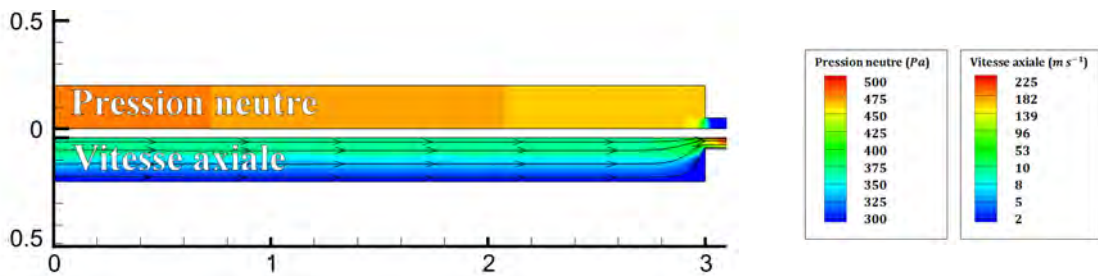


Figure II-9 : Ecoulement neutre dans le corps de la cathode en l'absence de plasma. Le débit est fixé à  $3.6 \text{ SCCM}$  de Xe. Sur la figure représentant la valeur de la vitesse axiale, on a superposé quelques lignes d'écoulement. Les dimensions sont en cm.

On obtient ici un écoulement laminaire, ce qui est apparent d'après les lignes d'écoulement. Si l'on se concentre sur la région éloignée de l'orifice, on observe que la pression neutre décroît linéairement selon l'axe de la cathode et que la vitesse axiale des neutres adopte un profil purement radial. On peut tracer une coupe de ce profil de vitesse, obtenue pour la position axiale  $z = 2 \text{ cm}$ . Cette coupe est présentée sur la figure II-10 :

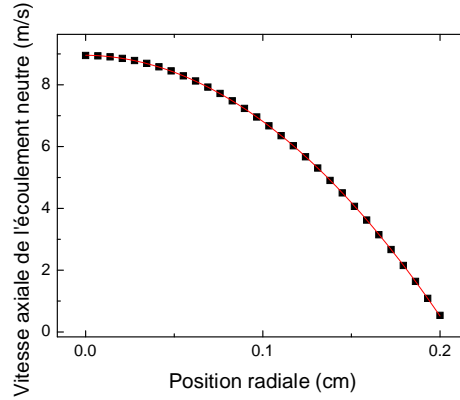


Figure II-10 : Vitesse axiale de l'écoulement (points) et régression à l'aide d'un polynôme du second ordre (trait) à la position axiale  $z = 2 \text{ cm}$

On remarque que le profil radial de vitesse de l'écoulement simulé (représenté par les points) suit parfaitement un profil parabolique (la régression est tracée en trait continu). Ce résultat est attendu : il s'agit du profil de vitesse parabolique de Poiseuille, déjà évoqué lorsqu'il a été question des conditions limites à l'admission, au paragraphe II.A.1). La chute de pression linéaire avec la coordonnée axiale de la cathode observée sur la figure II-9 est également une caractéristique de ce type d'écoulement.

Pour être tout à fait complet, il nous faut mentionner que le profil de Poiseuille n'est strictement valide que dans le cas d'un écoulement incompressible. Cependant, les effets correctifs liés à la compressibilité ne seraient réellement sensibles qu'à proximité de l'orifice de la cathode, là où la détente se fait plus violente, et l'écoulement plus rapide. La comparaison au profil de Poiseuille reste donc légitime à l'abscisse choisie. Enfin, il faut mentionner que la vitesse axiale simulée au niveau de la paroi n'est pas strictement nulle (on a  $v_z(R) \approx 0.5 \text{ m.s}^{-1}$ ). Si on se réfère uniquement au profil de Poiseuille, ceci serait a priori incorrect : par hypothèse, l'écoulement de Poiseuille impose une vitesse nulle à la paroi (condition de non glissement). Cependant, dans le cas présent, on a appliqué aux parois des conditions aux limites sur le champ de vitesse en longueur de glissement (cf. paragraphe II.C.1), qui autorisent une faible valeur de vitesse tangentielle en paroi lorsque la densité du fluide chute et que le libre parcours moyen devient important. C'est bien ce choix et non une erreur numérique qui explique ici la valeur de la vitesse en paroi simulée.

## B. Potentiel plasma dans une enceinte

Dans ce paragraphe, on va procéder à une validation élémentaire du modèle plasma. On se place dans le cas d'une enceinte cylindrique de rayon  $R = 2 \text{ cm}$  et de longueur  $3 \text{ cm}$ . Les flux de particules au travers de la paroi latérale du cylindre sont nuls, tandis que l'on laisse des gaines plasma s'établir sur les deux bases du cylindre. Ainsi, la situation simulée est équivalente à une simulation en coordonnées cartésiennes d'un domaine unidimensionnel bordé par deux gaines plasma. Cette situation tout à fait commune a été traitée amplement dans la littérature (voir par exemple [44]). La densité de neutres est maintenue constante dans l'enceinte à  $n_n = 10^{16} \text{ m}^{-3}$  et la température électronique à  $T_e = 2 \text{ eV}$ . La température des ions est fixée à  $300 \text{ K}$ . Le plasma est produit grâce à un terme source arbitraire de profil gaussien dans la direction axiale et uniforme dans la direction radiale. La quantité d'ions introduite à chaque pas de temps correspond à un courant équivalent approximativement égal à  $17 \text{ A}$ . Les deux bases du cylindre sont considérées comme deux parois métalliques

portées à la masse. Pour cette partie uniquement, on ne prendra pas en compte le décalage de la référence du potentiel plasma causé par le travail de sortie des matériaux (cf. paragraphe II.D.3). Pour ce paragraphe, on a supprimé toutes les collisions impliquant les ions.

Les courbes ci-dessous présentent l'évolution le long de l'axe du cylindre de la densité et du potentiel plasma, ainsi que de la vitesse axiale des ions.

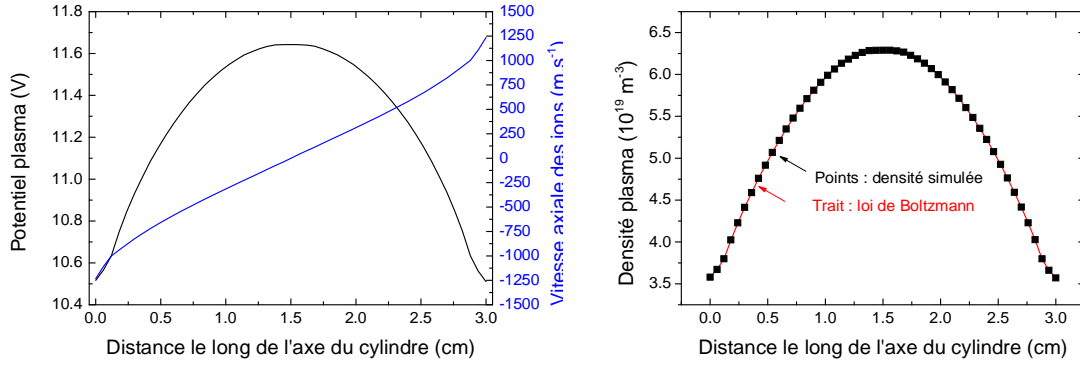


Figure II-11 : Cas de validation : potentiel plasma, vitesse ionique axiale et densité plasma le long de l'axe en géométrie 1D

Comme attendu physiquement, les profils obtenus pour le potentiel plasma et la densité plasma (resp. la vitesse ionique axiale) sont symétriques (resp. antisymétrique) par rapport à la section médiane du cylindre. Puisque le modèle plasma est quasi-neutre, les gaines plasma ne sont pas incluses dans le domaine de simulation et sont traitées sous la forme de conditions aux limites (cf. partie II). On peut néanmoins vérifier certaines de leurs propriétés en les comparant aux valeurs calculées analytiquement.

On observe sur les résultats de simulation que les ions entrent effectivement dans la gaine à une vitesse proche de la vitesse de Bohm  $u_B = \sqrt{k_B T_e / M}$  ; la vitesse des ions obtenue numériquement en frontière de domaine plasma vaut approximativement  $1230 \text{ m.s}^{-1}$  contre une vitesse attendue de  $1212 \text{ m.s}^{-1}$ . Ensuite, en écrivant en chaque point de la gaine l'égalité entre flux électronique et flux ionique, on déduit que le potentiel de gaine est donné par :

$$\phi_g = \frac{1}{2} T_e \ln \left( \frac{M}{2\pi m} \right) \quad (\text{II.69})$$

où  $T_e$  est donné en  $eV$ . Dans la simulation, le potentiel de gaine calculé par le modèle au niveau de la base du cylindre (cf. fig. II-11) sur son axe vaut  $10.51 \text{ V}$ . L'équation (II.69) nous donne la valeur attendue théoriquement :  $10.54 \text{ V}$ .

De plus, on sait que la chute de potentiel dans la pré-gaine doit être suffisante pour accélérer les ions jusqu'à la vitesse de Bohm. Dans le cas d'une géométrie unidimensionnelle, la chute de potentiel dans la pré-gaine (non collisionnelle) vaut  $T_e/2$  (pour  $T_e$  donné en  $eV$ ) [44]. Ici, la chute de potentiel simulée dans la pré-gaine vaut  $1.1 \text{ V}$  contre  $1 \text{ V}$  attendu. Cet écart, comme ceux apparus précédemment, peut être attribué partiellement à la discrétisation numérique (particulièrement au soin apporté au traitement des frontières du domaine et de

l'axe), ainsi qu'aux fluctuations spatiales et temporelles du potentiel de gaine et de la vitesse des ions : dans les résultats de simulation, les valeurs obtenues ne sont pas identiquement égales aux résultats mentionnés mais oscillent autour de la valeur théorique.

Enfin, on a également tracé sur la figure II-11 une comparaison entre la densité plasma simulée (points) et son profil calculé (trait) en s'appuyant sur la loi de Boltzmann  $n \propto \exp(-\phi/T_e)$  ainsi que sur la distribution de potentiel simulée et sur la valeur de la densité plasma simulée dans le plan médian du cylindre. Comme attendu, on constate que le profil de densité simulé respecte parfaitement la loi de Boltzmann, ce qui confirme indirectement le bon traitement numérique du courant électronique dans l'approche de dérive diffusion (dans la limite des faibles vitesses de dérive électronique).

L'ensemble des résultats de validation du modèle plasma présente un accord satisfaisant avec les valeurs attendues théoriquement, et on peut donc être confiant quant à l'utilisation de ce modèle pour les simulations du plasma de la cathode. Bien entendu, même dans le cas des simulations complexes de la décharge plasma interne à la cathode creuse où il est impossible d'obtenir une prédiction analytique, il conviendra de vérifier que les grandeurs plasma simulées ne prennent pas des valeurs aberrantes physiquement : par exemple la température des ions ou des neutres en paroi ne peut pas notablement excéder la température de fusion du métal des parois. Enfin, quand cela sera possible, on comparera directement les grandeurs simulées aux mesures expérimentales adéquates.

## V. Conclusion

Dans ce chapitre, on a présenté de manière exhaustive le modèle fluide de la région interne de la cathode. Les équations utilisées, le domaine de simulation et ses conditions aux limites associées ont été explicités. Un soin particulier a été mis dans la description du modèle de gaine émissive, qui, à notre connaissance, apporte un éclairage nouveau sur le traitement des gaines émissives dans des conditions de saturation de charge d'espace. Cette modélisation des gaines émissives pourrait probablement être utile au-delà de la communauté travaillant uniquement sur les cathodes creuses.

L'approche numérique utilisée a également été détaillée, en insistant sur les solutions utilisées pour contourner certaines difficultés d'ordre numérique. Enfin, deux cas de validation élémentaires ayant trait aux deux grandes « parties » de la simulation fluide (écoulement neutre et plasma) ont été présentés et nous ont permis de vérifier quelques comportements de base du modèle.

Enfin, il est important de souligner que le modèle développé ici ne nécessite aucunement l'introduction de mesures expérimentales liées au plasma pour réaliser les simulations. Il s'appuie toutefois sur la mesure de la température de l'élément émissif. Nous verrons ultérieurement (dans le chapitre IV) qu'il est possible de s'affranchir de cette contrainte pour obtenir en définitive un modèle de la cathode totalement auto-cohérent.

Dans le prochain chapitre, nous simulerons la décharge plasma dans la cathode NASA NSTAR en son point de fonctionnement TH 15, c'est-à-dire pour un courant de décharge de  $I_e = 13 A$  et un débit de  $Xe$  injecté de  $3.6 SCCM$ . Dans ces simulations, la température de l'élément émissif sera fixée suivant le profil décrit au paragraphe II.D.1).

## Chapitre III. Application du modèle plasma à la cathode NASA NSTAR

---

### Table des matières :

I.	Simulation de la région interne de la cathode.....	62
A.	Analyse physique des simulations et confrontation aux mesures .....	62
B.	Critique de ces résultats. Comment rendre le modèle plus réaliste ?.....	72
II.	Phénomènes physiques manquants.....	72
A.	Phénomènes aux parois - Porosité de l'élément émissif.....	72
B.	Phénomènes additionnels au cœur du plasma .....	80
C.	Bilan .....	84
III.	Extension à la plume de la cathode.....	85
A.	Généralités.....	85
B.	Description du domaine de calcul étendu.....	87
C.	Comparaison de ces nouveaux résultats à l'expérience.....	92
D.	Influence du champ magnétique imposé dans la plume de la cathode.....	95
E.	Transport électronique dans la plume.....	99
F.	Rôle des instabilités plasma et comparaison à l'expérience.....	105
IV.	Quelles voies possibles pour l'amélioration du modèle ? .....	115

## I. Simulation de la région interne de la cathode

Dans cette partie, nous allons nous intéresser aux premiers résultats de simulation obtenus à l'aide du modèle fluide de la région interne de la cathode développé au chapitre précédent. L'ensemble des simulations réalisées ici concernent la cathode NASA NSTAR au point de fonctionnement TH 15 [33], c'est-à-dire pour un courant de décharge de 13.13 A (pris à 13 A dans les simulations) et un débit de xénon de 3.6 SCCM. La température de l'élément émissif sera fixée suivant le profil mesuré expérimentalement [13], comme mentionné dans le chapitre précédent. Les mesures exploitées pour réaliser les comparaisons simulation-expérience sont issues de la littérature [14,17,55]. Dans ces mesures, la cathode a été tirée en mode diode, c'est-à-dire dans une enceinte sans propulseur avec, dans la plupart des cas, une anode cylindrique pour autoriser l'instrumentation de la cathode.

### A. Analyse physique des simulations et confrontation aux mesures

#### 1) Un premier aperçu des résultats de simulation

La figure III-1 ci-dessous présente les résultats de simulation obtenus pour les densités plasma et neutre, dans la région interne de la cathode. L'amont de la cathode, où un faible débit de xénon est injecté, se trouve à gauche sur les figures tandis que l'extraction du courant électronique se fait au travers de la frontière à droite du domaine. Sur la figure présentant la densité plasma, on a superposé les lignes de courant des ions, tandis que les lignes d'écoulement pour les neutres sont superposées sur le profil de densité neutre. L'ensemble des simulations présentées dans cette partie correspondent à un état stationnaire.

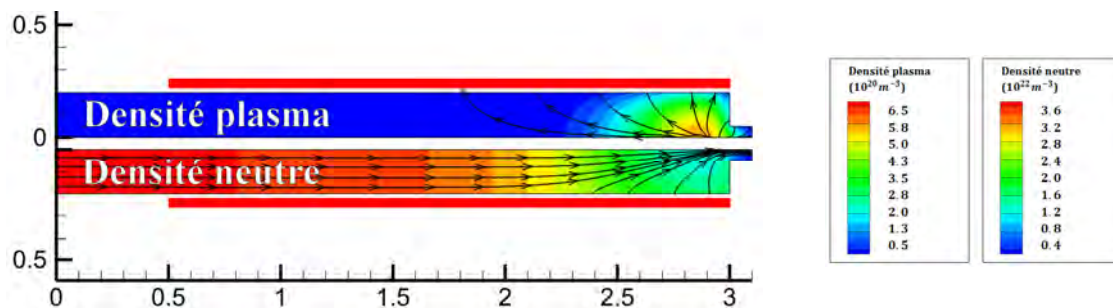


Figure III-1 : Profil de densité plasma et neutre simulé dans l'intégralité du domaine de simulation de la cathode creuse. Sur les profils de densité plasma et neutre sont superposés respectivement les lignes de courant ionique et les lignes d'écoulement pour les neutres. Le xénon est injecté par la frontière gauche tandis que le courant électronique est extrait à droite. L'émetteur thermoionique est figuré par un bloc rouge. Les distances sont en cm.

On constate immédiatement à partir du profil de densité plasma simulé, que le plasma s'établit dans une région très restreinte de la cathode, dans la proximité immédiate de l'orifice. On se rappelle que l'émetteur thermoionique est long de 2.5 cm dans cette cathode (cf. chapitre II, et aussi fig. III-1), et on aurait pu s'attendre à obtenir un plasma diffus devant l'intégralité de l'émetteur afin de permettre une émission et une extraction du courant électronique homogène. Les raisons qui conduisent à cette répartition particulière du plasma seront exposées plus loin au paragraphe 3). On le voit, l'écoulement neutre est peu perturbé dans la région bien à l'amont de l'orifice, et le plasma y est peu présent. Ainsi, pour des raisons évidentes de lisibilité des figures, les résultats de simulation suivants présenteront seulement une part limitée du domaine de simulation, mais néanmoins



suffisante pour la compréhension physique. Le domaine de calcul reste toutefois inchangé. L'émetteur électronique se situe en périphérie de l'intégralité de la zone présentée sur les figures suivantes et ne sera plus représenté dans la suite.

La figure III-2 ci-dessous présente les profils des densités plasma et neutre ainsi que la distribution du potentiel plasma et de la température électronique simulés dans la région d'intérêt de la cathode. Sur le profil de densité plasma, on a superposé le champ de vitesse ionique, tandis que, comme précédemment, les lignes d'écoulement neutre sont superposées sur le profil de densité neutre. Enfin, les lignes de courant électronique sont tracées sur la distribution du potentiel plasma.

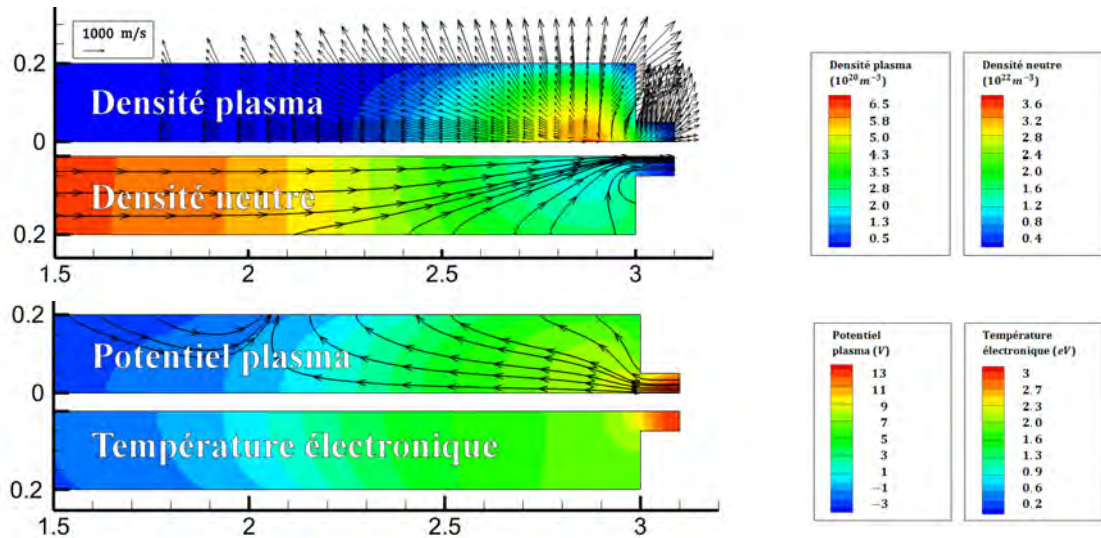


Figure III-2 : Les profils de densité plasma, densité neutre, potentiel plasma et température électronique simulés dans la cathode NSTAR pour le point de fonctionnement TH 15 ( $I_e = 13$  A, débit de Xe : 3.6 SCCM). Le champ de vitesse des ions, les lignes d'écoulement neutre et les lignes de courant électronique sont représentées respectivement sur les profils de densité plasma, densité neutre et potentiel plasma. Les distances sont en cm.

Tout naturellement, le potentiel plasma est maximum dans le plan de l'orifice afin d'extraire le courant électronique de la cathode. Le potentiel plasma maximal simulé dans le plan de l'orifice vaut 13.3 V. La chute du potentiel plasma dans l'orifice est évidemment importante en raison de la grande densité de courant (jusqu'à  $10^7$  A.m<sup>-2</sup>) et de la résistivité causée par les collisions inter-espèces. À son maximum, la densité plasma atteint  $6.5 \times 10^{20}$  m<sup>-3</sup> à une distance de moins de 1 mm du plan de l'orifice (vu depuis l'intérieur de la cathode). En ce même point, la densité neutre est de l'ordre de  $1.2 \times 10^{22}$  m<sup>-3</sup>. La comparaison des densités neutre et plasma simulées nous apprend que, même si les neutres sont largement dominants, l'influence du plasma sur l'écoulement n'est certainement plus tout à fait négligeable et il serait incorrect de penser que l'écoulement neutre conserve sa topologie d'écoulement dans une conduite à proximité du plasma. On peut remarquer également que les ions produits au niveau de l'orifice quittent la cathode en se dirigeant à l'encontre du champ électrique. Ce comportement étonnant sera discuté au paragraphe 3).

Deux facteurs participent à modifier l'aspect de l'écoulement neutre. D'une part, une fraction des neutres est ionisée en volume et les ions produits chutent vers les parois métalliques sous l'effet du champ électrique pour y être neutralisés. Ceci conduit à une forme de cycle impliquant ionisation et recombinaison à la paroi du xénon et se traduit sur la figure III-2 par les lignes d'écoulement neutre qui semblent émerger de la paroi. D'autre part, les collisions entre espèces conduisent à un transfert de quantité de mouvement entre

les neutres, naturellement poussés hors de la cathode par le gradient de pression, et les ions, « retenus » par le champ électrique. Ces deux phénomènes combinés conduisent à une forme d'effet « bouchon » pour les neutres, aisément visible sur le profil de pression (statique) neutre. Ce dernier est présenté sur la figure ci-dessous. On a également tracé la position du terme source plasma, c'est-à-dire le nombre de paires électron-ion produites en volume par unité de temps.

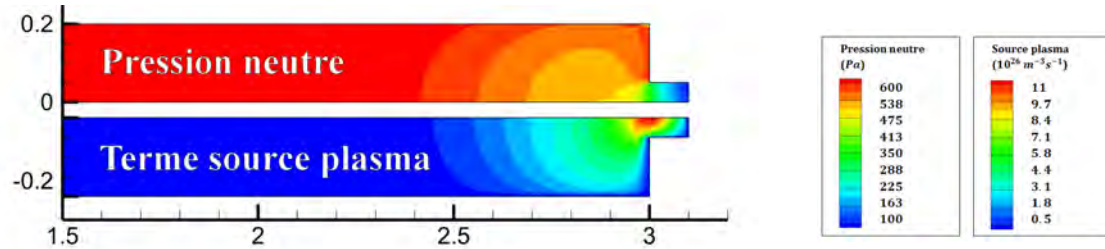


Figure III-3 : Répartition de la pression neutre et du terme source plasma dans la cathode NSTAR au point de fonctionnement TH 15.

Contrairement au cas de l'écoulement neutre en l'absence de plasma (c'est-à-dire pour un écoulement de Poiseuille, cf. chapitre II) où la décroissance de la pression neutre en fonction de la distance axiale dans la cathode était linéaire, la pression neutre est maintenant quasi-uniforme dans le cœur de la cathode. Sa valeur au niveau de la frontière amont du domaine plasma est également bien plus importante que dans le cas sans plasma, et s'élève maintenant à plus de  $620 \text{ Pa}$ , à comparer à  $480 \text{ Pa}$  sans plasma. Cette modification de la pression interne dans la cathode est une illustration frappante du couplage entre écoulement neutre et plasma dans la cathode. La répartition très resserrée du terme source illustre également l'interaction entre plasma et écoulement neutre dans une région très restreinte de la cathode.

En revenant aux aspects plus directement liés au plasma, on observe que la température électronique augmente dans la région de l'orifice (cf. fig. III-2). Ceci est bien le comportement physiquement attendu : en effet la constriction des lignes de courant électronique dans l'orifice conduit au chauffage du fluide électronique par un effet de « compression » (terme  $\vec{u}_e \cdot \vec{\nabla} p_e$ ), ainsi qu'à un accroissement de la densité de courant électronique, et donc également à une augmentation des termes de chauffage résistif pour les électrons (en  $v_e j_e^2/n$ , voir le chapitre II). Ce chauffage des électrons, conjugué à de fréquentes collisions coulombiennes entre électrons et ions ( $e-i$ ) d'une part, et élastiques entre électrons et neutres ( $e-n$ ) d'autre part, conduit en définitive à un chauffage significatif des ions et des neutres dans la région du pic de densité plasma. Les profils de température ionique et neutre sont présentés sur la figure ci-dessous :

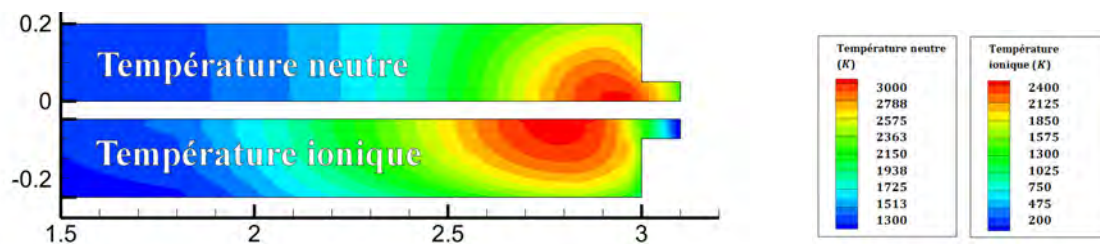


Figure III-4 : Profils de température neutre et ionique dans la cathode NSTAR au point de fonctionnement TH 15.

Comme on pouvait l'attendre, les températures ionique et neutre sont maximales proche du pic de densité plasma, c'est-à-dire là où les collisions avec les électrons sont les plus fréquentes. Ainsi les phénomènes de transport pour l'énergie interne des fluides d'ions et de neutres apparaissent ici peu importants. Il est intéressant de comparer les fréquences de collisions entre espèces au niveau du pic de densité plasma afin de déterminer le mécanisme de chauffage des espèces lourdes. On trouve que les fréquences de collisions coulombiennes d'une part et élastiques entre électrons et neutres d'autre part y sont comparables : on a respectivement  $\nu_{ei} \approx 4.3 \times 10^9 \text{ s}^{-1}$  et  $\nu_{en} \approx 1.8 \times 10^9 \text{ s}^{-1}$ . La fréquence de collisions entre ions et neutres (somme des collisions isotropes et « backscattering ») est comparativement plus faible, avec  $\nu_{in} \approx 1.3 \times 10^6 \text{ s}^{-1}$ . Bien entendu, la seule comparaison des fréquences de collisions est insuffisante pour discriminer entre, par exemple, le chauffage « direct » des neutres par impact électronique et le chauffage « indirect » par l'intermédiaire des ions, eux-mêmes chauffés dans leurs collisions coulombiennes avec les électrons. Il faut en particulier tenir compte du facteur impliquant le rapport des masses des espèces entrant en collision dans les différents termes de chauffage, ainsi que de leurs vitesses et températures relatives (cf. chapitre II). Dans le cas présent, les températures ionique et neutre sont comparables (respectivement de l'ordre de 2400 K et 3000 K au pic de densité plasma) et, évidemment, largement inférieures à la température électronique (de l'ordre de 2 eV dans cette même région). Les vitesses des lourds sont également faibles (autour de  $100 \text{ m.s}^{-1}$ ) devant la vitesse de dérive électronique ( $18 \times 10^3 \text{ m.s}^{-1}$ ) au même point. Ces observations ( $u_i, u_n, u_i - u_n \ll u_e, T_i, T_n \ll T_e$ ), associées aux ordres de grandeur des fréquences de collisions déjà mentionnés ( $\nu_{in} \ll \nu_{ei}, \nu_{en}$ ) montrent clairement que le mécanisme de chauffage le plus efficace des ions et des neutres dans la cathode reste l'impact électronique (dans les collisions  $e-i$  et  $e-n$ ). Les collisions  $i-n$  jouent un rôle de second plan dans les transferts d'énergie au cœur du plasma, et s'avèrent en définitive insuffisantes pour aboutir à un équilibre thermique entre ions et neutres : aussi bien les températures maximales que les localisations des pics de température diffèrent légèrement pour les deux espèces. Il peut être surprenant de constater que la température des neutres est plus élevée que celle des ions, d'autant plus que d'après nos estimations  $\nu_{ei} > \nu_{en}$ , ce qui devrait conduire à un chauffage préférentiel des ions par les électrons (au travers des collisions coulombiennes). Cependant, contrairement aux ions qui sont créés en volume, les neutres sont injectés de manière continue dans la cathode à sa frontière amont. La constriction causée par l'orifice, ainsi que la présence du plasma qui obstrue ce dernier, conduisent ainsi au chauffage des neutres incidents à l'amont de l'orifice par effet de compressibilité. Ceci permet de justifier physiquement l'étagement des températures observé.

Il est intéressant de constater que les lignes de courant électronique qui atteignent la frontière d'extraction (à droite sur la figure III-2) n'interceptent qu'une partie restreinte de l'insert émissif, longue de 1 cm sur les simulations (cf. fig. III-2), tandis que l'insert émissif complet est long de 2.5 cm (dont une partie est bien comprise dans le domaine de simulation mais se trouve hors des figures présentées ici). Cette remarque, associée à l'aspect « compact » du plasma mentionné plus haut semble indiquer que seule une partie restreinte (à proximité de l'orifice) de l'élément émissif peut réellement contribuer au courant extrait de la cathode. Au-delà de cette région, le plasma devient trop peu dense pour porter le courant et les électrons émis retombent en fait intégralement sur les parois métalliques. En définitive, on observe même l'apparition de régions de l'émetteur qui collectent plus d'électrons qu'elles n'en émettent (ce qui est rendu visible par les lignes de

courant électronique dont les deux pieds sont appuyés sur l'élément émissif). On approfondira l'analyse de la distribution du courant électronique à la paroi au paragraphe 3). Dans la région de l'orifice, les lignes de courant électronique sont tangentes à la paroi ce qui signifie qu'assez peu d'électrons chutent sur les parois de l'orifice et que les électrons sont essentiellement transportés au travers de cette région.

Enfin, on pourra remarquer que le profil de température ionique n'est pas « lisse » au fond de la cathode (cf. fig. III-4). Ceci est un artefact numérique causé en partie par une l'application d'une limite inférieure sur la densité plasma (à  $10^{17} m^{-3}$ ) sans en faire de même sur la pression ionique (qui est la grandeur simulée dans le schéma fluide, voir le chapitre II). Ainsi, au fond de la cathode, l'évolution de la température ionique est artificielle. Le fait que le maillage soit moins raffiné à cet endroit affecte également le profil spatial de la température ionique. Néanmoins, la qualité de la solution n'est pas diminuée dans la région d'intérêt physique pour le fonctionnement de la cathode, c'est à dire le segment de 1 cm de long le plus proche de l'orifice mis en évidence par la trajectoire des lignes de courant électronique.

## 2) Comparaison aux données expérimentales

Suite à la description rapide qui vient d'être faite de la décharge, il importe de s'assurer que le modèle physique développé reproduit au moins qualitativement les propriétés du plasma observées expérimentalement. On rappelle que, dans cette partie, le profil de température de l'élément émissif est fixé suivant le profil mesuré pour cette même cathode en fonctionnement.

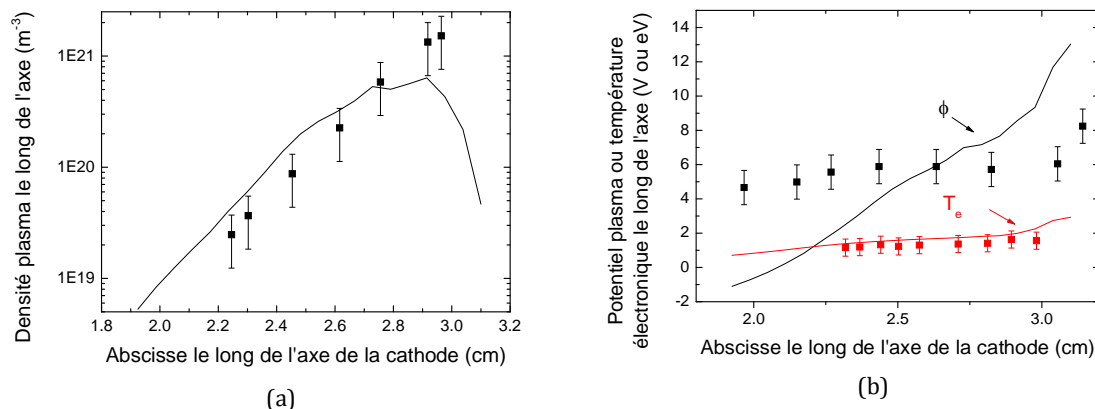


Figure III-5 : Comparaison entre la densité plasma (a), et le potentiel plasma et la température électronique (b) simulés le long de l'axe de la cathode (trait continu) et leur mesure expérimentale (points). Les barres d'erreur correspondent à l'incertitude expérimentale mentionnée dans le texte. La section d'entrée de l'orifice (vue depuis l'intérieur de la cathode) se situe à l'abscisse 3 cm.

La figure III-5 ci-dessus présente une comparaison entre les profils de densité plasma (a), potentiel plasma et température électronique (b) simulés le long de l'axe de la cathode et leur mesure expérimentale. L'erreur de mesure sur la densité plasma est de  $\pm 50\%$  tandis qu'elle est de 0.5 eV pour la température électronique et de 1 V pour le potentiel plasma dans la région interne [12,17,29]. Le plan d'entrée de l'orifice (vu depuis l'intérieur de la cathode) se situe à l'abscisse 3 cm sur la figure III-5.

Sans être satisfaisant, on observe tout de même un accord qualitatif entre la densité plasma simulée et mesurée, avec un plasma concentré dans la proximité immédiate de l'orifice. Ce phénomène est même encore accentué en réalité : en effet, la densité plasma maximale simulée étant plus faible que celle mesurée expérimentalement, la figure III-5 donne l'illusion que la longueur caractéristique de décroissance de la densité plasma simulée est la même que celle mesurée. En réalité, on verra dans la suite comment corriger d'une part dans la simulation cet écart avec la densité plasma maximale mesurée, et, d'autre part, comment écourter la « longueur » caractéristique du profil de densité plasma simulé.

La température électronique simulée est globalement en accord avec les mesures, et on reproduit une légère tendance à l'accroissement de  $T_e$  à proximité de l'orifice. La comparaison au potentiel plasma est plus problématique : si l'on retrouve bien la chute rapide du potentiel plasma dans la section de l'orifice, le potentiel plasma simulé décroît quasi-linéairement le long de l'axe de la cathode tandis que dans les mesures, il semble exhiber un plateau dans le cœur de la cathode. Il faut mentionner que ce plateau du potentiel plasma n'est, semble-t-il, pas présent pour tous les points de fonctionnement de la cathode : ainsi, si l'on se réfère à la littérature [17], ce comportement disparaît pour le point de fonctionnement TH 8, c'est-à-dire pour un courant de décharge  $I_e = 8.2 A$ . Une décroissance linéaire du potentiel plasma le long de l'axe est alors observée dans le corps de la cathode. Physiquement, on peut s'interroger sur les phénomènes qui conduisent à l'existence de ce plateau : en effet, si la température électronique varie effectivement assez peu comme sur les mesures expérimentales, et que la densité électronique loin de la région d'extraction du courant suit au moins approximativement la loi de Boltzmann, la densité plasma devrait être quasi-constante dans cette région. Or ceci n'est pas observé expérimentalement puisque la densité plasma continue de décroître rapidement vers l'amont de la cathode. Il est toutefois possible qu'une interaction complexe avec les parois, mal prise en compte dans ce modèle, dans la région où un faible courant électronique est extrait de la cathode (en raison en partie de phénomènes de saturation de charge d'espace) puisse radicalement modifier le profil de potentiel plasma.

Enfin, on peut également mentionner que la pression simulée au niveau de la frontière amont de la cathode (essentiellement la pression neutre puisque le plasma n'y est pas présent) est bien inférieure à la valeur expérimentale : elle n'est que de  $620 Pa$  contre une valeur de  $1000 Pa$  attendue expérimentalement [14].

Dans l'ensemble, l'accord qualitatif du modèle présenté jusqu'ici avec les résultats expérimentaux est plutôt correct et permet raisonnablement de poursuivre son développement afin d'accroître sa fidélité. Avant de s'interroger au sujet des améliorations possibles, nous allons conclure cette première analyse de la décharge en mettant en lumière quelques éléments clefs qui aident à comprendre le fonctionnement de cette cathode et permettent de dégager une intuition physique.

### 3) Physique détaillée de la décharge et bilans macroscopiques

Comme on l'a fait remarquer au paragraphe 1), il semble que les lignes de courant électronique n'interceptent qu'une région restreinte de la cathode, limitée à une section longue de  $1 cm$  en partant de l'orifice. Pour approfondir cette remarque, on peut se pencher sur la distribution simulée des densités de courant électronique et ionique le long de la

paroi de l'insert émissif. Il est également instructif de comparer ces profils de densité de courant à la température (fixée) de l'insert émissif ainsi qu'au travail de sortie effectif du matériau, qui, on le rappelle, caractérise la hauteur de la barrière de potentiel qui s'oppose à l'émission électronique (cf. chapitre II). Ces différentes grandeurs sont présentées sur la figure III-6 ci-dessous. Le plan de l'orifice est situé sur ces figures à l'abscisse 3 cm.

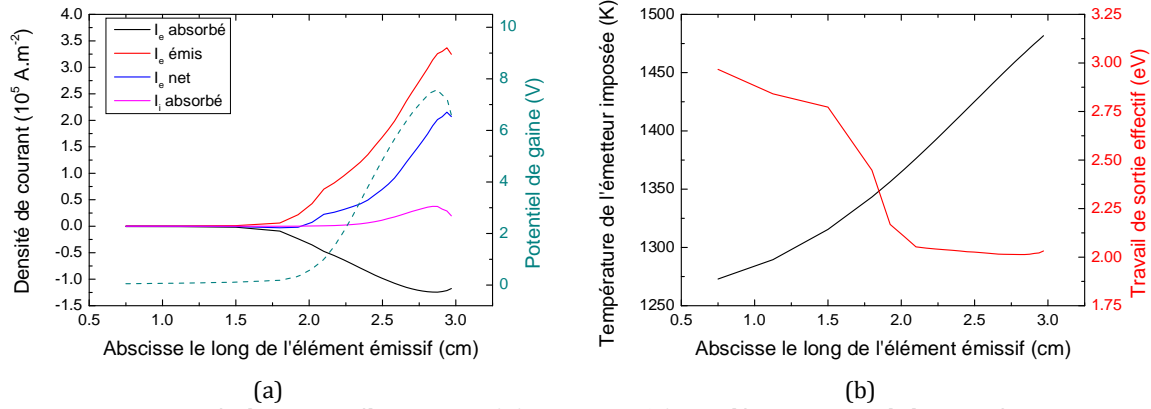


Figure III-6 : Densités de courant électronique ( $I_e$ ) et ionique ( $I_i$ ) simulées au niveau de la paroi émissive et potentiel de gaine (fig. a). Les densités de courant sont orientées selon la normale sortante du domaine plasma. Température de l'émetteur imposée et travail de sortie effectif (simulé) (fig. b). La section d'entrée de l'orifice (vue depuis l'intérieur de la cathode) se situe à l'abscisse 3 cm.

Sur la figure III-6 (a), on a orienté les densités de courant ( $\vec{j}_i = en\vec{u}_i$  et  $\vec{j}_e = -en\vec{u}_e$ ) suivant la normale sortante du domaine plasma. Les valeurs négatives correspondent donc à la collection d'électrons tandis que les valeurs positives correspondent à l'émission d'électrons ou à la collection d'ions.

Le profil simulé de densité de courant électronique (fig. III-6 (a)) confirme notre intuition précédente : seule une région longue de 1 cm contribue significativement à l'émission électronique. Au pic d'émission (localisé très proche de la section de l'orifice), la densité de courant émis atteint plus de  $3 \times 10^5 \text{ A.m}^{-2}$  et ce maximum coïncide avec le maximum du potentiel de gaine (un peu moins de 8 V, à comparer à 13 V, le potentiel plasma dans le plan de l'orifice). On observe dans cette même région émettrice un important courant d'électrons collectés à la paroi (jusqu'à plus de  $1 \times 10^5 \text{ A.m}^{-2}$ ) qui limite la fraction « utile » du courant électronique émis. Les ions bombardent également l'insert émissif, mais dans une bien moindre mesure, puisque la densité de courant ionique collecté maximale n'est que de  $4 \times 10^4 \text{ A.m}^{-2}$ . Pour cette cathode, c'est la faible hauteur des gaines plasma (de l'ordre de  $3 T_e$ ) qui permet la collection importante d'électrons aux parois de l'émetteur. La densité de courant électronique net conserve toutefois le même aspect global que la densité de courant d'émission, à savoir une distribution très piquée à proximité du plan de l'orifice. En première approche, on pourrait imaginer que le fait de collecter un important courant électronique est un comportement défavorable qu'il serait préférable d'éviter. Cependant, il faut rappeler que cette cathode est conçue pour fonctionner de manière auto-thermique (cf. chapitre I) et comme on va le voir ultérieurement dans cette section et plus en détail dans le chapitre IV, le flux d'électrons collecté à la paroi est nécessaire pour maintenir un bilan énergétique nul pour l'insert émissif.

La densité maximale de courant émis (plus de  $3 \times 10^5 \text{ A.m}^{-2}$ , cf. fig. III-6 (a)) peut paraître très, voire trop importante, physiquement, mais n'a en réalité rien d'inhabituel dans le cadre



de la littérature portant sur les cathodes creuses à oxyde [3,12]. Elle est de plus tout à fait en accord avec la loi de Richardson (cf. chapitre II) : en effet, la densité de courant émis varie en  $A_0 T_w^2 \exp(-e \phi_b / k_b T_w)$  où  $\phi_b$  est le travail de sortie effectif et  $T_w$  la température de l'élément émissif. Or, on le voit sur la figure III-6 (b), le travail de sortie effectif chute rapidement proche du plan de l'orifice, parallèlement à une augmentation de la température de l'émetteur. Les conditions sont donc réunies pour conduire à accroissement très localisé de la densité de courant d'émission.

Jusqu'ici on a pris garde à ne parler que de travail de sortie *effectif*  $\phi_b$ , au lieu du travail de sortie traditionnellement discuté et mesuré dans la littérature (voir par exemple [23]). Dans la littérature, le travail de sortie mesuré ne dépend généralement que de la température de la paroi émissive (linéairement, sous la forme  $\phi_{wf}(T_w) = \phi_0 + bT_w$ , tout comme dans l'équation (II.38) dans le chapitre II), tandis que les effets du plasma sur l'émission électronique sont introduits dans un terme correctif dit de « potentiel Schottky » dans l'équation de Richardson-Dushman (équation (II.39) dans le chapitre II). Ici, le modèle de gaine développé pour décrire l'émission électronique intègre naturellement ces termes correctifs liés au plasma à l'intérieur du calcul du travail de sortie *effectif* (cf. chapitre II). Il serait d'ailleurs impossible de formuler séparément ces termes correctifs dans le cas général (à la manière de l'effet Schottky, mais en incluant de plus les effets de limitation de charge d'espace) puisque leur obtention passe par la résolution numérique d'une équation différentielle qui ne peut être intégrée analytiquement (voir l'annexe B). On peut néanmoins calculer a posteriori à partir des simulations numériques, l'amplitude des corrections au travail de sortie dues au plasma sous la forme suivante :  $\Delta\phi_{wf} = \phi_b - \phi_{wf}(T_w)$ , où  $\phi_{wf}(T_w)$  est la dépendance mesurée expérimentalement du travail de sortie envers la température de l'émetteur *uniquement*. On a tracé l'évolution sur la figure ci-dessous l'évolution spatiale de  $\Delta\phi_{wf}$  le long de l'élément émissif, sur laquelle on a superposé le profil de densité plasma immédiatement au sortir de la gaine plasma faisant face à l'émetteur électronique.

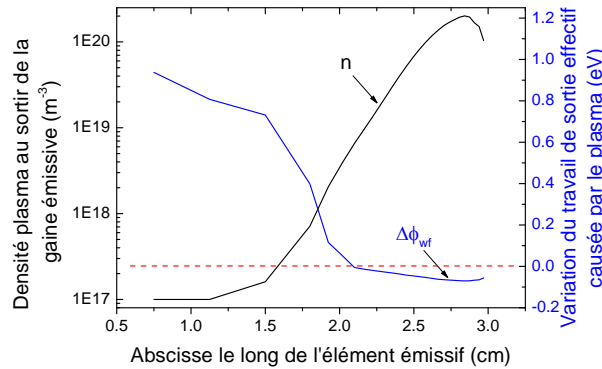


Figure III-7 : Densité plasma au sortir de la gaine émissive ( $n$ ) et variation simulée du travail de sortie causée par la présence du plasma ( $\Delta\phi_{wf}$ ).

On constate que, à mesure que la densité de plasma croît (en direction de l'orifice, vers les abscisses croissantes),  $\Delta\phi_{wf}$  chute. La limite  $\Delta\phi_{wf} = 0$  permet de distinguer deux régions physiquement différentes : lorsque  $\Delta\phi_{wf} < 0$ , la présence du plasma conduit à un accroissement de l'émission électronique (ou une diminution du travail de sortie effectif) par rapport au comportement du matériau en l'absence de plasma. C'est l'effet Schottky. Dans le cas contraire, à  $\Delta\phi_{wf} > 0$ , le plasma n'est pas suffisamment dense (ou de manière

équivalente, la chute de potentiel dans la gaine pas suffisamment importante) pour extraire le courant électronique émis à la paroi. On se trouve alors d'une situation défavorable de saturation de charge d'espace qui s'oppose à l'émission électronique. La transition entre ces deux régions se fait de nouveau, comme on a pu en avoir l'intuition précédemment, à une distance de 1 cm du plan de l'orifice, c.-à-d. la longueur de la zone « utile » de l'émetteur.

On a pu observer plus haut (cf. fig. III-6 (a)) que le courant d'ions collecté à la paroi de cette cathode est faible comparativement aux densités de courant électronique émis et collecté. Ceci est encore plus frappant si on considère un bilan de courant global de la cathode : pour un courant extrait de  $I_e = 13\text{ A}$ , 23.2 A de courant électronique est émis, duquel 12.6 A est collecté sur les parois métalliques. Le supplément de courant (2.4 A) est produit par ionisation en volume, ce qui conduit à un courant ionique de 2.3 A qui chute sur l'ensemble des parois métalliques (la part restante du courant ionique quitte le domaine au travers des frontières fictives d'admission et d'extraction). Il apparaît ici que les ions ne jouent qu'un rôle mineur dans la cathode : au lieu de participer activement à la multiplication électronique (dans un cycle *neutre*  $\rightarrow$  *ionisation*  $+ e^- \rightarrow$  *recombinaison à la paroi*), ils permettent principalement de neutraliser la charge d'espace, et autorisent le transport et l'extraction du courant électronique émis à la paroi. Cela dit, la recombinaison à la paroi reste un phénomène essentiel dans la cathode : en effet, le débit de xénon à l'admission vaut 3.6 SCCM, ce qui, si l'on suppose que tout le xénon est ionisé, correspond à un courant équivalent approximativement égal à 0.26 A. Il apparaît donc essentiel que chaque atome de xénon effectue un nombre de cycles ionisation/recombinaison important avant de quitter la cathode. Ceci donne un argument qui justifie de manière indirecte l'utilisation d'un orifice de petite taille dans la cathode (cf. chapitre II) : l'orifice crée une constriction de l'écoulement qui force les neutres à passer dans la région dense du plasma (cf. fig. III-2) et facilite leur ionisation par rapport à une géométrie « débouchante » (sans orifice) dans laquelle les neutres seraient libres de s'écouler plus librement. L'utilisation des neutres injectés sera alors probablement plus efficace dans le cas où une constriction est introduite. L'influence du rayon de l'orifice sur le fonctionnement de la cathode sera étudiée dans le cadre de l'étude paramétrique réalisée dans le chapitre V.

Puisque cette cathode est conçue pour fonctionner en mode auto-thermique, il est intéressant de réaliser à la suite des bilans de courant également un bilan d'énergie pour l'insert émissif tenant compte du coût énergétique de l'émission électronique et du bombardement causé par le plasma. En réservant les détails pour le chapitre traitant du modèle thermique (chapitre IV), on dira simplement ici que les flux d'énergie correspondent pour les électrons à ceux causés par le franchissement d'une barrière de potentiel (de hauteur  $\phi_b$  à l'émission, et  $\phi_0$  lors de la collection,  $\phi_0$  étant le potentiel de gaine). Pour les ions, on sommerait leur gain d'énergie cinétique dans la gaine à leur énergie cinétique initiale à l'entrée de la gaine, et à l'énergie potentielle libérée lors de la recombinaison (c.-à-d. l'énergie du seuil de première ionisation). Une fois ce bilan effectué, on obtient que l'élément émissif perd approximativement 53 W dans l'émission électronique, tandis qu'il en regagne 65 W par bombardement électronique sur l'ensemble des parois (et 61 W uniquement sur l'émetteur électronique). Les ions contribuent également au chauffage de l'élément émissif, qui regagne 33 W dans le bombardement. Il est étonnant de constater que dans le cas de cette cathode, le chauffage produit par les ions est en définitive moins efficace que celui causé par les électrons. En effet, le fait que les gaines ne soient hautes que de quelques volts



(cf. fig. III-6) n'accélère pas significativement les ions dans la gaine, et ceux-ci contribuent au chauffage principalement au travers de l'énergie potentielle libérée dans la recombinaison. Si l'on réfléchit maintenant en termes de durée de vie et de dégradation de l'élément émissif, on peut remarquer que ce chauffage majoritairement électronique est favorable : en effet, même si le chauffage par un bombardement ionique intense serait plus efficace, celui-ci causerait très certainement l'érosion accélérée de l'élément émissif, ce qui réduirait la durée de vie de la cathode.

On peut constater que le bilan thermique qui vient d'être réalisé pour l'élément émissif est positif ; le cas de simulation présenté ici est donc réaliste pour une cathode auto-thermique. Le surplus d'énergie thermique est alors dissipé par radiation et conduction vers le support de la cathode (voir chapitre IV). Cependant, il faut prendre garde à ne pas pousser trop loin l'interprétation : il ne s'agit que d'un bilan global qui ne prend pas compte la distribution spatiale du flux d'énergie apportée aux parois. Seul le couplage complet entre modèle fluide et thermique (réalisé dans le chapitre IV) nous permettra nous assurer que le plasma interne simulé est tout à fait cohérent avec la distribution de température en parois en fonctionnement réel.

Enfin, on conclut cette partie avec une remarque au sujet du champ de vitesse des ions dans l'orifice de la cathode. Comme mentionné plus haut, une lecture attentive de la figure III-2 montre que dans la simulation, les ions sortent de la cathode, au même titre que les électrons, et vont donc à l'encontre du champ électrique ! On pourrait éventuellement accuser la proximité de la condition aux limites d'être la cause de ce comportement (qui serait alors un effet purement numérique), mais il n'en est rien : un bilan de quantité de mouvement (voir ci-dessous) montre que la somme des termes de pression et de transfert de quantité de mouvement par collision (avec les électrons et les neutres) est suffisante pour pousser les ions vers l'extérieur de la cathode.

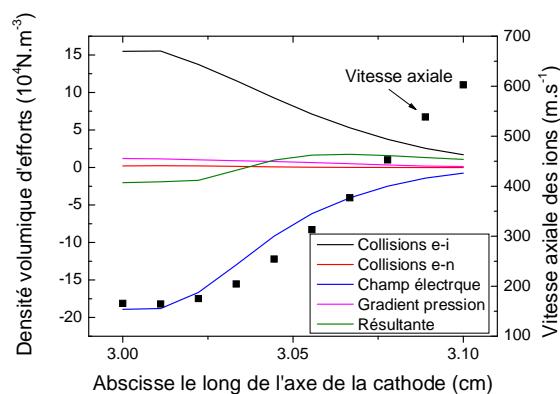


Figure III-8 : Bilan de quantité de mouvement pour les ions dans l'orifice de la cathode (situé entre la section d'entrée à 3 cm et la section de sortie à 3.1 cm, cf. fig. III-1).

On le voit, la résultante des forces est suffisante pour accélérer les ions vers la sortie de la cathode (ce qui s'observe au travers de la croissance de la vitesse ionique axiale sur la figure). Cette analyse est toutefois imparfaite dans la mesure où les effets d'advection de la densité volumique de quantité de mouvement (en raison de l'expansion vers la plume de la cathode) et la diminution de la densité plasma ne permettent plus d'analyser correctement le bilan de quantité de mouvement des ions en se préoccupant uniquement des termes

source (cf. le membre de droite de l'équation (II.8) dans le chapitre II traitant du modèle interne).

La figure III-8 justifie tout de même un comportement du modèle qui peut être source d'étonnement au premier abord. Il faut également souligner que cette particularité du champ de vitesse des ions a déjà été analysée dans des simulations antérieures réalisées pour une cathode dont l'orifice était environ 3 fois plus étroit [27] (environ  $0.15\text{ mm}$  de rayon contre  $0.5\text{ mm}$  dans les simulations présentées ici), bien que les causes en soient différentes. En effet, même si l'orifice de la cathode analysée dans [27] est bien plus étroit que celui dont il est question ici, le débit de xénon est quasiment identique à nos simulations. Ainsi, la comparaison des bilans de quantité de mouvement entre la figure III-8 et les résultats de [27] montrent dans notre cas une prédominance des collisions électron-ion tandis que ce sont les collisions neutre-ion qui dominent dans [27].

En raisonnant physiquement, on peut d'ailleurs se convaincre qu'il est préférable que des ions sortent également de la cathode pour assurer un comportement stationnaire. Ceci se comprend aisément quand la cathode est tirée en mode diode (sans propulseur). En effet, il n'y a dans ce cas pas de source d'ions extérieure à la cathode, et on s'attend à ce que la densité neutre chute bien trop rapidement hors de la cathode pour permettre un terme source d'ionisation significatif dans la région externe. Dans ce cas, il est évident que l'extraction d'un faible courant d'ions de la cathode permettra de neutraliser plus facilement la charge d'espace des électrons extraits.

### B. Critique de ces résultats. Comment rendre le modèle plus réaliste ?

Bien que ces premiers résultats de simulation soient encourageants dans leur comparaison qualitative avec les mesures, la différence observée entre simulation et expérience au niveau du profil de densité plasma, aussi bien en termes de densité maximale que de localisation spatiale, nécessite un approfondissement du modèle. Le fait que la température de la paroi émissive soit fixée selon son profil mesuré expérimentalement ne nous laisse pas de degré de liberté de ce côté, et le modèle devrait dans ces conditions reproduire le mieux possible les propriétés observées du plasma. Afin de tendre dans cette direction, on peut envisager d'enrichir les équations fluides de termes liés à des phénomènes négligés jusqu'ici (ionisation par étapes, prise en compte du champ magnétique induit par le courant électronique) ou encore de revoir les conditions aux limites, et en particulier celles liées à l'émission électronique.

Nous allons explorer ces différentes possibilités au cours de la prochaine partie de cette étude.

## II. Phénomènes physiques manquants

### A. Phénomènes aux parois - Porosité de l'élément émissif

#### 1) Nature de l'élément émissif

Jusqu'ici, on a considéré l'émetteur électronique comme un cylindre parfaitement lisse duquel les électrons sont émis depuis sa surface interne en direction du plasma. Cette

représentation de l'émetteur est en fait fortement idéalisée : en effet, dans le cas de l'émetteur BaO-W (411) de la cathode NASA NSTAR, celui-ci est en fait constitué d'une matrice poreuse de tungstène sur laquelle est déposé l'oxyde de baryum [23]. On imagine bien que la surface de l'élément émissif ne peut être que très « accidentée », ce que confirment les images de la surface de l'émetteur, obtenues par microscopie à balayage électronique aussi bien pour un émetteur neuf que usagé [56].

On va le voir dans la suite, la prise en compte de l'état de surface impacte largement les résultats de simulation pour un même point de fonctionnement et on comprend alors que ces caractéristiques fines de l'émetteur puissent influencer le comportement physique d'une cathode réelle. En particulier, la structure des pores, la couverture de la surface de l'émetteur par les pores, la densité de l'émetteur (relativement à un bloc de tungstène massif) seraient autant de paramètres à prendre en compte pour décrire de manière exacte la physique de l'émission. Ces paramètres sont contrôlés par un processus industriel complexe comprenant plusieurs phases [9] (obtention de la matrice de tungstène à partir d'une poudre par pressage puis frittage, mise en forme et imprégnation) et on peut aisément imaginer une certaine variabilité dans les caractéristiques des émetteurs obtenus. Les caractéristiques typiques suivantes de la matrice de tungstène sont mentionnées dans la littérature : la matrice a une densité de l'ordre de 80 % de la densité du tungstène massif et les pores ont un diamètre en surface de l'émetteur compris entre 1 et 7  $\mu\text{m}$  (avec une valeur moyenne à 3  $\mu\text{m}$ ). Une densité de pores comprise entre 8000 et 36000 pores par  $\text{mm}^2$  est également mentionnée. On peut aussi imaginer que la couverture de la matrice par le BaO est susceptible de varier selon la méthode d'imprégnation employée.

L'ensemble des caractéristiques de l'émetteur mentionnées ici ne sont que rarement explicitées dans la littérature à cause, d'une part, de la difficulté évidente à les déterminer, et, d'autre part, en raison du secret industriel de fabrication de cet élément clef de la cathode. Enfin, il est clair que ces caractéristiques sont susceptibles d'évoluer sous l'action du bombardement du plasma (voir par exemple [56] pour une illustration de l'évolution de la matrice de l'émetteur) et suite à l'évaporation de l'oxyde de baryum dans la cathode en fonctionnement [3,57].

Quelle est la raison physique pour s'intéresser à la nature fine de l'émetteur électronique ? Le modèle de gaine plasma, et en particulier le modèle de gaine émissive, décrit dans chapitre II suppose que l'émission est réalisée depuis un plan infini. Naturellement, cette situation est idéalisée, et dans le cas où la largeur de la gaine plasma serait du même ordre ou plus petite que la taille des structures de la paroi, on conçoit bien que le plasma puisse pénétrer dans les pores du matériau. Dans le cas du matériau émissif, ceci peut conduire à exposer au plasma une surface effective de l'émetteur plus grande que sa surface géométrique apparente [6], et ainsi accroître le courant d'émission par un facteur multiplicatif devant la loi de Richardson-Dushman (cf. chapitre II). La cathode NASA NSTAR réunit des conditions plasma susceptibles de faire apparaître un tel phénomène : en effet, si on estime la épaisseur de la gaine émissive par la longueur de Debye, on trouve à partir des résultats de simulations présentées au cours de la partie I une épaisseur de gaine de l'ordre 1  $\mu\text{m}$  ( $T_e = 2 \text{ eV}$  et  $n = 10^{20} \text{ m}^{-3}$ ). En comparant ceci à la taille caractéristique des pores mentionnée (quelques  $\mu\text{m}$ ), on s'aperçoit que la porosité de l'émetteur est susceptible de jouer un rôle dans l'émission électronique de la cathode.

## 2) Prise en compte de la porosité de l'émetteur dans le modèle physique

Naturellement, même dans le cas où les propriétés physiques de l'émetteur électronique seraient parfaitement connues, il reste délicat de modéliser la pénétration d'un plasma dans un milieu poreux sans avoir recours à une simulation complète incluant les pores dans la géométrie du domaine [58]. Le problème est encore rendu plus difficile en raison de la nature émissive de l'émetteur thermoionique. Ce sujet à lui seul mériterait d'être l'objet d'études et il est illusoire de chercher à décrire le phénomène précisément dans le cadre d'un modèle complet de cathode. Il faut d'ailleurs souligner que le phénomène de pénétration du plasma dans les pores de l'émetteur ne peut être totalement dissocié du travail de sortie mesuré : en effet, le travail de sortie est obtenu non pas par détermination théorique mais par mesure du courant d'émission en fonction de la température et de la tension appliquée à l'émetteur thermoionique [23]. Cela permet de remonter au travail de sortie à l'aide de la loi de Richardson  $A_0 T_w^2 \exp(-e \phi_{wf}(T_w)/k_b T_w)$  en se plaçant dans la situation où la contribution de l'effet Schottky est nulle (c'est-à-dire lorsque le potentiel de gaine devient faible).  $\phi_{wf}(T_w)$  est alors le travail de sortie de l'émetteur que l'on peut déterminer pour plusieurs températures de paroi  $T_w$ , et on effectue généralement une régression linéaire pour obtenir le travail de sortie sous la forme  $\phi_{wf}(T_w) = \phi_0 + b T_w$ . Or, si on modélise la pénétration du plasma dans les pores et l'accroissement de la surface effective d'émission par un simple facteur multiplicatif devant la loi de Richardson, il est tout à fait possible de faire entrer ce facteur dans l'exponentielle, précisément dans le terme linéaire  $b$  de  $\phi_{wf}(T_w)$ . Sous cet angle, il apparaît possible que l'accroissement de la surface effective d'émission causée par la porosité de l'émetteur soit déjà pris en compte lors de la détermination du travail de sortie. Bien entendu la présence du plasma de la cathode à l'entrée des pores est encore susceptible d'amplifier le phénomène.

L'importance de la pénétration du plasma dans les pores de l'émetteur BaO-411 (W) a déjà été mise en évidence dans la littérature par Mikellides *et al.*[12]. En résumé, leur démarche considère le pore cylindrique, et en supposant les ions en expansion dans celui-ci, on peut déterminer leur densité le long de l'axe du pore. En supposant ensuite la quasi-neutralité dans le pore, ce qui permet de calculer la longueur de Debye et donc un ordre de grandeur de la largeur de la gaine, on peut se fixer une limite sur la longueur « utile » du pore en comparant la taille de la gaine au diamètre du pore. On obtient alors la surface effective d'émission et son rapport vis-à-vis de la surface d'entrée du pore. Le rapport entre surface effective d'émission et surface réelle ( $K_{EM}$ ) est finalement déterminé dans [12] comme étant proportionnel à  $r_p/\lambda_D$  où  $r_p$  est le rayon du pore et  $\lambda_D$  la longueur de Debye à l'entrée du pore.

On notera dans la suite :

$$K_{EM} = \text{Surface effective émission} / \text{Surface géométrique} \quad (\text{III.1})$$

Cette démarche est physiquement intéressante car elle produit un comportement attendu intuitivement : lorsque l'épaisseur de la gaine décroît ( $\lambda_D$  diminue), sa pénétration dans les pores du matériau est facilitée et la surface effective d'émission serait accrue. Néanmoins, elle pose plusieurs problèmes : dans [12], les ions sont supposés entrer dans le pore à la vitesse de Bohm (caractéristique de la frontière entre la région quasi-neutre et la gaine, non

quasi-neutre). Or, l'hypothèse de quasi-neutralité est tout de même maintenue dans le pore afin de calculer la longueur de Debye. Si on poursuit en supposant la quasi-neutralité dans le pore, les gaines émissives sont alors reléguées aux frontières radiales du pore et il devient difficile d'imaginer l'existence de gaines émissives enveloppant toute la surface latérale du pore, en particulier en raison des dimensions réduites du pore (quelques  $\mu m$ ) comparées à la longueur de Debye. Les difficultés ne s'arrêtent pas là, puisque le coefficient  $K_{EM}$  apparaît en définitive comme coefficient multiplicatif devant le courant d'émission, calculé pour un modèle de gaine émissive 1D déterminé non pas à partir des propriétés du plasma à l'intérieur du pore (supposé quasi neutre) mais à partir des grandeurs évaluées à l'entrée du pore. Enfin, de manière cohérente avec le modèle de gaine 1D (cf. chapitre II), les ions devraient se diriger vers la paroi latérale du pore à la vitesse de Bohm, ce qui conduit à un flux d'ions à l'entrée du pore plus important qu'attendu initialement, et invalide l'entrée des ions à la vitesse de Bohm dans le pore. En supposant alors (correctement) que les ions entrent dans le pore à la vitesse  $K_{EM} \cdot u_{Bohm}$ , les expressions mises en place dans [12] ne permettent plus de conclure quant à la longueur utile du pore (la longueur de Debye estimée devient constante le long de l'axe du pore). Dans le cas contraire, en supposant que les ions pénètrent le pore effectivement à la vitesse de Bohm, la conservation du flux d'ions impose une vitesse des ions en direction de la paroi latérale inférieure à la vitesse de Bohm, et l'application du modèle de gaine émissive en paroi latérale du pore devient incorrecte.

Suite aux remarques précédentes, on se rend bien compte des incohérences qui sous-tendent cette tentative de simplification forcée d'une situation extrêmement complexe. A ce titre, il aurait sans doute été tout aussi raisonnable de ne pas supposer la quasi-neutralité dans le pore pour aboutir finalement à une sorte de gaine « unique » couvrant toute la surface du pore, et obtenir à un résultat tout à fait différent.

Plusieurs approches ont été tentées dans le cadre de cette étude, avec un niveau de sophistication croissant dans la description du plasma dans le pore, et en définitive, il s'est avéré plus raisonnable, en raison de la complexité des phénomènes mis en jeu, de supposer un coefficient d'amplification de l'émission électronique  $K_{EM}$  constant sur l'ensemble de l'élément émissif. On prendra  $K_{EM} = 2$  dans les simulations qui vont suivre (cf. paragraphe 3) indépendamment des propriétés du plasma. Bien entendu, le modèle de gaine émissive tel qu'il a été présenté dans le chapitre II s'applique toujours, en particulier au niveau de sa capacité à traiter les phénomènes de limitation de charge d'espace. On peut remarquer que la valeur de ce coefficient  $K_{EM} = 2$  n'a rien d'exceptionnel par rapport à son équivalent dans la littérature : une surface effective d'émission atteignant localement plus de 6 fois la surface géométrique peut être calculée à partir des simulations issues des travaux de Mikellides *et al.* [12].

En pratique, si on note  $\Gamma_i$ ,  $\Gamma_e^{ab}$  et  $\Gamma_e^{em}$  les flux d'ions, d'électrons collectés et d'électrons émis par la surface de l'émetteur thermoionique en l'absence de porosité (donc tels que calculés par le modèle de gaine dans le chapitre II), et  $(\Gamma_i)_p$ ,  $(\Gamma_e^{ab})_p$  et  $(\Gamma_e^{em})_p$  leurs analogues tenant compte de manière effective de la porosité de l'émetteur, on prendra dans le modèle :

$$\begin{cases} (\Gamma_i)_p &= \Gamma_i \\ (\Gamma_e^{ab})_p &= \Gamma_e^{ab} \\ (\Gamma_e^{em})_p &= K_{EM} \times \Gamma_e^{em} \end{cases} \quad (III.2)$$

Ce choix des flux de particules suppose la formation d'une gaine unique englobant la totalité du pore et qui permet de neutraliser la charge d'espace des électrons émis et d'extraire un courant électronique depuis une surface plus importante que la surface géométrique d'entrée du pore. La gaine étant unique dans le pore, les ions y entrent toujours à la vitesse de Bohm, ce qui peut justifier le fait de ne pas appliquer le coefficient  $K_{EM}$  sur le flux d'ions. De même, puisque la gaine englobe la totalité du pore, on peut raisonnablement calculer le flux d'électrons collectés à partir de la chute de potentiel dans la gaine et de la surface d'entrée.

Bien entendu, cette représentation de la porosité de la paroi est extrêmement simpliste, et ne prend pas en compte la dépendance envers les propriétés du plasma dont on peut avoir l'intuition. Toutefois, la complexité du phénomène de pénétration du plasma dans les pores est telle qu'il est préférable de se limiter à une description simple de la porosité de la paroi et d'en évaluer clairement ses effets sur le plasma de la cathode.

### 3) Effet de la porosité de l'émetteur sur les résultats de simulation

Au cours de ce paragraphe, nous allons analyser les effets de la porosité de la paroi, prise en compte de manière effective à l'aide de (III.2) avec  $K_{EM} = 2$ , sur les propriétés du plasma de la cathode à partir de résultats de simulation. Les résultats de simulation seront comparés avec le cas où l'on néglige l'influence de la porosité (cf. partie I).

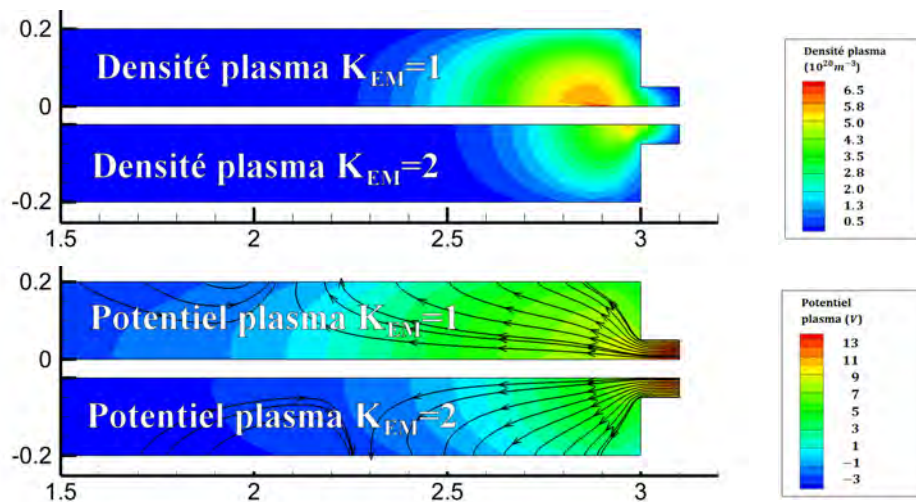


Figure III-9 : Comparaison entre les simulations avec ( $K_{EM} = 2$ ) et sans porosité ( $K_{EM} = 1$ ) de l'émetteur électronique : densité plasma et potentiel plasma dans la cathode.

La figure III-9 présente une comparaison entre le cas où l'effet de la porosité est négligé (ligne supérieure, notée  $K_{EM} = 1$ ) et le cas où la porosité est prise en compte (ligne

inférieure,  $K_{EM} = 2$ ). Cette comparaison est réalisée pour la densité plasma et le potentiel plasma dans la cathode (fig. III-9).

Comme précédemment, quelques lignes de courant électronique sont tracées sur la distribution de potentiel plasma. On constate immédiatement que dans le cas avec porosité, le plasma est encore plus concentré près de l'orifice que dans le cas sans porosité. Les valeurs maximales de densité ( $n_{max}$ ) et potentiel plasma ( $\phi_{max}$ ) ne sont pas radicalement affectées par la porosité de l'émetteur : on obtient respectivement  $n_{max} = 5.5 \times 10^{20} m^{-3}$  et  $\phi_{max} = 11.6 V$  lorsque  $K_{EM} = 2$  contre  $n_{max} = 6.5 \times 10^{20} m^{-3}$  et  $\phi_{max} = 13 V$  dans le cas où  $K_{EM} = 1$ . Le tracé des lignes de courant électronique suit la tendance générale d'un plasma plus « compact » lorsque  $K_{EM} = 2$  : tandis que les dernières lignes de courant extraites de la cathode atteignent l'émetteur jusqu'à 1 cm de l'orifice lorsque  $K_{EM} = 1$ , elle n'atteignent plus qu'une portion longue de 0.7 cm lorsque  $K_{EM} = 2$ .

Il faut rappeler que même dans le cas où  $K_{EM} = 2$ , le profil de température de l'élément émissif est maintenu tel que mesuré expérimentalement (cf. fig. III-6 par exemple). Suite aux modifications du profil de densité plasma dans le corps de la cathode causées par la porosité (localisation du plasma plus prononcée), on peut s'attendre à retrouver un effet similaire sur les densités de courants simulées aux parois. La figure III-10 ci-dessous présente une comparaison des densités de courant électronique émis et collecté dans les cas  $K_{EM} = 1$  (émetteur non poreux) et  $K_{EM} = 2$  (émetteur poreux). Le profil du potentiel de gaine (noté  $\phi$ ) est également tracé.

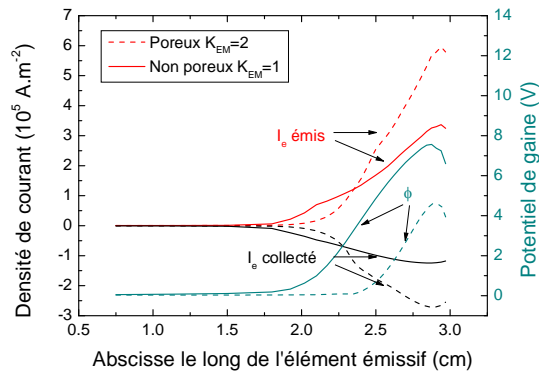


Figure III-10 : Densités simulées de courant électronique ( $I_e$ ) émis et collecté à la paroi de l'insert émissif selon que l'émetteur est considéré poreux ( $K_{EM} = 2$ , tirets) ou non ( $K_{EM} = 1$ , lignes continues). Le potentiel de gaine est également tracé (noté  $\phi$ ).

La densité maximale de courant électronique émis est approximativement doublée lorsque  $K_{EM} = 2$ , tandis que la longueur de la zone émissive utile est diminuée : 80 % du courant d'émission provient d'une zone longue de 5 mm lorsque  $K_{EM} = 2$ , tandis que cette zone est longue de 7 mm lorsque  $K_{EM} = 1$ . Le potentiel de gaine est également diminué lorsque  $K_{EM} = 2$ , puisque le potentiel de gaine nécessaire pour extraire un même courant électronique de la paroi est moins important, du fait de la surface effective d'émission accrue. Parallèlement, la réduction du potentiel de gaine limite moins efficacement la collection du courant électronique à la paroi, ce qui accroît la densité de courant électronique absorbé. On peut ajouter que le fait que le choix  $K_{EM} = 2$  ne conduise pas exactement au doublement de la densité de courant d'émission provient des non-linéarités

inhérentes du modèle de gaine (en particulier envers le potentiel plasma au travers de l'effet Schottky) ainsi que des modifications du profil de plasma interne dans la cathode.

A ce titre, il est bon de préciser que la densité de courant émis représentée sur la figure III-10 est rapportée à la surface géométrique (supposée plane) de l'insert émissif : si l'on considère maintenant le courant émis par un élément de surface microscopique de l'émetteur (poreux, le cas échéant), la densité de courant doit être divisée par le facteur  $K_{EM}$  par rapport à la valeur représentée sur la figure III-10. Dans l'ensemble de cette étude, on conservera implicitement cette normalisation.

Suite à cette brève analyse des courants aux parois, il est intéressant d'effectuer de nouveau un bilan macroscopique des courants émis et collectés dans la cathode. A titre de comparaison, les valeurs dans le cas  $K_{EM} = 1$  sont rappelées (cf. partie I). Le courant extrait vaut 13 A.

	Avec porosité $K_{EM} = 2$	Sans porosité $K_{EM} = 1$
<b><math>I_e</math> collecté</b>	20.3 A	12.6 A
<b><math>I_e</math> émis</b>	32.2 A	23.2 A
<b><math>I_i</math> collecté</b>	1.1 A	2.3 A
<b>Longueur effective d'émission</b>	5 mm	7 mm

Figure III-11 : Caractéristiques principales de l'émission électronique dans la cathode dans les cas avec et sans porosité

On observe que la prise en compte de la porosité accroît évidemment le courant émis (puisque par ailleurs le profil de température est maintenu constant), et donc également le courant collecté pour maintenir le bilan de courant extrait constant. L'émission se fait maintenant sur une longueur effective de l'émetteur plus courte (d'où provient 80 % du courant émis). On remarque également que le courant ionique collecté diminue dans le cas  $K_{EM} = 2$  par rapport au cas  $K_{EM} = 1$  ce qui signifie indirectement que moins d'ions sont produits en volume dans la cathode. Ceci est cohérent avec une densité plasma réduite dans le domaine dans le cas  $K_{EM} = 2$ , comme on a pu le constater préalablement sur la figure III-9.

On a remarqué au cours de la partie précédente (paragraphe I.A.2) que le profil axial de densité plasma simulé était légèrement plus étendu spatialement lorsque  $K_{EM} = 1$  (émetteur non poreux) que celui mesuré expérimentalement (ou l'émetteur est supposément poreux). On peut maintenant reprendre cette comparaison en y ajoutant le profil de densité plasma simulé lorsque  $K_{EM} = 2$  (émetteur poreux) :



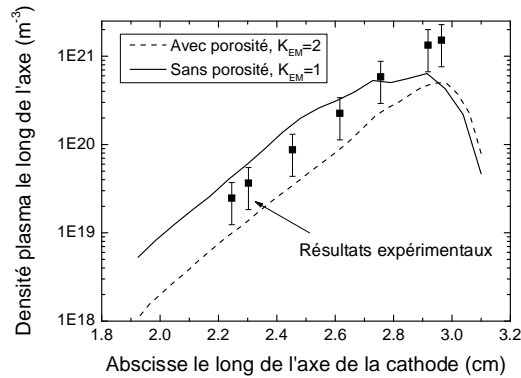


Figure III-12 : Comparaison entre les profils de densité plasma simulés selon l'axe de la cathode pour les cas avec ou sans porosité et le profil mesuré expérimentalement. La densité est en échelle logarithmique. La section d'entrée de l'orifice (vue depuis l'intérieur de la cathode) se situe à l'abscisse 3 cm.

On le voit sur la figure III-12 ci-dessus, lorsque  $K_{EM} = 2$ , le profil de densité plasma est notablement plus contracté près de l'orifice (à l'abscisse 3 cm) et chute maintenant plus rapidement vers le fond de la cathode (abscisses décroissantes) que le profil simulé avec  $K_{EM} = 1$ . En un sens, l'accord du modèle avec l'expérience semble dégradé dans le cas  $K_{EM} = 2$  par rapport au cas  $K_{EM} = 1$ , puisque la densité plasma simulée est maintenant inférieure à la valeur expérimentale sur l'intégralité de l'axe de la cathode. L'allure de la densité plasma selon l'axe est toutefois bien plus proche de celle observée expérimentalement : on observe qu'un décalage en bloc sur la figure III-12 (donc une multiplication uniforme de la densité plasma, en échelle logarithmique) permettrait d'obtenir un profil de densité plasma en très bon accord avec l'expérience. Nous verrons dans la suite (paragraphes B.1) et B.2) et surtout partie III) quelles extensions du modèle permettent d'accroître globalement la densité plasma simulée dans la cathode.

Il faut au final retenir de cette discussion sur la nature fine de l'émetteur électronique de la cathode NSTAR (pour rappel, il s'agit du BaO-W (411)) que celle-ci peut avoir une influence sensible sur les grandeurs simulées, et en particulier sur l'allure du profil de densité plasma. Il est hélas délicat de tenter de reproduire finement l'effet de la porosité sur le plasma interne dans la cathode puisqu'il s'agit d'un phénomène complexe impliquant entre autres la pénétration du plasma dans les pores du matériau, phénomène qui à lui seul mériterait de faire l'objet d'études complètes. Puisque toute tentative de simplification du problème semble souffrir d'hypothèses en définitive contradictoires et difficilement vérifiables (cf. paragraphe 2), nous avons pris le parti de choisir une approche phénoménologique en multipliant la surface effective d'émission uniformément par 2. Dans la suite (sauf mention contraire), nous considérerons le cas  $K_{EM} = 2$  comme notre cas de référence pour la cathode NASA NSTAR à émetteur BaO-W (411), puisqu'il permet de retrouver une allure de la variation de la densité plasma le long de l'axe de la cathode similaire à celle obtenue expérimentalement.

#### 4) Energie thermique des ions neutralisés à la paroi

Pour conclure cette sous-partie au sujet des phénomènes physiques liés à la paroi de la cathode, on peut rappeler que l'on a fait le choix dans le modèle de fixer la température des neutres issus de la neutralisation à celle de la paroi (cf. chapitre II). On se propose d'évaluer ici l'influence de cette hypothèse en faisant le choix inverse, c'est-à-dire de fixer la

température de l'espèce neutralisée égale à celle de l'ion incident. Dans ce paragraphe, on ne tient pas compte de la porosité de l'élément émissif ( $K_{EM} = 1$ ). La figure ci-dessous compare l'influence de ces deux choix extrêmes pour la densité plasma simulée le long de l'axe de la cathode ainsi que pour les températures ionique et neutre.

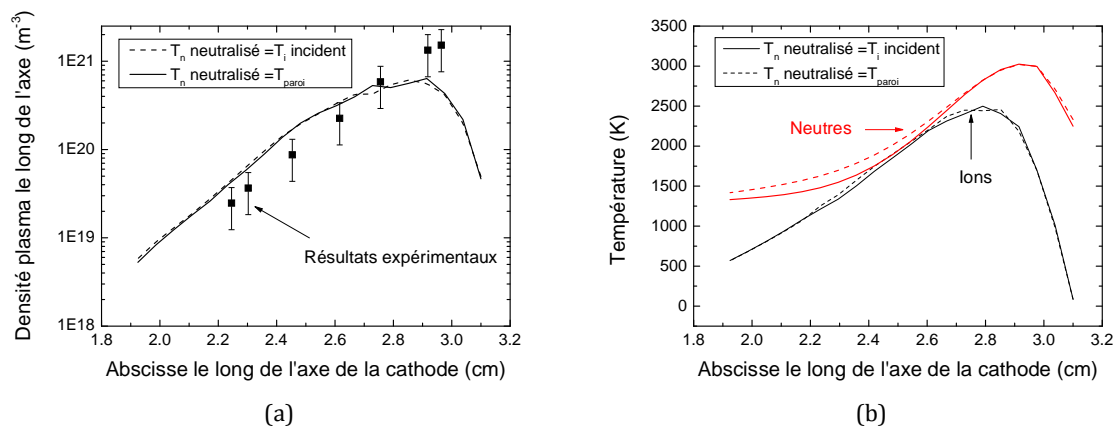


Figure III-13 : Influence de la température des neutres recombinés à la paroi sur la densité plasma simulée sur l'axe de la cathode (a) et sur les profils de température simulés des ions et des neutres. La section d'entrée de l'orifice (vue depuis l'intérieur de la cathode) se situe à l'abscisse 3 cm.

Comme on peut le voir sur la figure ci-dessus, les profils de densité plasma (a) et de température des lourds (b) simulés sur l'axe de la cathode sont insensibles à la température des neutres recombinés à la paroi. Il en va de même pour l'ensemble des profils dans la région interne de la cathode.

Dans la suite, on conservera simplement l'hypothèse que la température des neutres recombinés à la paroi est égale à la température de la paroi.

## B. Phénomènes additionnels au cœur du plasma

Au cours de cette partie, on va donner quelques éléments concernant la prise en compte de phénomènes ayant trait au cœur du plasma mais négligés jusqu'ici. On considérera l'influence de l'ionisation par étape du xénon (au travers de l'état métastable ( $1s5$ )), du champ magnétique induit en particulier dans la région de l'orifice et enfin de l'hypothèse de l'absence de pertes radiatives dues à l'opacité du milieu interne à la cathode. Nous exposerons la méthode de prise en compte de ces différents phénomènes au cours des trois prochains paragraphes avant de passer à leur influence sur les résultats de simulation.

### 1) Ionisation par étape

On a remarqué au cours de la partie I que la température électronique à l'intérieur de la cathode est partout inférieure à 3 eV. Dans ces conditions, il est évident que l'ionisation du xénon par impact électronique direct ne peut être vraiment efficace (le seuil en énergie de cette réaction s'élève à 12.12 eV), et il peut être judicieux de tenir compte de l'ionisation indirecte en passant par l'état intermédiaire  $Xe(1s5)$  métastable.

Pour simplifier la démarche, on cherche à estimer un taux d'ionisation effectif depuis l'état fondamental de  $Xe$  mais tenant compte de ces deux processus aboutissant à  $Xe^+$ . Pour ce faire, on tient compte des processus collisionnels suivants :



où  $k_\alpha$  est le taux de réaction du processus  $\alpha$ .

En écrivant que la densité de neutres métastables (notée  $n_n^*$ ) est à l'équilibre avec les densités de  $Xe^+$  (notée  $n$ ) et  $Xe$  (notée  $n_n$ ) au travers de ces différentes réactions et en négligeant les termes de transport pour  $Xe(1s5)$ , on obtient immédiatement :

$$n_n^* = \frac{k_{ex}}{k_{io}^* + k_d} n_n \tag{III.4}$$

On a repris ici les notations des processus collisionnels introduites dans (III.3).

On peut alors définir un taux de réaction effectif d'ionisation depuis l'état fondamental :

$$k_{io\,eff} := k_{io} \left( 1 + \frac{k_{ex}}{1 + \frac{k_d}{k_{io}^*}} \right) \tag{III.5}$$

Dans ce taux de réaction effectif, les taux de réaction  $k_{ex}$ ,  $k_{io}$  et  $k_{io}^*$  sont obtenus comme mentionné précédemment (cf. chapitre II) par intégration des sections efficaces de collision  $e^- - Xe$  ou  $e^- - Xe(1s5)$  sur une distribution électronique maxwellienne. Le taux de réaction de désexcitation  $k_d$  est calculé à partir de  $k_{ex}$  en utilisant le principe de micro-réversibilité (« detailed balance » dans la littérature [44]) et en affectant un point statistique valant 5 à l'état  $Xe(1s5) + e^-$  [59].

## 2) Champ magnétique induit

La taille réduite de l'orifice de la cathode conduit à une constriction importante des lignes de courant dans cette région (cf. fig. III-2). Localement, la densité de courant électronique atteint plus de  $2 \times 10^7 A.m^{-2}$ . Si on se donne un courant traversant l'orifice de 13 A dont la densité de courant serait uniforme, l'équation de Maxwell-Ampère nous donne immédiatement une estimation du champ magnétique induit azimutal  $B_\theta \approx 50 G$ . On peut alors calculer le paramètre de Hall associé pour les électrons :  $h = \omega_{ce}/\nu_e = eB_\theta/mv_e$  où  $\omega_{ce}$  est la pulsation cyclotron électronique. Dans la région de l'orifice, on peut déterminer à partir des simulations que la fréquence de collision totale électronique vaut approximativement  $\nu_e \approx 2 \times 10^9 s^{-1}$ . On obtient donc  $h \approx 0.4$ . Bien entendu, le paramètre de Hall calculé est faible, comme on pouvait s'y attendre du fait du caractère collisionnel de l'intérieur de la cathode qui interdit aux électrons d'être réellement « magnétisés », au contraire du canal d'un propulseur de Hall par exemple.

Néanmoins, même si les effets sont faibles, il est intéressant physiquement d'introduire une estimation de cette correction dans le modèle et d'évaluer correctement son effet sur le plasma. Pour simplifier la situation, en utilisant l'intuition que le champ magnétique induit sera très certainement maximal à proximité de l'orifice, on supposera le champ magnétique

induit purement azimutal :  $\vec{B} = B_\theta \vec{e}_\theta$ . On ne se préoccupera pour la détermination du champ magnétique que de la composante axiale (alignée avec l'axe de la cathode) du courant électronique, que l'on notera  $j_{e_z}$ . L'amplitude  $B_\theta$  du champ magnétique est calculée dans la cathode à partir de l'équation de Maxwell-Ampère où l'on a négligé le courant ionique de conduction en raison de sa faible intensité dans l'orifice de la cathode en comparaison du courant électronique : la densité de courant ionique y est de l'ordre de 400 fois plus faible que la densité de courant électronique lorsque  $I_e = 13 \text{ A}$ . Le courant de déplacement a également été négligé, du fait de la description électrostatique de la cathode (cf. chapitre II).

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \vec{j}_e \quad (\text{III.6})$$

On peut alors réécrire l'équation de dérive diffusion électronique (cf. chapitre II) dans le plan  $(\vec{e}_r, \vec{e}_z)$  en tenant compte de la mobilité anisotrope des électrons :

$$(\vec{j}_e)_{\vec{e}_r, \vec{e}_z} = \mu_e \frac{1}{1 + h^2} (-en\vec{\nabla}\phi + \vec{\nabla}p_e)_{\vec{e}_r, \vec{e}_z} + \mu_e \frac{h}{1 + h^2} \vec{e}_\theta \times (-en\vec{\nabla}\phi + \vec{\nabla}p_e)_{\vec{e}_r, \vec{e}_z} \quad (\text{III.7})$$

où  $\vec{e}_r$ ,  $\vec{e}_z$  et  $\vec{e}_\theta$  sont les trois vecteurs du repère cylindrique.  $\mu_e$  est la mobilité électronique classique. Le premier terme représente la mobilité transverse au champ magnétique induit tandis que le second est le terme de courant de Hall.

L'équation de transport de l'énergie électronique (II.26) est également modifiée en conséquence (aussi bien les termes d'advection que de conduction thermique) afin de prendre en compte l'effet du champ magnétique induit. L'effet du champ magnétique sur les ions est bien entendu négligé.

Evidemment, la description proposée est limitée puisqu'incomplète dans le calcul du champ induit. Cependant, elle prend en compte le terme que l'on peut supposer dominant intuitivement ( $j_{e_z}$ ) et on verra plus loin qu'elle est suffisante pour estimer un ordre de grandeur des effets que l'on peut attendre.

### 3) Pertes radiatives

Lorsque l'on a décrit le modèle de la région interne et en particulier ses hypothèses générales (cf. chapitre II), on a supposé que le xénon réabsorbait l'ensemble des radiations émises lors de la désexcitation d'états du xénon créés par les collisions inélastiques avec les électrons (hormis l'ionisation). Cette hypothèse représente évidemment un cas extrême et il convient de tester son influence sur les simulations. On va maintenant se placer dans le cas inverse où toutes les radiations émises sont perdues d'un point de vue énergétique. Dans les simulations présentées en partie I, on peut constater que la température électronique au niveau du maximum de terme source d'ionisation vaut approximativement  $T_e \approx 2.5 \text{ eV}$  (cf. fig. III-2 et III-3). En supposant cette fois que le milieu est optiquement fin et que toutes les radiations des raies de désexcitation du xénon sont perdues, on peut déduire à partir des seuils de réaction et des taux de réaction (intégrés à partir des sections efficaces de collision pour des électrons maxwelliens) une perte d'énergie équivalente par ion créé. À  $T_e = 2.5 \text{ eV}$ , celle-ci vaut approximativement  $12.12 + 30 [\text{eV}]$ , où  $30 \text{ eV}$  est le terme de perte d'énergie effectif supplémentaire dans les collisions ionisantes électron-neutre.

Bien entendu, cette description est extrêmement sommaire, et il faudrait tenir compte de l'évolution spatiale de  $T_e$  et donc de pertes additionnelles variables. Pour être rigoureux, il faudrait même développer un modèle radiatif afin de tenir compte des variations d'épaisseur optique du milieu dans la cathode, du fait des forts gradients de densité, en particulier dans la région de l'orifice. Néanmoins cette approche simple nous fournit une première étude de sensibilité aisée à mettre en place, et la comparaison avec le cas de référence optiquement épais nous donne en quelque sorte deux bornes extrêmes qui « encadrent » le comportement physique réel de la cathode.

#### 4) Influence relative de ces phénomènes

Après avoir présenté au cours des paragraphes précédents les extensions du modèle fluide dont on souhaite évaluer l'influence, on va maintenant les comparer sur la base du profil de densité simulé le long de l'axe de la cathode. Cette comparaison est intéressante dans la mesure où, à profil de température de l'élément émissif fixé, le profil de densité, et en particulier l'allure de sa décroissance vers le fond de la cathode est une image indirecte de la répartition spatiale du courant émis (cf. l'étude portant sur la porosité, figures III-9 et III-10). On peut de plus comparer ce profil aux mesures expérimentales. On y a également adjoint une comparaison s'appuyant sur le profil de potentiel plasma dans la région interne, bien que la tendance simulée dans le cas de base (c.-à-d. sans effets additionnels, cf. fig. III-5 (b)) soit dès le départ éloignée des résultats expérimentaux.

La figure III-14 ci-dessous présente les résultats de cette comparaison :

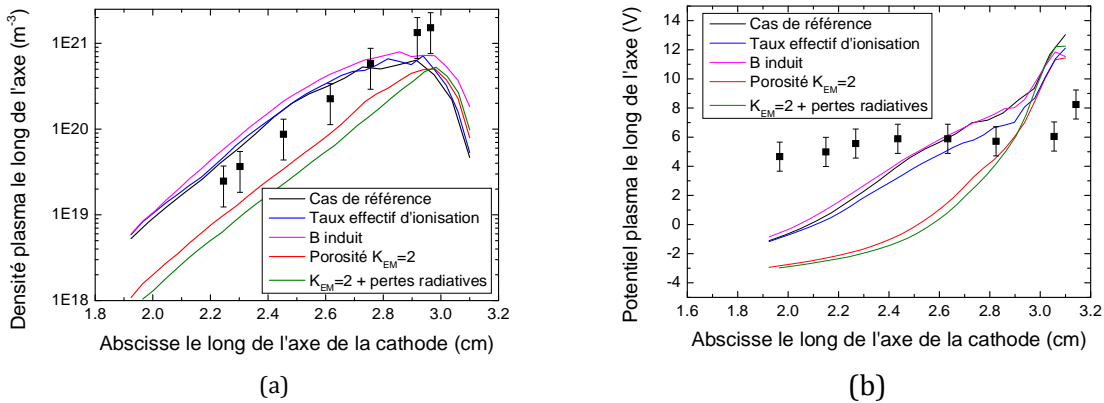


Figure III-14 : Comparaison entre les profils axiaux de densité et potentiel plasma simulés (traits continus) pour différentes modification du modèle plasma, et confrontation aux mesures expérimentales (points). La section d'entrée de l'orifice (vue depuis l'intérieur de la cathode) se situe à l'abscisse 3 cm.

Dans la figure ci-dessus, le cas appelé *cas de référence* rappelle les premiers résultats du modèle obtenus au paragraphe I.A. Celui nommé *taux effectif d'ionisation* inclut la modification présentée au paragraphe 1) (c.-à-d. l'ionisation par étape), tandis que le cas noté *B induit* fait référence à la prise en compte du champ magnétique induit introduite au paragraphe 2). Enfin, les mentions *Porosité  $K_{EM} = 2$*  et  *$K_{EM} = 2$  + pertes radiatives* ont trait respectivement à l'inclusion de la porosité des parois (comme à la partie A) et aux effets de la porosité ajoutés à ceux des pertes radiatives effectives (cf. paragraphe 3).

On le voit sur la figure III-14 (a), l'influence de l'ionisation par étape et du champ magnétique induit sont négligeables par rapport au profil de densité plasma de référence.

Seule la prise en compte de la porosité et, dans une moindre mesure, des pertes radiatives, influencent réellement le profil de densité plasma le long de l'axe de la cathode. Le fait que le profil de densité plasma reste relativement inchangé même dans le cas où l'ionisation par étape est prise en compte peut s'interpréter en remarquant que la cathode étudiée ici s'appuie très peu sur l'ionisation en volume pour produire le courant (cf. paragraphe A.3) par exemple). Par contre, la porosité, en modifiant la distribution de courant émis (à courant net extrait constant) force le plasma à se « concentrer » pour permettre le passage du courant. De tous les amendements à la physique du modèle de la cathode proposés, c'est pour la porosité que l'effet le plus important est constaté.

La situation est similaire pour le profil de potentiel plasma (cf. figure III-14 (b)). Néanmoins dans ce cas et comme précédemment (cf. paragraphe I.A.2) l'accord simulation-expérience n'est pas satisfaisant, quel que soit le cas considéré, même sur un plan qualitatif. Par ailleurs, on peut remarquer que même l'inclusion du champ magnétique induit altère assez peu le profil de potentiel plasma simulé, ce qui au final pouvait être attendu dans la mesure où le milieu reste dans tous les cas très collisionnel. A titre de remarque, le champ magnétique azimuthal maximal obtenu dans la simulation vaut approximativement 53 G dans une région en forme de cylindre creux en périphérie de l'orifice. Une fois de plus, l'effet le plus important reste celui de la porosité de l'émetteur.

### C. Bilan

On a vu dans cette partie comment l'inclusion de certains phénomènes physiques omis jusqu'ici est susceptible de modifier le plasma interne de la cathode. A la lecture des résultats (cf. figures III-14 (a) et (b)), on comprend que seule la porosité de la paroi a un effet majeur sur le plasma dans cette cathode. Dans la suite, on conservera l'ajout de la porosité aux parois (avec le facteur  $K_{EM} = 2$  correspondant sur la surface d'émission). Bien que ce phénomène soit délicat à prendre en compte de manière rigoureuse, il s'appuie sur une propriété observable du matériau (par microscopie, sur un plan qualitatif) et conduit à une modification majeure (et qualitativement favorable dans la comparaison simulation-expérience) du profil de densité plasma simulé dans la cathode.

Puisque les autres phénomènes proposés ne nous ont pas permis de nous rapprocher significativement du comportement mesuré de la cathode, ceux-ci ne seront plus pris en compte dans la suite. Toujours dans le but de mieux reproduire les résultats expérimentaux de la cathode pour un profil de température de l'émetteur donné et un point de fonctionnement fixé, et puisque les modifications du modèle interne proposé n'ont pas apporté entière satisfaction, nous sommes maintenant conduits à explorer une autre voie possible d'extension du modèle : l'élargissement du modèle à la région externe. Bien que l'on ait fait l'hypothèse (chapitre II) que la plume de la cathode n'influe pas sur la région interne, nous sommes maintenant contraints de considérer cette possibilité.

### III. Extension à la plume de la cathode

#### A. Généralités

Dans cette partie, nous allons décrire en détail l'extension qui a été réalisée du domaine de calcul vers la région externe de la cathode à proximité immédiate de la cathode, nommée *plume* de la cathode :



Figure III-15 : Illustration de la cathode NASA NSTAR et de deux régions physiquement différentes : la région interne et la plume.

Dans une configuration réelle de propulseur, c'est au travers de cette région que s'effectuerait le couplage entre le plasma interne de la cathode et celui du canal de décharge du propulseur. Dans le cas présent, pour simplifier le problème, et être au plus proche des conditions de fonctionnement en mode diode (pour lesquels on dispose de mesures expérimentales), le domaine de simulation externe incorporera une anode cylindrique par laquelle sera collecté le courant électronique.

L'objectif est double : tout d'abord, nous avons remarqué précédemment (cf. partie I) que le plasma se loge naturellement dans une région restreinte de la cathode à proximité immédiate de l'orifice. Dans ces conditions, le choix du plan de sortie comme frontière du domaine peut éventuellement influencer significativement les propriétés du plasma simulé de manière non physique. Par l'adjonction du domaine externe, on peut espérer gagner en fidélité dans la reproduction des mesures expérimentales. Ensuite, l'extension du domaine de calcul nous permettra d'inclure l'anode du système sous la forme d'une électrode physique et non plus d'une frontière fictive collectrice de courant mais transparente aux neutres, comme cela était le cas précédemment (voir la description des conditions aux limites du domaine de calcul, chapitre II). Le domaine de calcul étendu sera décrit au paragraphe suivant.

Afin de conserver la rapidité d'exécution des simulations numériques, nous souhaitons conserver une simulation fluide sur l'intégralité du domaine et donc tout simplement réemployer le système d'équations détaillé dans le chapitre II en augmentant le domaine de calcul de la proche plume de la cathode. Or, contrairement à la région interne de la cathode dont le comportement était « piloté » par les processus aux parois (émission, collection de courant), le plasma dans la plume se détend librement guidé par les lignes de champ électrique. Intuitivement, on peut s'attendre à ce que les processus collisionnels soient de bien moindre importance dans la plume du fait de la chute attendue des densités plasma et neutre dans cette région. En effet, des mesures expérimentales réalisées pour la cathode NSTAR ont montré que la densité plasma entre 0.5 cm et 1.5 cm à l'aval du plan de sortie de l'orifice dans l'axe de la cathode [14] est comprise entre  $2 \times 10^{18} \text{ m}^{-3}$  et  $1 \times 10^{19} \text{ m}^{-3}$ .

Pour se rendre compte des contraintes qui s'imposent au modèle dans ces conditions de moindre densité plasma, on peut tout d'abord calculer la longueur de Debye afin de juger de

la taille limite inférieure des cellules du domaine de calcul externe de la cathode et d'y vérifier le respect de la quasi-neutralité. Pour  $T_e = 3 \text{ eV}$ , on obtient  $4 \mu\text{m} < \lambda_D < 10 \mu\text{m}$ . Or, on le verra au paragraphe suivant, la région de la plume que l'on cherche à intégrer au domaine de calcul a des dimensions typiques de l'ordre du centimètre. Dans ces conditions, l'accroissement de la longueur de Debye ne constitue pas un critère limitant, et en pratique la limite inférieure portant sur la taille des cellules du maillage relève plutôt d'un critère de rapidité d'exécution des simulations. Il est également nécessaire de s'assurer que les collisions intra-espèces sont suffisamment fréquentes pour assurer la relaxation des fonctions de distributions des différentes espèces vers des Maxwelliennes (ce qui, on le rappelle est une hypothèse de base de la description fluide déployée ici). On peut trouver dans la littérature une expression simple de la fréquence de collision coulombienne *ion-ion* [35] pour des ions simplement chargés : on a  $\nu_i = 4.8 \times 10^{-8} \frac{n \ln(\Lambda)}{\sqrt{\mu} T_i^{3/2}} [\text{s}^{-1}]$ , où  $n$  est la densité plasma en  $\text{cm}^{-3}$ ,  $\ln(\Lambda) \approx 10$  est le logarithme Coulombien,  $\mu$  la masse de l'ion considéré (en unités de masse atomique) et  $T_i$  la température ionique en  $\text{eV}$ . Dans les simulations précédentes n'incluant pas la région externe (cf. fig. III-4), la température ionique simulée dans le plan de sortie de l'orifice était de l'ordre de  $100 \text{ K}$ . Cette faible température simulée est très certainement produite par un effet numérique lié à la proximité de la frontière du domaine. En effet, une fois le domaine externe inclus, la valeur simulée de  $T_i$  dans l'orifice est bien plus élevée, cette fois de l'ordre de  $1500 \text{ K}$  (tandis que le maximum de  $T_i$  interne à la cathode est similaire à sa valeur précédente).

En se basant sur cette dernière valeur et en prenant  $T_i$  de l'ordre de  $0.1 \text{ eV}$ , on obtient  $\nu_i \approx 10^6 \text{ s}^{-1}$ . Dans les mêmes conditions, la vitesse thermique ionique est de l'ordre de  $350 \text{ m.s}^{-1}$ , et donc le libre parcours moyen associé aux collisions *ion-ion* est de l'ordre de quelques dixèmes de  $\text{mm}$ . Ainsi, ce dernier n'est plus tout à fait négligeable, ni devant la taille des cellules (de dimension caractéristique de l'ordre du dixième de  $\text{mm}$ ), ni devant les dimensions de la cathode (en particulier, on rappelle que le diamètre de l'orifice vaut  $1 \text{ mm}$ ). Dans cette situation, on comprend bien que l'applicabilité des équations fluides est contestable. Néanmoins, nous allons poursuivre dans cette voie, tout en gardant à l'esprit ses limitations, et en interprétant les résultats de simulation obtenus dans la plume de la cathode sur un plan essentiellement phénoménologique.

Il est important de préciser que la densité plasma minimale dans tout le domaine de simulation (y compris la région externe) sera prise à  $10^{17} \text{ m}^{-3}$ . Cette valeur a été choisie arbitrairement pour être négligeable devant la valeur maximale de la densité plasma (pour rappel, mesurée à plus de  $10^{21} \text{ m}^{-3}$  dans la région de l'orifice).

La cathode NASA NSTAR est une cathode de premier étage de propulseur à grille. Elle a été conçue pour fournir le courant de décharge nécessaire à l'ionisation du gaz dans le propulseur. Elle s'intègre donc à un « cusp » du propulseur à grille, en présence d'un champ magnétique important. Ainsi, certains tirs de la cathode NSTAR en mode diode incluent un champ magnétique axial ( $B_z$ ) dont l'objectif affiché est de répliquer la topologie magnétique du propulseur NSTAR [17]. La présence de ce champ magnétique n'avait pas été anticipée au début des travaux de simulation, en raison du contexte d'application de ces travaux de thèse (les propulseurs de Hall) dans lequel le champ magnétique appliqué à la cathode est négligeable. Toutefois, afin de donner des éléments de comparaison sensés entre simulation et expérience pour la cathode NSTAR, il est bon d'estimer l'importance des effets du champ



$B_z$  imposé. L'amplitude maximale du champ magnétique appliqué expérimentalement atteint une valeur proche de 100 G dans le plan de sortie de la cathode. Bien que l'on ne dispose pas d'informations exactes (dans la littérature) au sujet du champ magnétique appliqué à la cathode, nous avons estimé un profil purement axial du champ  $B_z$  à partir de la topologie magnétique d'un « cusp » du propulseur NSTAR. Nous avons ensuite introduit ce profil dans le modèle de la cathode afin de tenir compte de la réduction de la mobilité électronique engendrée. Nous présenterons de premiers résultats de simulation obtenus en l'absence de champ  $B_z$  appliqué au paragraphe C avant d'inclure le champ magnétique appliqué au paragraphe D.

Enfin, bien que la non-prise en compte du champ  $B_z$  puisse apparaître comme une limitation importante du modèle, il est bon de rappeler que l'objectif de ces travaux est centré sur l'obtention d'un modèle de cathode pour propulseur de Hall. Dans ce type de propulseur, on peut supposer que du fait de son positionnement extérieur à la chambre de décharge, la cathode verrait un champ  $B_z$  bien moindre que si elle se trouvait dans un « cusp » de propulseur à grille. La configuration en l'absence de champ  $B_z$  mérite donc tout autant d'être étudiée.

Au cours du prochain paragraphe, nous présenterons les modifications apportées au domaine de simulation afin de prendre en compte la plume de la cathode.

## B. Description du domaine de calcul étendu

### 1) Présentation du domaine de calcul

Le domaine de calcul étendu est présenté sur la figure-ci-dessous :

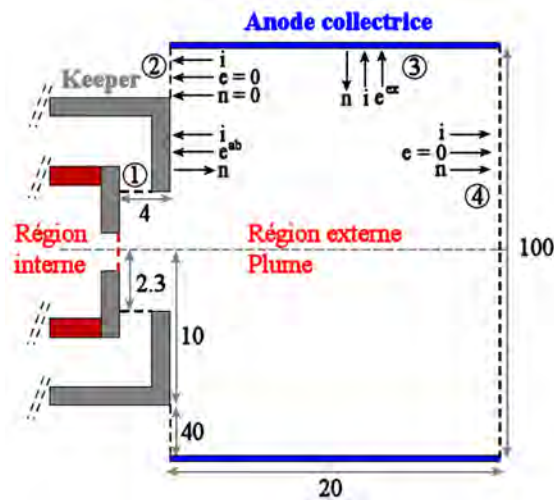


Figure III-16 : Schéma du domaine de calcul étendu à la région externe pour la cathode NASA NSTAR. Les numéros cerclés identifient les frontières du domaine et sont mentionnés dans le texte. À gauche, la figure reprend seulement partiellement le domaine interne, mais celui-ci est bien inclus dans la simulation. Les dimensions sont en mm. Les échelles ne sont pas respectées.

On a schématisé sur cette figure la région cylindrique représentant la plume de la cathode. Cette région vient poursuivre le domaine de simulation interne de la cathode décrit précédemment (cf. chapitre II). Sur la figure III-16, le trait discontinu rouge séparant la région interne de la plume ne représente pas une frontière du domaine de simulation mais est uniquement présent pour figurer la frontière du domaine interne tel qu'il était limité

auparavant. Ainsi, le domaine de simulation complet inclut effectivement à la fois les régions interne et externe d'un seul tenant. Les dimensions mentionnées sur la figure ci-dessus correspondent aux informations disponibles dans la littérature [11,14]. Enfin, les traits discontinus noirs symbolisent les frontières du domaine de simulation qui ne correspondent pas à une frontière physique du système

On pourra remarquer la présence d'une électrode métallique (nommée keeper) qui enserre la région interne de la cathode. Cette électrode permet physiquement d'initier l'allumage en y appliquant un potentiel électrique (par rapport à la masse du système). Une fois la cathode « allumée », le keeper est utilisé notamment dans certains modes de fonctionnement à faible puissance afin de maintenir la décharge plasma en en extrayant un faible courant électronique. Cette électrode n'était pas présente sur les schémas et illustrations précédentes afin de ne pas les alourdir. Elle est désormais prise en compte en frontière du domaine de simulation. On remarquera que la géométrie simulée a été simplifiée par rapport à la réalité : en particulier, le domaine n'inclut pas le plasma se trouvant dans l'interstice entre le keeper et la plaque à orifice. Cette région est remplacée par le prolongement du keeper jusqu'à la plaque à orifice (frontière 1 sur la figure III-16). Rigoureusement, la plaque à orifice devrait également être biseautée vers l'extérieur de la cathode, mais devant les incertitudes et les approximations liées à la description du plasma dans la région externe, ceci a été négligé.

Le domaine externe est discrétisé à l'aide d'un peu plus d'un millier de points, contre un peu plus de 700 pour la région interne. Comme pour la région interne, le maillage est logiquement cartésien, et est raffiné à proximité de l'orifice et du keeper.

Les grandeurs dans le domaine de calcul sont initialisées avec un écoulement neutre établi sans plasma, puis on démarre la simulation comme expliqué précédemment lors de la description du modèle de la région interne (chapitre II).

#### 2) Conditions aux limites

Les conditions aux limites employées dans le domaine externe sont très similaires à celles introduites précédemment pour la simulation de la région interne. On va en donner ici les grandes lignes.

##### a) Frontière 1 : Keeper

La frontière notée 1 sur la figure III-16 correspond au keeper. Un courant imposé de 1.5 A est extrait de cette frontière dans nos simulations. On peut mentionner le fait qu'il s'agit du niveau de courant extrait du keeper de la cathode de neutralisation dans le propulseur NSTAR [33]. Bien entendu, la cathode de neutralisation délivre un courant bien plus faible que la cathode de décharge (inférieur à 2 A dans le point de fonctionnement TH 15), et le choix de cette valeur est donc moins justifié dans le cadre de la cathode de plus fort courant qui nous préoccupe ici. On conservera néanmoins cette valeur, tout en analysant ultérieurement son influence dans le chapitre V. Enfin, on pourra constater que cette condition limite introduit une différence par rapport à nos premières simulations qui n'incluaient que la région interne de la cathode, puisque le courant traversant l'orifice doit maintenant être légèrement plus important pour conserver un courant de décharge collecté à l'anode de 13 A.

En pratique, la frontière du keeper est traitée comme une paroi métallique dont la masse ne correspond pas à la masse du système. La différence de potentiel correspondante est calculée à chaque pas de simulation en associant une capacité électrique équivalente (arbitraire dans notre simulation) au keeper et en effectuant un bilan de courant sur l'élément métallique (flux issus du bombardement plasma et courant extrait imposé). La constante de temps d'évolution du potentiel keeper est choisie suffisamment rapide pour ne pas introduire une dynamique supplémentaire dans le système. On peut noter que si le courant extrait imposé est nul, on obtient une paroi métallique flottante. Les simulations sont démarrées avec un potentiel électrique du keeper égal à quelques volts.

Du fait des oscillations du potentiel électrique du keeper, il peut arriver temporairement que le potentiel du keeper soit supérieur à celui du plasma à sa frontière. La description de la gaine qui a été faite dans le chapitre portant sur le modèle (chapitre II) est alors incorrecte puisqu'au lieu de contenir les électrons et accélérer les ions vers la paroi, l'inverse devrait se produire. En particulier, l'hypothèse que les ions entrent dans la gaine à la vitesse de Bohm n'est plus valide. Pour ce point précis, on a réutilisé l'approche utilisée dans [60] et développée initialement dans [61] par Andrews et Varey. La vitesse des ions (toujours pour une population monocinétique) à l'entrée de la gaine  $u_{i_0}$  est modifiée par rapport à la vitesse de Bohm et vaut maintenant :

$$u_{i_0} = \sqrt{\frac{k_B T_e}{M} \times \frac{1}{1+F_s(\eta_s)}} \text{ avec } F_s(\eta_s) = \frac{\exp(-\eta_s)}{\sqrt{\pi} \eta_s (1+\text{erf}(\eta_s))} \text{ et } \eta_s = \frac{e\phi_s}{k_B T_e} \quad (\text{III.8})$$

où  $\text{erf}$  est la fonction erreur et  $\phi_s$  le potentiel de gaine. Physiquement, l'expression (III.8) permet de décrire de manière « lisse » la transition entre une gaine attractive pour les ions ( $u_{i_0} \geq u_{Bohm} = \sqrt{k_B T_e / M}$ ) et une gaine répulsive. En effet, on voit immédiatement que lorsque  $\phi_s / T_e \rightarrow 0$ ,  $F_s(\eta_s) \rightarrow \infty$  et  $u_{i_0} \rightarrow 0$ . La paroi cesse alors de collecter des ions. Le flux d'électrons collectés dans le modèle reste cependant limité à celui issu d'une demi-maxwellienne (voir la description du modèle de gaine, chapitre II). On réfère le lecteur à l'article [61] pour plus de détails.

Sur le segment de cette frontière faisant face à la plume (segment vertical sur la figure III-16), on a négligé les flux de neutres créés par recombinaison des ions à la paroi. On a également annulé la composante de vitesse des neutres tangentielle à la paroi : en conservant cette composante tangentielle, le champ de vitesse des neutres « éclatait » en sortie de cathode et accélérât les neutres radialement le long de la paroi du keeper. Le choix d'annuler la vitesse tangentielle a permis de supprimer ce comportement jugé non physique, et essentiellement numérique, et de retrouver la formation d'un jet dont le rayon s'ouvre avec la propagation le long de l'axe de la cathode (voir la description des résultats de simulation, au paragraphe C plus loin). Ici, il est important de garder à l'esprit, comme cela a déjà été dit précédemment, que le traitement de la région externe est phénoménologique et que nous n'avons absolument pas l'ambition de décrire précisément le jet de gaz hors de la cathode.

#### b) Frontière 2 : Frontière fictive entre keeper et anode

En réalité, ce petit segment de frontière mènerait à l'interstice entre l'anode et le keeper et on pourrait éventuellement imaginer qu'une petite fraction du courant keeper y soit

collectée. Néanmoins, il est raisonnable d'imaginer que le plasma externe se forme majoritairement au creux du keeper et de l'orifice (sur l'axe de la cathode) et que les parois latérales ne reçoivent que peu de courant. On verra plus loin que les simulations confirment cette intuition (figure III-17). Il est alors plus simple de supposer que le courant électronique est nul au travers de cette frontière. Un flux d'ions est toutefois autorisé, correspondant au maximum entre le flux thermique (pour une demi-maxwellienne) et le flux lié à la dérive des ions, sans pour autant que la vitesse des ions ne dépasse la vitesse acoustique ionique,  $\sqrt{k_B T_e / M}$ . Enfin, cette frontière est traitée comme une paroi solide pour les neutres.

Bien que le courant électronique soit nul au travers de la frontière 2, nous avons inclus un flux d'énergie électronique arbitraire perdu au travers de cette frontière. En pratique, sans ce flux d'énergie électronique perdu, le fait d'imposer le courant extrait au niveau de l'anode (et le flux d'énergie associé, frontière 3) conduisait à une accumulation d'énergie électronique dès lors que les électrons étaient chauffés dans le domaine externe. Le flux d'énergie au travers de la frontière 2 est pris sous la forme d'un flux de diffusion thermique vers un milieu ambiant à température nulle :

$$q_e = \lambda_e (T_e - 0) / L_{eff} \quad (\text{III.9})$$

où  $T_e$  est la température électronique au niveau de la frontière considérée, et  $L_{eff}$  une longueur effective du gradient de température prise dans ces simulations à 1 cm.  $\lambda_e$  est la conductivité thermique déjà évoquée dans les équations fluides dans le chapitre II,  $\lambda_e = 3.16 \frac{n k_B T_e}{m \nu_e} k_B$  pour  $T_e$  donné en Kelvin. On prendra pour la fréquence de collision électronique  $\nu_e = 10^6 \text{ s}^{-1}$ . Dans les simulations, le comportement obtenu à l'aide de ce flux d'énergie électronique n'est pas très différent d'une condition limite où l'on imposerait  $T_e$  de l'ordre de 0.1 eV aux frontières du domaine. Le profil de  $T_e$  dans le domaine de simulation semble toutefois moins altéré par la condition limite en flux d'énergie. Quoi qu'il en soit, il faut avant tout garder à l'esprit que cette frontière est avant tout un moyen de limiter la taille du domaine de simulation à des dimensions raisonnables sans trop influencer les grandeurs simulées.

#### c) Frontière 3 : Anode collectrice

Cette frontière représente physiquement l'anode du système lorsque la cathode est testée en mode diode. Une densité de courant électronique uniforme totalisant le courant de décharge souhaité est imposée. Le flux d'advection d'énergie interne associé ( $5/2 p_e u_e$ ) est également fixé. Les ions sont perdus au travers de cette frontière à la vitesse de Bohm, et recombinaison à la paroi. Enfin, cette frontière agit comme une paroi solide métallique sur l'écoulement neutre.

Rigoureusement, il est certain que toutes les régions de l'anode ne collectent pas la même densité de courant électronique et il est probable que la prise en compte de ces variations puisse altérer la distribution du potentiel plasma dans la plume. Deux options ont été envisagées : d'une part, il serait possible de considérer l'anode comme une paroi métallique dont le potentiel électrique s'ajusterait afin d'extraire le courant électronique adéquat. Bien que ce soit la solution la plus « physique », elle présente l'inconvénient d'introduire une dynamique supplémentaire dans les simulations (déjà instationnaires par conception) et, en

définitive, de conduire à un comportement numériquement instable dans la plupart des points de fonctionnement. L'autre option envisagée consiste à pondérer le profil de densité de courant électronique extrait par un facteur  $\frac{1}{4}en\sqrt{\frac{k_B T_e}{8\pi m}} \exp\left(-\frac{e\phi}{k_B T_e}\right)$ , où  $\phi$ ,  $T_e$  et  $n$  sont respectivement le potentiel plasma, la température électronique et la densité plasma face à la paroi. Le profil de densité de courant électronique est ensuite normalisé. Heuristiquement, cette distribution de courant correspondrait à la densité de courant électronique collectée par une anode portée à un potentiel électrique calculé à chaque pas de simulation pour garantir un courant total extrait donné. Un problème apparaît hélas rapidement dans les simulations, puisque lorsque le plasma est très inhomogène face à l'anode, la normalisation à un courant total donné peut conduire localement à un courant électronique extrait supérieur à celui d'une demi-maxwellienne face à un plan infini (ou de manière équivalente à une gaine « renversée », cf. la description des conditions aux limites, dans le chapitre II). Pour remédier à ce problème, une « diffusion » (sans fondement physique) du profil spatial de densité de courant a été introduite jusqu'à obtenir une densité de courant maximale réaliste. Bien que le profil de densité de courant collecté obtenu soit intéressant car non-uniforme, la distribution du potentiel plasma n'en était pas pour autant radicalement modifiée par rapport à une distribution de courant uniforme. De plus, on peut remarquer d'emblée qu'il est délicat de baser notre approche sur la densité plasma quasi-neutre simulée à la frontière de l'anode, comme cela est le cas ici : en effet on imagine bien que l'augmentation du potentiel plasma vers l'anode nécessaire pour extraire les électrons empêche les ions d'atteindre l'anode. Or la densité ionique contrôle totalement la densité plasma simulée (au travers de l'hypothèse de quasi-neutralité). Dans les simulations, on constate en effet que la densité plasma atteint rapidement la borne inférieure autorisée par la simulation (ici  $10^{17}m^{-3}$ , cf. paragraphe A) dès que l'on s'éloigne de plus de quelques centimètres de l'orifice en direction radiale, ce qui limite grandement le sens physique de la distribution de courant proposée plus haut

Ainsi, devant le côté approximatif de cette approche, nous sommes revenus au choix d'une distribution de courant uniforme. Toutefois, il pourrait être bon de réintroduire l'approche qui vient d'être discutée sous une autre forme si la surface de l'anode collectrice venait à être fortement accrue par exemple.

#### d) Frontière 4 : région d'expansion du jet

Cette frontière est identique à la frontière discutée plus haut au paragraphe b) pour le plasma, c.-à-d. une absence de collection de courant électronique, tout en autorisant un faible flux d'ions perdus pour le domaine.

Pour les neutres la situation est différente : cette frontière est maintenant absorbante et on y réduit la pression du gaz afin de créer un effet de succion représentant la détente du gaz dans le vide. On retrouve donc la condition limite de type « pressure outlet » déjà décrite en détail dans le chapitre II.

## C. Comparaison de ces nouveaux résultats à l'expérience

### 1) Analyse physique des résultats

La figure III-17 ci-dessous présente les nouveaux résultats de simulation obtenus dans le domaine de calcul étendu décrit au paragraphe B. Sur le profil de densité plasma, on a tracé les lignes de courant ionique, de même que les lignes d'écoulement neutre sur le profil de densité neutre. Les lignes de courant électronique sont également tracées sur le profil de potentiel plasma. Le domaine de simulation a été tronqué sur les figures mais le domaine de calcul complet inclut effectivement l'ensemble du domaine présenté au paragraphe B. L'effet de la porosité de l'élément émissif (cf. paragraphe II.A) a été inclus dans ces simulations avec un facteur de surface émissive effective valant 2 ( $K_{EM} = 2$  avec les notations précédentes). Cette simulation correspond à un état stationnaire et aucun champ magnétique n'a été appliqué.

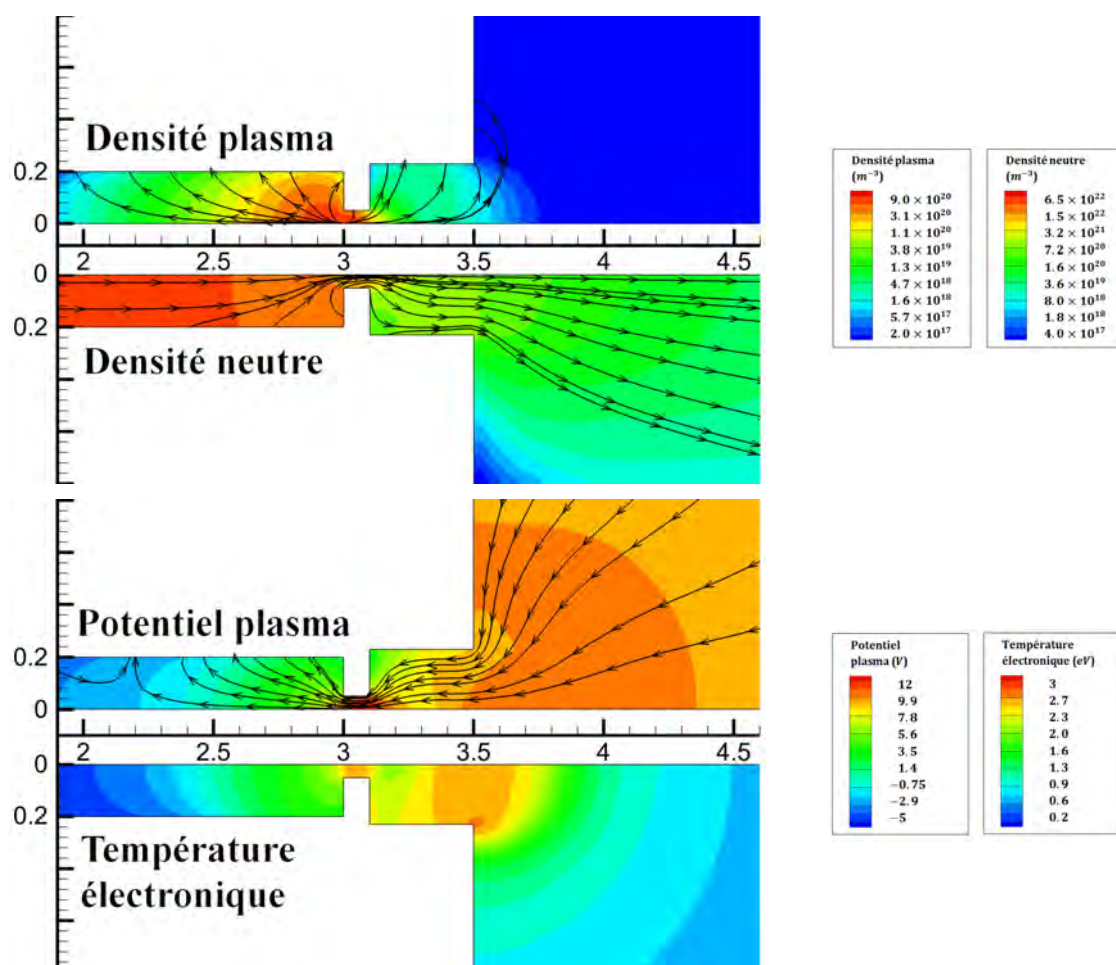


Figure III-17 : Densité plasma, densité neutre, potentiel plasma et température électronique simulés dans le domaine de calcul étendu (région interne et proche plume) pour la cathode NSTAR. Le point de fonctionnement est TH 15. Les densités sont en échelle logarithmique. Le domaine externe n'a pas été représenté intégralement mais est bien inclus dans les simulations conformément à la figure III-16.

Qualitativement, les résultats de simulation obtenus pour la région interne de la cathode sont très similaires à ceux déjà détaillés dans les parties I et II. On retrouve la localisation prononcée du plasma à proximité de l'orifice, qui est encore accentuée par la prise en compte du facteur de surface effective d'émission. On observe toujours un maximum local du potentiel plasma dans l'orifice, de même que pour la température électronique. Comme

précédemment, les lignes de courant électronique interceptent encore une région restreinte de l'élément émissif, ce qui illustre le comportement déjà observé d'une utilisation partielle de la surface de l'émetteur. D'après ces simulations, le comportement macroscopique interne est donc peu modifié par l'extension du domaine de calcul, ce qui est rassurant par rapport à nos premiers résultats.

Sur un plan plus quantitatif, on peut remarquer que le maximum de densité plasma simulé,  $n_{max} = 8.5 \times 10^{20} m^{-3}$ , est légèrement plus important que dans le cas sans domaine externe (cf. paragraphe II.A.3), où l'on avait obtenu  $n_{max} = 5.5 \times 10^{20} m^{-3}$ . Cette différence est directement attribuable à l'éloignement de la condition limite de l'orifice qui rend mieux compte des variations de densité dans cette région (contrairement à la détente rapide imposée par la condition limite précédente) et conduit, au travers des collisions entre espèces, à une rétention de l'écoulement de neutre, et à plus de collisions ionisantes en volume. La rétention des neutres dans l'orifice se traduit d'ailleurs par un accroissement de la pression neutre interne au fond de la cathode, qui atteint  $780 Pa$  contre  $620 Pa$  dans le cas analogue n'incluant pas la simulation de la plume. Les profils de température des lourds (ions et neutres) ne sont pas qualitativement modifiés par la prise en compte de la région externe dans le domaine de simulation par rapport à ceux présentés précédemment pour le domaine restreint à la région interne, (cf. partie I.A). Les températures maximales simulées pour les ions et les neutres s'élèvent respectivement à  $2820 K$  et  $2970 K$  et restent similaires à celles obtenues précédemment en l'absence du domaine externe (respectivement  $2400 K$  et  $3000 K$ ).

L'ajout du domaine externe nous permet de discuter (au moins sur un plan phénoménologique) du comportement des neutres et du plasma dans la proche plume. On observe que les neutres forment un jet dont le cône s'ouvre au fur et à mesure de la propagation le long de l'axe du domaine (cf. figure III-17). La densité neutre chute rapidement mais suffit pour maintenir un faible terme source d'ionisation (non visible sur les figures) en particulier dans l'espace encadré par l'orifice et le keeper. Ces ions produits dans la plume, ajoutés à ceux parvenus à traverser l'orifice grâce aux collisions (cf. paragraphe I.A.3) chutent sur le keeper, ce qui est rendu visible par le tracé des lignes de courant ionique sur le profil de densité plasma.

Le profil de potentiel plasma simulé est plus surprenant : en se déplaçant le long de l'axe de la cathode, il passe d'abord par un maximum local dans le plan de l'orifice, avant de décroître, puis de passer par un nouveau maximum local à l'aval du keeper et enfin de chuter dans la plume. Bien entendu, le choix d'une anode cylindrique modifie ce profil, mais même dans ce cas on aurait pu s'attendre à un profil monotone le long de l'axe afin d'extraire les électrons (et on verra plus loin que c'est effectivement ce qui est obtenu expérimentalement pour le potentiel moyenné temporellement). Intuitivement, on peut justifier (du point de vue du modèle) la présence de cette « colline de potentiel » au niveau de l'orifice par la nécessité d'extraire quelques ions de la cathode afin de maintenir la quasi-neutralité dans la plume de la cathode. Cependant, malgré la non-monotonie du profil de potentiel plasma, on remarquera que le courant électronique imposé est bien extrait de la cathode : ceci est permis par la variation de la pression électronique dont le gradient compense l'effet du champ électrique.

Enfin, on peut mentionner que le potentiel simulé pour le keeper vaut approximativement  $8.7\text{ V}$  (par rapport à la masse de la cathode, prise comme masse des éléments métalliques, cf. chapitre II).

## 2) Nouvelle comparaison aux résultats expérimentaux

L'inclusion de la plume de la cathode nous permet de confronter les résultats de simulation obtenus aux mesures à la fois dans la région interne et le plume de la cathode. La figure III-18 ci-dessous présente cette comparaison à la fois pour la densité plasma et le potentiel plasma le long de l'axe de la cathode.

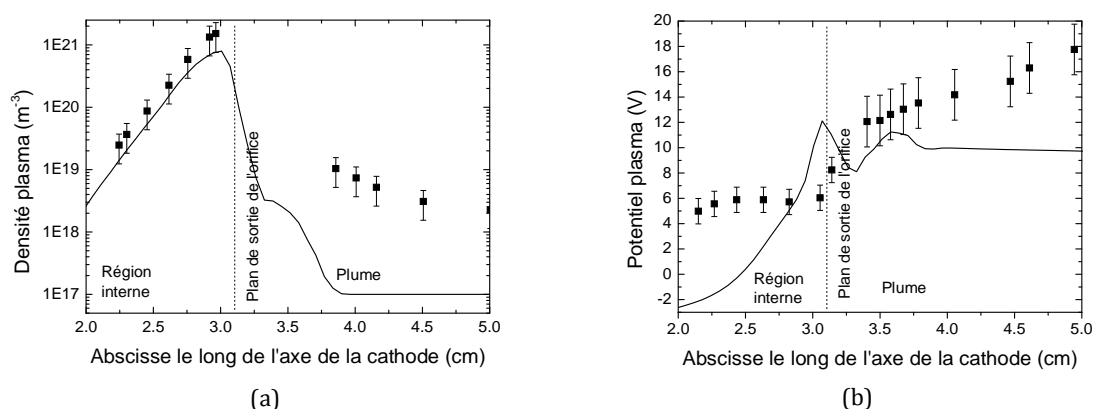


Figure III-18 : Comparaison de la densité plasma et du potentiel plasma simulés (trait continu) le long de l'axe de la cathode (domaine externe inclus) pour le point de fonctionnement *TH 15* aux mesures expérimentales (points) [14,17]. Le plan de sortie de l'orifice vers le keeper et la plume se situe à l'abscisse  $3.1\text{ cm}$ .

Sur un plan positif, on peut remarquer le bon accord entre densité plasma simulée et mesurée dans la région interne de la cathode. Par contre, on retrouve comme précédemment une nette différence entre l'allure du potentiel plasma simulé dans la cathode et sa contrepartie expérimentale.

Le comportement du modèle dans la région externe est plus surprenant : en effet, on constate que la densité plasma le long de l'axe (figure III-18 (a)) chute rapidement jusqu'à la valeur minimale autorisée par le modèle ( $10^{17} \text{ m}^{-3}$ ), ce qui correspond à deux ordres de grandeur de moins que la valeur mesurée expérimentalement. Cette différence majeure peut probablement s'expliquer, au moins partiellement, par la présence d'un champ magnétique axial  $B_z$  (déjà mentionné au paragraphe A) dans le dispositif expérimental qui conduit à un confinement dans la direction radiale des électrons et permet d'augmenter drastiquement la densité plasma dans la plume. Dans le cas des mesures réalisées dans [11] pour une cathode fonctionnant à un courant de  $25\text{ A}$ , une augmentation d'un facteur 2 de la densité plasma dans la plume a été observée lors de l'application d'un champ  $B_z$  d'amplitude maximale  $80\text{ G}$  par rapport à la configuration sans champ magnétique. On peut alors s'attendre à ce que le transport du courant électronique dans la plume soit facilité par l'accroissement de la densité plasma, ce qui peut conduire à une modification du profil de potentiel plasma, et en particulier à la disparition des « collines de potentiel » observables sur les résultats de simulation (figure III-18 (b)).



## D. Influence du champ magnétique imposé dans la plume de la cathode

### 1) Profil de champ magnétique appliqué et prise en compte dans le modèle

Dans ce paragraphe, nous allons évaluer l'influence de la prise en compte d'un champ magnétique externe  $B_z$  appliqué à la plume de la cathode. Comme mentionné précédemment (paragraphe A), le champ  $B_z$  a pour objectif d'être représentatif des conditions de fonctionnement de la cathode dans un propulseur à grille NSTAR.

En raison du peu d'informations quantitatives disponible dans la littérature au sujet du champ  $B_z$  dans les tirs de cathode en mode diode [14,17,26], le profil de champ magnétique utilisé est basé sur la topologie magnétique du propulseur NSTAR [62]. On a supposé le champ  $B_z$  constant sur le plan orthogonal à l'axe de la cathode et son amplitude est obtenue le long de l'axe de la cathode à partir du profil suivant :

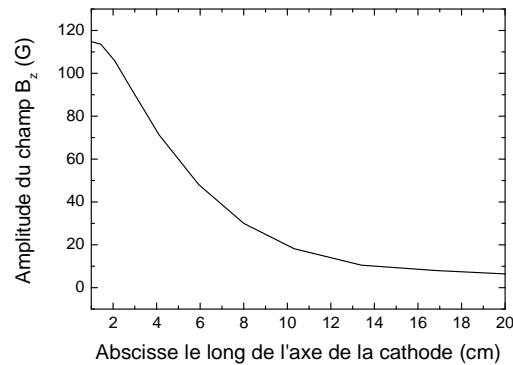


Figure III-19 : Profil de champ  $B_z$  imposé dans les simulations de la plume de la cathode NSTAR. Ce profil est déduit de la topologie magnétique du propulseur NSTAR [62]. Le plan de sortie de l'orifice vers le keeper et la plume se situe à l'abscisse 3.1 cm.

Du fait de la forte densité du gaz et du plasma dans la cathode, et donc des fréquentes collisions qui empêchent les électrons d'être réellement magnétisés, on ne s'attend pas à observer un effet majeur causé par la présence du champ  $B_z$  dans la région interne de la cathode [11]. Ainsi, dans les simulations, le champ  $B_z$  sera introduit uniquement à partir du plan de l'orifice, à l'abscisse 3 cm (on pourra se référer à la figure III-17 pour plus de clarté).

Dans la suite, il faudra garder à l'esprit que dans le modèle, le choix d'un champ  $B_z$  uniforme radialement (et purement axial), conduira probablement à une résistivité trop importante par rapport à la situation réelle et on pourra sans doute reprocher la trop grande simplicité de cette configuration. Une configuration de champ magnétique employée dans certaines simulations de la littérature est donnée dans [26]. On peut d'ailleurs mentionner que la topologie magnétique proposée dans [26] est très proche de celle d'un champ  $\vec{B}$  purement axial.

Le champ  $B_z$  est pris en compte très simplement dans le modèle en remarquant que la résistivité et la conductivité thermique ne sont pas affectées dans la direction axiale de la cathode (ou  $z$ ) tandis qu'elles sont réduites dans la direction radiale. Les termes de champs

croisés  $E \times B$  apparaissent exclusivement dans la direction azimutale et n'ont pas à être pris en compte dans ce modèle 2D axisymétrique. Il nous suffit alors de réutiliser pour la direction radiale les expressions déjà introduites au paragraphe II.B.2) pour le champ  $B$  induit en éliminant les termes de champs croisés. Il ne reste alors que les termes proportionnels à  $\frac{1}{1+h^2}$  où  $h$  est le paramètre de Hall.

## 2) Résultats de simulation

Dans les simulations qui vont suivre, le paramètre de Hall a été limité dans sa valeur maximale à 5, ce qui correspond à une augmentation de la résistivité maximale en direction radiale d'un facteur 25. Ce choix n'est absolument pas justifié par une base physique mais est apparu nécessaire numériquement pour obtenir un potentiel d'anode raisonnable. Ceci sera discuté plus loin, à la suite des résultats de simulation.

La figure III-20 ci-dessous présente les résultats de simulation obtenus lorsque le champ magnétique  $B_z$  externe est pris en compte.

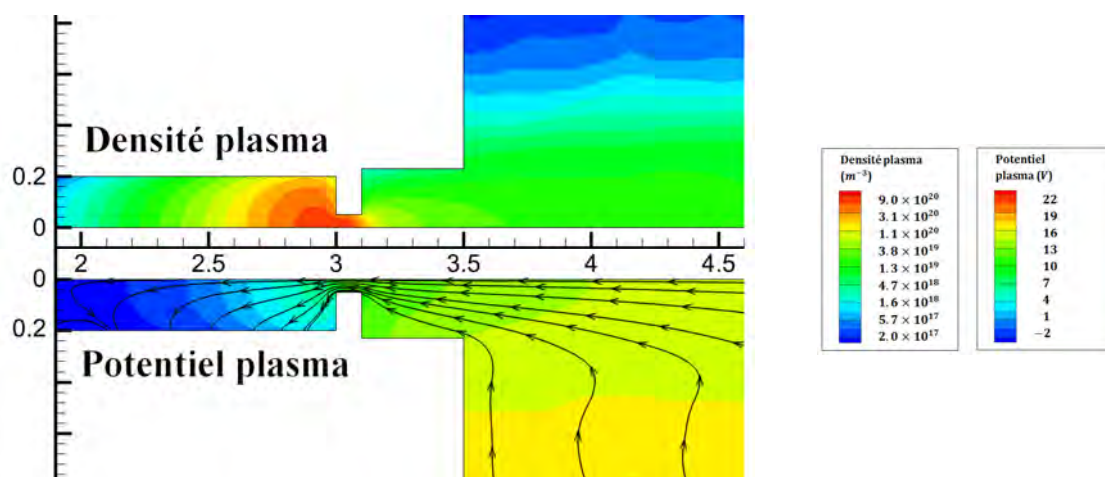


Figure III-20 : Densité et potentiel plasma simulé dans la cathode NSTAR lorsque le champ magnétique  $B_z$  décrit sur la figure III-19 est appliqué. Le point de fonctionnement est TH 15.

Comme attendu, on observe une augmentation drastique de la densité plasma dans la plume par rapport à la simulation sans champ  $B_z$  (cf. figure III-19) grâce au confinement radial des électrons. Le profil de potentiel plasma est aussi largement modifié puisque celui-ci est maintenant monotone le long de l'axe et croît radialement en direction de l'anode. Macroscopiquement, la résistivité est fortement accrue dans la plume : au même point de fonctionnement, le potentiel d'anode vaut maintenant 42.1 V contre 10.1 V dans les simulations sans champ magnétique. Il faut ici insister sur le fait que le paramètre de Hall a été limité, ce qui est physiquement incorrect. Sans cette limitation, le potentiel anode simulé dépassait largement 100 V, tandis qu'une valeur de seulement 26 V est attendue expérimentalement [11]. Evidemment, dans le cadre de ce modèle, une telle résistivité pouvait être anticipée dans la plume : le profil de  $B_z$  constant radialement, associé à la chute de la densité neutre confine fortement les électrons le long des lignes de champ magnétique, et il apparaît logique d'obtenir un tel résultat extrême.

La figure III-21 ci-dessous présente une comparaison entre la densité et le potentiel plasma simulés le long de l'axe de la cathode en présence du champ  $B_z$  et leurs profils mesurés expérimentalement. On constate immédiatement sur la figure III-21 (a) que le confinement

radial des électrons (grâce à la présence du champ  $B_z$ ) est si efficace que la densité plasma simulée dans la plume excède maintenant largement la valeur mesurée expérimentalement (contrairement à ce qui se passait en l'absence de champ  $B_z$ , cf. figure III-18 (a)). On le rappelle, le paramètre de Hall a de plus été limité dans cette simulation, sans quoi la densité simulée serait encore plus importante. Clairement, le confinement des électrons introduit par le champ  $B_z$  dans la simulation est excessif : à titre de comparaison, la différence en termes de densité plasma dans la plume avancée dans la littérature entre une situation avec et sans champ  $B_z$  serait autour d'un facteur 2 (pour une cathode fonctionnant à 25 A [11]).

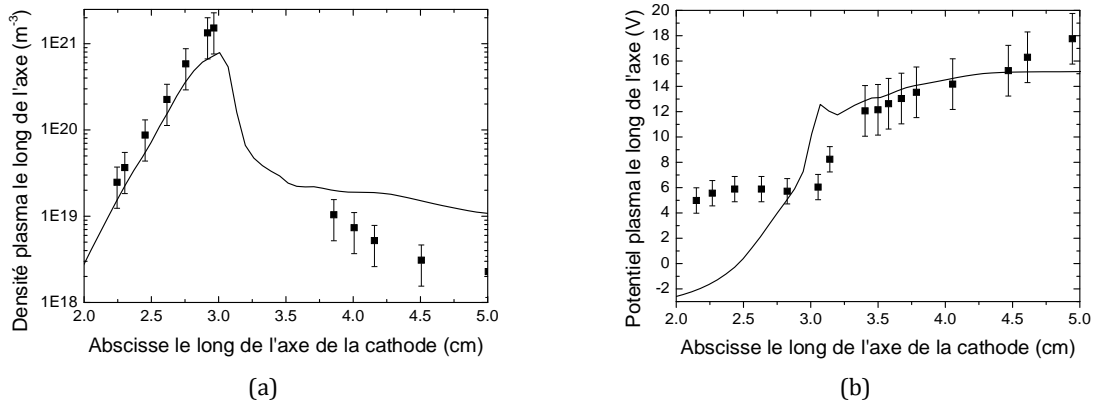


Figure III-21 : Comparaison aux mesures expérimentales (points) [14] de la densité et du potentiel plasma simulés (trait continu) le long de l'axe de la cathode (domaine externe inclus) au point de fonctionnement TH 15 en présence d'un champ  $B_z$  appliqué. Les mesures expérimentales sont réalisées en présence d'un champ magnétique.

Sur une note plus positive, on remarque que l'allure du potentiel plasma est plus proche de celle mesurée expérimentalement et est maintenant monotone dans la plume. Il faut cependant se garder d'être trop optimiste à ce sujet puisque la résistivité simulée dans la plume est incorrecte pour la raison mentionnée précédemment.

Les comparaisons précédentes, en particulier celle portant sur la densité plasma dans la plume, ainsi que le potentiel d'anode simulé, illustrent un effet si important du champ magnétique dans les simulations que l'on peut mettre en doute sa prise en compte correcte.

On peut envisager plusieurs raisons pour expliquer ces différences par rapport aux mesures : d'une part, il est certain que le profil de  $B_z$  appliqué est incorrect, et la décroissance de  $B_z$  radialement pourrait remédier à ce problème. Il est également possible que la densité neutre dans la plume hors de l'axe de la cathode soit plus grande que celle simulée (elle atteint sa valeur minimale dans la simulation,  $10^{17} \text{ m}^{-3}$ , hors du jet). Bien que physiquement peu probable, ceci pourrait conduire à accroître la mobilité électronique perpendiculairement aux lignes de champ. De manière analogue à ce qu'il se passe dans un canal de décharge de propulseur de Hall, des phénomènes de transport anormal électronique pourraient aussi jouer ce rôle. Enfin, et c'est peut-être là la cause principale, la géométrie choisie pour l'anode et le domaine de simulation peut être mise en cause : en effet, le domaine défini au paragraphe B contraint les lignes de courant électronique à atteindre la paroi sur une courte longueur (2 cm en partant du plan de sortie du keeper). Dans ces conditions, les électrons doivent traverser le champ magnétique dans la région où il est le plus intense (cf. fig. III-19 et fig. III-20), ce qui accroît inévitablement le potentiel d'anode par rapport au cas où l'anode serait plus étendue et où les électrons pourraient

contourner la zone de champ  $B_z$  intense. Nous démontrerons brièvement cet effet dans le prochain paragraphe.

### 3) Influence de la position de l'anode

Le domaine employé dans ce paragraphe est une extension du domaine de simulation présenté sur la figure III-16 : le domaine externe (la région bordée par l'anode sur la figure III-16) est maintenant long de  $7\text{ cm}$  et l'anode est toujours cylindrique et de même dimensions (rayon, longueur) mais positionnée à  $5\text{ cm}$  du plan de sortie du keeper le long de l'axe de la cathode (ce qui correspond aux abscisses supérieures à  $8\text{ cm}$  sur toutes les figures précédentes). Ainsi, les électrons sont collectés dans une région où le champ  $B_z$  est de moindre amplitude, c'est-à-dire inférieur à  $20\text{ G}$  d'après la figure III-19.

Le paramètre de Hall n'est plus limité dans cette simulation.

La figure III-22 ci-dessous présente la densité et le potentiel plasma le long de l'axe de la cathode et dans le domaine externe, en présence du champ magnétique axial  $B_z$ . Les points correspondent aux mesures expérimentales tandis que la courbe nommée  $L_{ext} = 2\text{ cm}$  rappelle les résultats de simulation obtenus au paragraphe 2) (donc également en présence du même champ  $B_z$  mais dans un domaine de simulation plus court). Les profils qui nous intéressent ici tout particulièrement sont nommés  $L_{ext} = 7\text{ cm}$ . La position axiale de l'anode cylindrique (pour le nouveau domaine introduit dans ce paragraphe) a été représentée sur ces tracés.

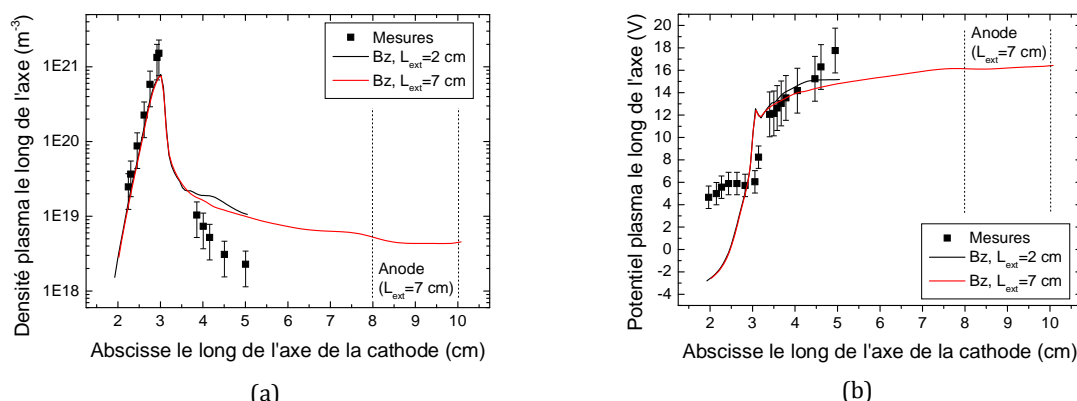


Figure III-22 : Comparaison aux mesures expérimentales (points) [14] de la densité et du potentiel plasma simulés (trait continu) le long de l'axe de la cathode (domaine externe inclus) au point de fonctionnement TH 15 en présence d'un champ  $B_z$  appliqué. Deux longueurs de domaine (et de position de l'anode) sont comparées.

Les profils obtenus pour la densité et le potentiel plasma simulés restent inchangés dans la région interne de la cathode par le déplacement de l'anode. Dans la plume (abscisse supérieure à  $3.5\text{ cm}$ ), les profils restent qualitativement les mêmes. Il faut toutefois souligner que pour ces dernières simulations prenant en compte une anode plus éloignée, le paramètre de Hall n'a pas été limité, ce qui est physiquement bien plus satisfaisant. Le potentiel d'anode simulé est de l'ordre de  $35\text{ V}$  (contre, on le rappelle  $26\text{ V}$  attendu expérimentalement). Pour être tout à fait complet, il faut mentionner que les profils tracés sur les figures III-22 (a) et (b) sont des moyennes temporelles : le potentiel plasma varie légèrement temporellement avec des oscillations d'amplitude de l'ordre du dixième de volt.

Comme on peut le voir, les simulations prenant en compte un domaine externe étendu (avec une anode éloignée du keeper) présentent un comportement physiquement satisfaisant. Néanmoins, la densité plasma simulée reste toujours trop élevée dans la plume, ce qui illustre de nouveau un confinement électronique radial trop important dans la simulation par rapport aux résultats expérimentaux. On pourra se référer à la discussion concluant le paragraphe précédent en ce qui concerne les pistes d'amélioration éventuelles du modèle sur ce point précis.

#### 4) Bilan

On l'a vu, la prise en compte du champ  $B_z$  appliqué dans la plume modifie grandement le comportement du plasma simulé. Néanmoins, beaucoup d'incertitudes, notamment quant à son profil (voire même sa présence ou non d'un essai à l'autre, la littérature étant avare d'informations à ce sujet [14,17,18]) nous empêchent de le prendre en compte correctement et donc de réaliser des comparaisons sensées avec l'expérience. Dans la suite, le champ  $B_z$  ne sera plus inclus dans le modèle.

Il faut toutefois souligner une fois de plus que le champ  $B_z$  est très certainement moins important dans le cadre d'une cathode de propulseur de Hall, qui reste l'objet central de cette étude. Enfin, comme on va le voir dans la suite de ce chapitre, d'autres phénomènes sont susceptibles d'accroître la densité et le potentiel plasma dans la plume d'une manière certes inattendue mais fondée sur des observations expérimentales.

#### E. Transport électronique dans la plume

Comme on a pu le remarquer à la fois dans le modèle et les résultats expérimentaux, le plasma de la cathode NSTAR est particulier en cela qu'il exhibe une transition entre une région dense interne à la cathode (où la densité plasma atteint plus de  $10^{21} \text{ m}^{-3}$ ) et la plume où la densité plasma chute fortement sur une courte distance ( $10^{19} \text{ m}^{-3}$  voire moins à  $1 \text{ cm}$  à l'aval du plan d'entrée de l'orifice). Cependant, sur cette même distance, le courant électronique reste conservé. On comprend donc que la vitesse électronique doit fortement augmenter afin de compenser la chute de densité plasma.

Une telle situation conduit naturellement à l'accroissement du nombre de Mach électronique ( $M_e = u_e/c_{s,i}$  où  $c_{s,i} = \sqrt{k_B T_e / M}$  est la vitesse acoustique ionique), jusqu'à ce que celui-ci excède largement l'unité dans la plume [18]. Les conditions sont donc réunies pour favoriser l'apparition d'une instabilité acoustique ionique. On peut également remarquer que la température électronique reste relativement inchangée au passage de l'orifice (de l'ordre de quelques eV cf. fig. III-17) tandis que la température ionique simulée dans la plume est de l'ordre de quelques centaines de Kelvin. Du fait de la grande disparité des températures électronique et ionique ( $T_e/T_i \gg 1$ ), l'amortissement Landau (dont le terme dans le taux de croissance de l'instabilité acoustique ionique est proportionnel à  $T_e/T_i \exp(-\frac{T_e}{2T_i})$  comme on le verra plus loin) ne peut pas efficacement amortir l'instabilité acoustique ionique. Cette dernière est alors libre de croître dans la plume.

### 1) Signatures expérimentales et prise en compte antérieure dans la littérature

Le rôle de l'instabilité acoustique ionique dans la résistivité de la plume de la cathode a déjà été évoqué à maintes reprises dans la littérature, à la fois dans des simulations [18,26,28] et dans les mesures expérimentales [17–19]. En particulier, il est apparu que l'ajout d'une fréquence de collision électronique effective (représentant l'effet des fluctuations du champ électrique liées à l'instabilité), permettait, en l'absence de champ magnétique, d'accroître à la fois la densité plasma et le potentiel plasma dans la plume, et même d'aboutir à un profil de potentiel plasma monotone croissant le long de l'axe de la cathode dans la plume [18], là où sans champ magnétique, il décroissait dans la plume, de façon similaire aux résultats présentés sur la figure III-18 (b).

Des mesures expérimentales réalisées pour la cathode NSTAR [17] ont montré l'existence dans la plume d'oscillations du potentiel plasma dans l'intervalle  $50 \text{ kHz} - 1 \text{ MHz}$ . Pour les raisons mentionnées précédemment, il est naturel d'associer ces instabilités à l'instabilité acoustique ionique. Une caractérisation expérimentale des instabilités observées a été entreprise dans la littérature [19]. Bien que réalisées pour une cathode fonctionnant à un courant de décharge plus élevé que la cathode NSTAR (dans la gamme  $25 - 125 \text{ A}$ ), les mesures montrent clairement (dans la limite des faibles fréquences, inférieures à quelques  $\text{MHz}$ ) une relation linéaire entre nombre d'onde et fréquence des oscillations, avec une vitesse de phase proche de la vitesse acoustique ionique associée. Cette constatation est un indice fort en faveur de l'existence de l'instabilité acoustique ionique dans la plume de la cathode.

### 2) Prise en compte de l'instabilité acoustique ionique dans la littérature

La prise en compte de l'instabilité acoustique ionique dans la plume de la cathode a déjà été discutée dans la littérature [26,63] et, à la connaissance de l'auteur, s'est appuyée jusqu'ici sur l'introduction d'une fréquence de collision anormale (ou effective) pour les électrons quantifiant leurs interactions avec les ondes de champ électrique. Une fréquence de collision anormale de la forme suivante est employée dans [28] (et proposée initialement par Sagdeev et Galeev [64]) :

$$\nu_a = \alpha \omega_{pi} \frac{u_e}{c_{s,i}} \quad (\text{III.10})$$

où  $\nu_a$  est la fréquence de collision anormale,  $\alpha$  un coefficient ajustable de l'ordre de l'unité,  $\omega_{pi}$  la pulsation plasma ionique,  $u_e$  la vitesse de dérive électronique (par rapport aux ions) et  $c_{s,i}$  la vitesse acoustique ionique. La fréquence de collision  $\nu_a$  vient s'ajouter aux fréquences de collision « réelles » pour calculer la mobilité électronique dans le plasma.

Heuristiquement, l'expression (III.10) présente l'avantage de lier la résistivité anormale au nombre de Mach électronique dans le plasma. Cependant, le coefficient ajustable doit être choisi au cas par cas afin de reproduire la situation expérimentale [28].

Dans la littérature, les résultats obtenus pour les simulations de cathode [26,28] sont essentiellement stationnaires, malgré l'incorporation de fréquences de collision anormale

du type de (III.10), alors qu'expérimentalement, ces mêmes cathodes mettent en évidence des phénomènes oscillants dans la gamme  $50\text{ kHz} - 1\text{ MHz}$ . Très clairement, l'expression (III.10) ne décrit pas la phase d'apparition (ou de dissipation) de l'instabilité et se contente physiquement de traduire la résistivité causée par l'instabilité saturée. Bien que ceci soit adapté pour une résolution numérique des profils de densité et potentiel plasma stationnaire, il est impossible d'en déduire le comportement oscillant de la cathode (pour les modes qui concernent l'instabilité en question).

Bien évidemment, la résolution « directe » de l'instabilité acoustique ionique dans le modèle quasi-neutre électrostatique mis en place (cf. chapitre II) est impossible dans la mesure où l'on ne résout ni la séparation spatiale entre ions et électrons, ni les très courtes échelles de temps caractéristiques de l'instabilité (typiquement de l'ordre de  $\omega_{pi}^{-1}$ ). Bien qu'il serait idéalement possible de résoudre les échelles caractéristiques de ces instabilités par une simulation numérique « fine », la disparité entre ces échelles microscopiques et celles liées à la cathode complète (dimensions, et temps d'évolution longs, de l'ordre du temps de transit des ions) rendent ce type d'approche numériquement prohibitif. Cependant, il reste possible de rendre compte de cette instabilité de manière effective.

La problématique de simulation des instabilités plasma dans des situations où plusieurs échelles de temps et d'espace très différentes sont mises en jeu est de première importance, et bien connue dans la littérature portant sur les applications de fusion nucléaire. En effet, la physique de l'interaction onde-particule se produit généralement sur une échelle de temps bien plus courte que celle du système complet. Pourtant, retranscrire les phénomènes mis en jeu est bel et bien nécessaire pour reproduire correctement le comportement global du système (comme par exemple dans le rôle des instabilités plasma dans le transport aux parois des tokamaks). Une approche intéressante de ce problème est proposée par Davidson et Krall dans [65], en particulier pour l'instabilité acoustique ionique, et nous nous proposons de réutiliser leurs résultats pour les appliquer à la simulation de la plume de la cathode. Il est bon de souligner que, dans notre modèle, la prise en compte des instabilités est réalisée dans une visée phénoménologique : de nombreuses approximations vont être faites, et l'objectif est avant tout de montrer comment l'on peut reproduire certaines tendances de fonctionnement de la cathode observées expérimentalement par une prise en compte de ce type de mécanisme dans la plume de la cathode.

### 3) Approche développée

En suivant la démarche proposée dans [65], on introduit une nouvelle grandeur de simulation  $\varepsilon_f$  qui représente la densité volumique de fluctuations de champ électrique produites par l'instabilité acoustique ionique. L'objectif est de décrire la croissance et le transport de  $\varepsilon_f$  et naturellement son effet sur le plasma. En partant de la relation de dispersion du plasma pour l'instabilité considérée et de deux distributions maxwelliennes représentant les ions et les électrons en dérive relative, le travail conséquent réalisé dans [65] consiste en l'obtention d'une part du taux de croissance de  $\varepsilon_f$  et d'autre part des fréquences de collision et de chauffage effectives qui s'appliquent au plasma. On reproduira ici uniquement les résultats utilisés dans le cadre de ce modèle sans justification et on réfère le lecteur à [65] pour plus de détails.

Le transport et la croissance de  $\varepsilon_f$  sont décrit par l'équation de conservation suivante :

$$\frac{\partial \varepsilon_f}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot \left( \frac{\vec{V}_d}{|\vec{V}_d|} c_{s,i} \varepsilon_f \right) = 2\gamma_M \varepsilon_f \quad (\text{III.11})$$

où  $\vec{V}_d$  est la vitesse de dérive relative entre ions et électrons,  $c_{s,i}$  la vitesse acoustique ionique et  $\gamma_M$  le taux de croissance de l'instabilité acoustique ionique (défini plus bas).

Le second terme n'était pas inclus initialement dans [65], puisque les effets convectifs n'étaient pas pris en compte et le mécanisme de croissance était essentiellement local. Dans la cathode, on peut imaginer (et cela semble être le cas expérimentalement [17]) que les instabilités plasma prennent naissance peu après l'orifice de la cathode, au creux du keeper (cf. figure III-16) avant de se propager et s'amplifier dans la plume de la cathode. Pour cette raison, un terme convectif a été ajouté heuristiquement qui représente la propagation de l'instabilité à la vitesse de groupe de l'onde acoustique ionique dans la direction de la vitesse de dérive. On peut d'ailleurs remarquer que dans la plume de la cathode, la vitesse de dérive  $\vec{V}_d$  correspond essentiellement à la vitesse des électrons du fait de la faible vitesse des ions.

Pourquoi avoir choisi de faire propager l'instabilité en direction de la vitesse de dérive ? Le traitement complet réalisé dans [65] montre que le taux de croissance maximal de l'instabilité est obtenu lorsque  $\vec{k}$ , le vecteur d'onde de l'instabilité, et la vitesse de dérive sont colinéaires. La modélisation de l'instabilité acoustique ionique proposée ici décrit en effet uniquement le mode dont le taux de croissance est le plus rapide, ce qui limite ainsi la direction de  $\vec{k}$  que l'on doit considérer. Enfin, le nombre d'onde pour le mode de croissance la plus rapide [65] est donné par  $k_M^2 \lambda_D^2 = \frac{1}{2}$  tandis que sa pulsation vaut  $\omega_M = \omega_{pi}/\sqrt{3}$ . Les couplages (non-linéaires) avec d'autres modes ne sont pas pris en compte.

Aux frontières du domaine, on inclut des pertes pour  $\varepsilon_f$  sous la forme d'un flux correspondant à la vitesse acoustique ionique selon la normale sortante du domaine

Le taux de croissance  $\gamma_M$  du mode de croissance la plus rapide introduit dans (III.11) est donné par :

$$\gamma_M = \sqrt{\frac{\pi}{8}} \frac{\omega_M}{(1 + k_M^2 \lambda_D^2)^{\frac{3}{2}}} \left\{ \sqrt{\frac{m}{M}} \left( \frac{k_M V_d}{\omega_M} - 1 \right) - \left( \frac{T_e}{T_i} \right)^{\frac{3}{2}} \exp \left( - \frac{T_e}{2T_i (1 + k_M^2 \lambda_D^2)} \right) \right\} - \frac{1}{2} \nu_{in} \quad (\text{III.12})$$

Les deux premiers termes sont directement issus de [65] et représentent respectivement le terme de croissance de l'instabilité et son amortissement par effet Landau. A partir de ce taux de croissance, on comprend immédiatement que si les conditions internes de la cathode sont relativement favorables à l'amortissement Landau ( $T_e$  faible, autour de  $1 - 2 \text{ eV}$ ,  $T_i$  significatif, quelques milliers de Kelvin), il en va autrement de la plume de la cathode où on s'attend à ce que l'expansion du plasma conduise à des ions froids, et laisse ainsi une situation favorable à la croissance de l'instabilité acoustique ionique. On remarque qu'en introduisant le nombre de Mach de dérive électronique,  $M_e = V_d/c_{s,i}$ , où  $V_d$  est la



vitesse de dérive électronique et  $c_{s,i}$  la vitesse acoustique ionique, le premier terme de l'équation (III.12) peut se réécrire :

$$\frac{\sqrt{\pi}}{9} \omega_{pi} \sqrt{\frac{m}{M}} \left( \sqrt{\frac{3}{2}} M_e - 1 \right) \quad (\text{III.13})$$

Ceci nous indique que l'instabilité croît lorsque le nombre de Mach de dérive électronique est supérieur à 1. Cela concorde avec le mécanisme physique de l'instabilité acoustique ionique, ainsi qu'avec sa description heuristique par la fréquence de collision anormale proposée précédemment (relation (III.10)).

Le dernier terme de (III.12) a été introduit pour représenter l'effet destructif des collisions ion-neutre sur l'instabilité acoustique ionique dans le cadre du plasma partiellement ionisé de la cathode [19]. Le facteur 1/2 provient simplement d'un choix de notation et il est compensé par un facteur 2 au second membre de l'équation (III.11). Au travers de ce dernier terme, l'objectif est de montrer que la naissance de l'instabilité ne peut avoir lieu que dans une région où la densité neutre est suffisamment faible. Intuitivement, on comprend ainsi que le débit de neutres peut influencer le fonctionnement de la cathode au travers de son effet sur les instabilités plasma. D'après (III.12), on peut s'attendre à ce que la cathode soit plus instable lorsque  $v_{in}$  est faible, et en effet, le phénomène d'instabilité de la cathode aux forts ratios courant/débit est un fait observé expérimentalement et rapporté dans la littérature [17]. Un injecteur de xénon dédié en sortie de cathode est d'ailleurs parfois employé afin de limiter les instabilités de fonctionnement de la cathode [22]. Les effets collisionnels électroniques n'ont pas été pris en compte dans le taux de croissance de l'instabilité (équation (III.12)). En effet, si l'on se réfère au calcul de la relation de dispersion proposé dans [63], les collisions électroniques introduisent un facteur correctif multiplication au premier terme de (III.12) de la forme  $1 + \left( \sqrt{\frac{\pi}{2}} - \sqrt{\frac{2}{\pi}} \right) (v_e / \omega_M) \left( \frac{m}{M} \right)^{1/2}$ . A

partir des résultats de simulation du paragraphe C, on peut montrer que ce terme est peu différent de 1 dans l'ensemble de la cathode NSTAR et de sa proche plume (pour le point de fonctionnement  $I_e = 13 \text{ A}$ ) et il a par conséquent été négligé.

L'équation (III.12) fait apparaître en définitive deux mécanismes d'amortissement : un amortissement collisionnel par collisions ion-neutre, qui n'est pas directement « couplé » à l'instabilité, puisqu'il se calcule immédiatement à partir du profil de l'écoulement neutre, et un second, l'amortissement Landau, qui dépend directement des températures ionique et électronique. On comprend ainsi que le chauffage des ions et des électrons du plasma (négligés à tort dans la littérature portant sur l'inclusion du transport anormal dans la cathode [18,26]) pourrait bien avoir de l'importance en saturant, voire même en détruisant l'instabilité acoustique ionique. Les expressions utilisées, d'une part pour la fréquence de collision anormale électronique (liée à l'interaction électron-onde acoustique ionique), et d'autre part pour les termes de chauffage ionique et électronique figurent ci-dessous. Toutes ces expressions sont issues de [65] et sont directement explicitées pour le mode de croissance le plus rapide ( $\omega = \omega_M$  et  $k = k_M$ ). On introduira dans ces relations le nombre Mach de dérive électronique  $M_e = V_d / c_{s,i}$ .

La fréquence de collision anormale électronique est donnée par :

$$v_{eAN} = 4\omega_{pe} \left( 1 - \sqrt{\frac{2}{3}} \frac{1}{M_e} \right) \frac{\sqrt{\pi}}{2} \frac{\varepsilon_f}{nk_B T_e} \quad (\text{III.14})$$

Dans cette expression, divers termes ont été simplifiés, et en particulier, on a négligé un terme en  $\gamma_M/\omega_{pe}$ , puisque d'après (III.12), la croissance de l'instabilité est lente devant  $\omega_{pe}$  pour le mode considéré.

Pour les termes de chauffage, les expressions asymptotiques données dans [65] sont utilisées (valides lorsque  $c_{s,i} \ll V_d \ll v_e$  où  $v_e$  est la vitesse thermique électronique) :

$$Q_{eAN} = \frac{\partial \varepsilon_f}{\partial t} (3\sqrt{6} M_e - 4) \quad (\text{III.15})$$

Enfin, le terme de chauffage ionique est donné par :

$$Q_{iAN} = 3 \frac{\partial \varepsilon_f}{\partial t} \quad (\text{III.16})$$

L'ensemble des expressions (III.12), (III.14), (III.15) et (III.16) permet de décrire la croissance de l'instabilité et son effet sur le plasma. On peut d'ailleurs vérifier que ces expressions conduisent à un bilan d'énergie physiquement correct. Si l'on se place dans l'hypothèse d'un bilan d'énergie local (c'est-à-dire, en omettant le terme convectif de (III.11)), on a alors :

$$\frac{\partial \varepsilon_f}{\partial t} = 2\gamma_M \varepsilon_f \quad (\text{III.17})$$

Sous cette hypothèse on s'attend intuitivement à ce que la relation suivante soit vérifiée :

$$\frac{\partial \varepsilon_f}{\partial t} + Q_{eAN} + Q_{iAN} = -\frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{1}{2} n m V_d^2 \right) = -n m V_d \frac{\partial}{\partial t} V_d = n m V_d^2 v_{eAN} \quad (\text{III.18})$$

qui signifie que l'instabilité (et les fluctuations du champ électrique) croît au dépend de la vitesse de dérive électronique et dissipe localement son énergie acquise dans le chauffage des ions et des électrons. On vérifie aisément en injectant (III.14), (III.15) et (III.16) dans (III.18) et en se plaçant dans la limite  $V_d \gg c_{s,i}$  comme précédemment que la relation de conservation de l'énergie des fluctuations (III.18) est bien respectée. Cette remarque nous permet de nous rassurer quant à l'aspect physiquement plausible de la modélisation proposée de l'instabilité.

Tout du long de ce paragraphe, la croissance de l'instabilité acoustique ionique a été supposée linéaire. En particulier, (III.17) n'inclut pas de mécanisme de saturation sur la densité de fluctuations  $\varepsilon_f$  (puisque  $\gamma_M$  est indépendant de  $\varepsilon_f$ ). Physiquement, la saturation de l'instabilité serait causée par des modifications de la fonction de distribution ionique qui ne peuvent être traduites dans le cadre de la théorie fluide linéaire dont les résultats sont utilisés ici. Des simulations Particle-In-Cell de l'instabilité acoustique ionique ont montré que celle-ci sature lorsque  $\varepsilon_f$  atteint une fraction de l'énergie thermique électronique [65], c'est-à-dire pour :

$$[\varepsilon_f]_{MAX} = \alpha_{nTe} n k_B T_e, \text{ avec } \alpha_{nTe} \in [10^{-3}, 10^{-2}] \quad (\text{III.19})$$

Il est évident que le choix du seuil  $\alpha_{nTe}$  peut conditionner le développement et l'effet de l'instabilité et on va voir à partir de résultats de simulations comment ce seuil a été choisi pour la cathode. Par la suite, ce seuil sera fixé et ne sera plus modifié dans le reste de l'étude. Il est probable que la valeur de  $\alpha_{nTe}$  puisse également être affectée par la présence de collisions mais cette dépendance ne sera pas discutée ici.

Enfin, puisque la croissance de  $\varepsilon_f$  est exponentielle, il nous faut nous donner une valeur minimale de la densité de fluctuations (bien qu'une valeur initiale de  $\varepsilon_f$  aurait également pu suffire). On fixera la valeur minimale de  $\varepsilon_f$  partout dans le domaine à chaque instant à  $[\varepsilon_f]_{MIN} = 10^{-3} \times [\varepsilon_f]_{MAX}$ . Cette valeur est suffisamment faible pour annuler tout effet de l'instabilité acoustique ionique sur le plasma là où elle ne devrait pas jouer de rôle physiquement.

## F. Rôle des instabilités plasma et comparaison à l'expérience

Dans ce paragraphe, on cherche à évaluer isolément les effets de l'instabilité plasma sur la plume de la cathode. Comme précédemment, le profil de température de l'élément émissif est fixé à sa valeur expérimentale (cf. chapitre II) et un coefficient de surface effective d'émission  $K_{EM} = 2$  est employé (cf. paragraphe II.A). Les autres phénomènes discutés au paragraphe II.B (champ magnétique induit, ionisation par étapes et pertes radiatives) ne sont pas pris en compte.

Dans les simulations incluant l'instabilité acoustique ionique, le comportement de la cathode devient instationnaire : ceci est le résultat d'une compétition entre croissance de l'instabilité, advection et destruction notamment par l'effet Landau. On va commencer par présenter quelques profils axiaux de potentiel et densité plasma moyennés temporellement pour différentes valeurs du seuil  $\alpha_{nTe}$ , et les comparer aux valeurs mesurées expérimentalement. Ceci nous permettra de nous fixer une valeur de ce paramètre pour la suite, et d'analyser finement les résultats de simulation obtenus pour cette valeur précise de  $\alpha_{nTe}$ .

### 1) Variation du seuil de densité de fluctuations

Les figures ci-dessous montrent l'influence du mécanisme de prise en compte de l'instabilité acoustique ionique sur les profils de densité (a) et potentiel plasma (b) moyennés temporellement. Les valeurs du seuil de densité d'instabilités  $\alpha_{nTe}$  ont été choisies pour balayer l'intervalle  $[10^{-3}, 10^{-2}]$  suggéré dans [65]. Les points rappellent les résultats expérimentaux. Le point de fonctionnement est TH 15 ( $I_e = 13 \text{ A}$ ).

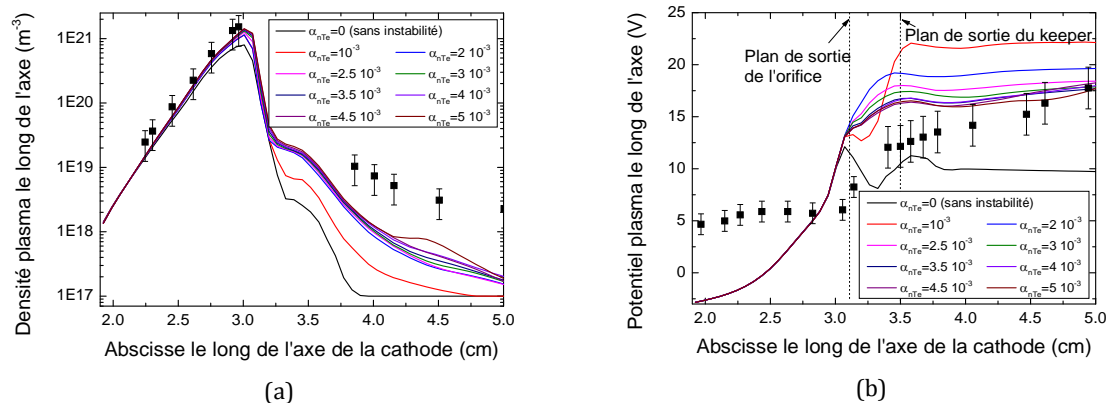


Figure III-23 : Effets de l'instabilité acoustique ionique sur la densité et le potentiel plasma moyennés temporellement le long de l'axe de la cathode.

Introduire l'instabilité acoustique ionique dans le modèle conduit à une modification immédiate de la densité plasma (a) dans la cathode et surtout dans sa plume, et ce dès les plus petites valeurs de  $\alpha_{nTe}$ . On remarque par contre que le profil de densité plasma dans la plume de la cathode (abscisses supérieures à 3.5 cm) « sature » dès que  $\alpha_{nTe} \geq 2 \times 10^{-3}$ . L'écart par rapport aux mesures (réalisées, on le rappelle, en présence d'un champ magnétique, voir le paragraphe D) reste important mais on note que l'amélioration qualitative par rapport à la situation sans prise en compte des instabilités ( $\alpha_{nTe} = 0$ ) est significative. On remarque également que pour  $\alpha_{nTe} \geq 10^{-3}$  l'accord entre densité plasma simulée et mesurée est amélioré dans la région interne de la cathode (pour une abscisse inférieure à 3 cm).

L'effet des instabilités sur le profil de potentiel plasma (b) peut surprendre au premier abord : en effet, le potentiel plasma est maximal dans la plume lorsque le seuil du niveau d'instabilités est le plus faible ( $\alpha_{nTe} = 1 \times 10^{-3}$ ), bien que l'on aurait pu s'attendre à l'exact opposé. Il faut se rappeler que les profils présentés sur la figure III-23 sont des moyennes temporelles, et alors que, dans les simulations, les situations  $\alpha_{nTe} = 0$  et  $\alpha_{nTe} = 1 \times 10^{-3}$  correspondent à des situations stationnaires, ce n'est pas le cas des autres simulations où les oscillations du potentiel plasma se compensent temporellement pour aboutir à un potentiel moyen plus faible. Ceci est visible sur la figure ci-dessous où l'on a tracé l'écart type des oscillations temporelles du potentiel plasma le long de l'axe de la cathode :

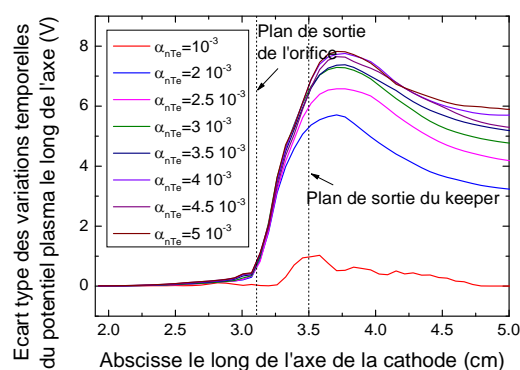


Figure III-24 : Ecart type des variations du potentiel plasma le long de l'axe de la cathode

On voit sur la figure ci-dessus que les oscillations gagnent en importance lorsque  $\alpha_{nTe}$  croît. Tout comme pour le profil de densité plasma plus haut (fig. III-23 (a)) ou celui du potentiel (fig. III-23 (b)), l'effet des instabilités semble « saturer » pour les grandes valeurs de  $\alpha_{nTe}$  et l'écart type des oscillations cesse de croître. Quelle que soit la valeur de  $\alpha_{nTe}$ , le potentiel plasma simulé reste cependant plus grand que la valeur mesurée expérimentalement dans l'espace entre l'orifice et le keeper, et également juste au sortir de la cathode (fig. III-23 (b)).

Sur un plan physique, on constate que notre manière d'introduire l'instabilité acoustique ionique la fait naître naturellement dans le plan de l'orifice (visible sur l'écart type des oscillations, fig. III-24). Evidemment, l'instabilité ne pouvait apparaître dans le corps de la cathode en raison, de la forte densité plasma (et donc de la faible vitesse de dérive électronique), des collisions ion-neutre et de l'amortissement Landau. Ce comportement est correctement reproduit par le modèle. L'instabilité se développe ensuite dans l'espace orifice-keeper avant d'être advectée et atténuée dans la plume. On pouvait bien entendu s'attendre à ce que l'instabilité soit la plus intense proche de l'orifice : en effet la densité de courant  $y$  est maximale, et la chute de densité plasma cause immédiatement le déclenchement de l'instabilité acoustique ionique. Plus loin dans la plume, les lignes de courant ont eu le temps de « s'écarter » (et la densité de courant de diminuer) et les conditions sont moins propices à l'apparition de l'instabilité. Le fait que les fluctuations soient les plus intenses immédiatement au sortir du keeper est un comportement qui a déjà été constaté expérimentalement dans les cathodes [17], dans une région appelée *spot* de la cathode. Il est intéressant que le modèle reproduise cette phénoménologie. On reviendra sur ce point précis au prochain paragraphe lorsque l'on discutera d'un cas de simulation pour une valeur de  $\alpha_{nTe}$  donnée.

Pour être complet, il faut mentionner que le choix des expressions (III.15) et (III.16) pour décrire le chauffage du plasma est loin d'être anodin : en particulier, le chauffage ionique est suffisant pour permettre à l'effet Landau (voir l'équation (III.12)) d'atténuer l'instabilité. On a pu constater dans les simulations que le choix d'autres expressions pour  $Q_{iAN}$  et  $Q_{eAN}$  (par exemple les expressions générales, et non plus uniquement leurs limites asymptotiques (III.15) et (III.15), voir [65]) pouvait modifier le comportement de la cathode en altérant l'amplitude des oscillations du potentiel et en les déplaçant fréquemment (pour les composantes de haute fréquence temporelle). Qualitativement, lorsque les oscillations du potentiel plasma apparaissent, leur comportement reste toutefois le même. On a pu observer que la sensibilité du modèle est la plus forte envers  $Q_{iAN}$  : dans certaines conditions l'expression générale (non asymptotique) conduisait à un chauffage ionique intense dans la région entre keeper et orifice qui était suffisant pour rendre l'effet Landau (cf. (III.12)) dominant et immédiatement détruire l'instabilité. Le potentiel plasma simulé était alors quasi-identique au profil sans instabilité.

Il est délicat de comparer directement les profils moyens simulés aux profils expérimentaux de cette cathode, puisque ceux-ci sont réalisés pour la plupart en présence d'un champ magnétique. Néanmoins, des preuves expérimentales semblent montrer l'existence de l'instabilité acoustique ionique dans la plume de la cathode NSTAR [17]. Il est donc justifié de chercher à la prendre en compte, tout en soulignant le fait que dans les mesures expérimentales dont on dispose [14,17], la présence du champ  $B_z$  est susceptible de modifier la nature et les conditions d'apparition des instabilités plasma.

On a pu le remarquer précédemment, l'effet de l'instabilité acoustique ionique sur la densité plasma « sature » pour  $\alpha_{nT_e} \geq 2 \times 10^{-3}$ . De même pour  $\alpha_{nT_e} > 3 \times 10^{-3}$ , les profils de potentiel plasma moyennés sont très similaires. Par contre, l'écart type des oscillations du potentiel continue de croître lentement avec  $\alpha_{nT_e}$  (cf. fig. Figure III-24). A partir des mesures expérimentales du potentiel plasma, il est raisonnable d'exclure les valeurs de  $\alpha_{nT_e} < 2 \times 10^{-3}$  puisque celles-ci conduisent à un potentiel semble-t-il très élevé dans les simulations. Dans l'autre extrême, les résultats de simulations présentés ici ne permettent pas de distinguer l'effet des instabilités pour différentes valeurs de  $\alpha_{nT_e} > 3 \times 10^{-3}$  (hormis la croissance de l'écart type du potentiel).

Dans la suite, on choisira  $\alpha_{nT_e} = 3 \times 10^{-3}$  en tant que valeur de compromis permettant d'accroître la densité plasma dans la plume tout en évitant de faire croître le potentiel plasma démesurément. On souligne de nouveau que ce choix est raisonnable physiquement, puisqu'il trouve sa place dans l'intervalle proposé dans [65] des valeurs de  $\alpha_{nT_e}$  physiquement réalistes (c'est-à-dire, justifiée par la littérature). Des simulations Particle-In-Cell de l'instabilité seront réalisées dans le chapitre VII pour tenter d'estimer le seuil  $\alpha_{nT_e}$  dans des conditions représentatives de la cathode.

## 2) Analyse du cas de simulation de référence : profils moyennés

Nous allons maintenant nous intéresser en détail au cas  $\alpha_{nT_e} = 3 \times 10^{-3}$ , et en particulier au mécanisme d'instabilité acoustique ionique dans la plume pour le point de fonctionnement TH 15, c'est-à-dire un courant de décharge  $I_e = 13 A$  et un débit de 3.6 SCCM de xénon.

On l'a vu au paragraphe précédent, les grandeurs simulées le long de l'axe de la cathode sont raisonnablement proches des valeurs mesurées : la densité plasma exhibe un accord excellent avec les valeurs expérimentales dans la région interne de la cathode, et qualitativement intéressant dans la région externe (cf. fig. III-23). Le potentiel plasma le long de l'axe hors de la cathode est également qualitativement en accord avec le profil mesuré. Dans la région interne, on retrouve la différence déjà constatée entre potentiel simulé et mesuré, puisque l'instabilité acoustique ionique est de toute façon inexistante dans cette région.

Jusqu'ici, nous nous sommes concentrés sur l'effet des instabilités du plasma de la plume sur les profils simulés dans la direction axiale (le long de l'axe de la cathode). Or, puisque l'anode du système est cylindrique (de rayon 5 cm), l'introduction des termes de propagation de l'instabilité dans l'équation (III.11) dans la direction de la dérive ion-électron (c.-à-d. approximativement le long des lignes de courant électronique) peut évidemment conduire à une résistivité anormale dans la direction radiale, et donc à un profil de potentiel plasma non constant radialement. La figure III-25 (a) ci-dessous représente le profil de potentiel plasma simulé radialement à une distance axiale de 0.5 cm de la frontière externe du keeper et moyenné temporellement. Aucun champ magnétique externe n'est appliqué et on rappelle que l'anode du système se trouve à une distance de 5 cm de l'axe de la cathode. La figure III-25 (b) représente l'écart type des oscillations temporelles du potentiel plasma.

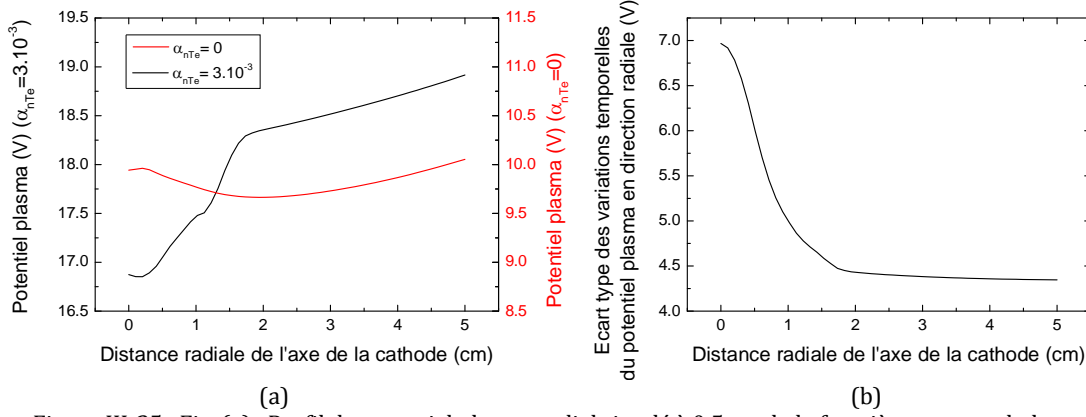


Figure III-25 : Fig. (a) : Profil de potentiel plasma radial simulé à 0.5 cm de la frontière externe du keeper moyenné temporellement ( $\alpha_{nT_e} = 3 \times 10^{-3}$ ) et comparaison à la simulation sans prise en compte des instabilités ( $\alpha = 0$ ).

Fig. (b) : écart type des variations temporelles. Aucun champ magnétique externe n'a été appliqué et le point de fonctionnement est TH 15. L'anode est positionnée à l'abscisse 5 cm.

On observe sur la figure III-25 (a) ci-dessus qu'après un méplat centré sur l'axe, le potentiel plasma croît de quelques volts en direction radiale. Ce comportement est radicalement différent de celui observé lorsque les instabilités plasma ne sont pas prises en compte ( $\alpha = 0$ ) puisque dans ce dernier cas, le potentiel plasma au niveau de l'anode n'est pas significativement plus grand que la valeur simulée sur l'axe.

Même dans le cas  $\alpha_{nT_e} = 3 \times 10^{-3}$ , le potentiel à l'anode reste toutefois bien plus faible que dans le cas expérimental [17]. Le profil de potentiel plasma radial mesuré et moyenné temporellement pour le point de fonctionnement simulé est tracé sur la figure III-26. Ce profil expérimental montre un accroissement du potentiel plasma depuis une valeur de approximativement 10 V sur l'axe jusqu'à 26 V à 2.5 cm de l'axe de la cathode.

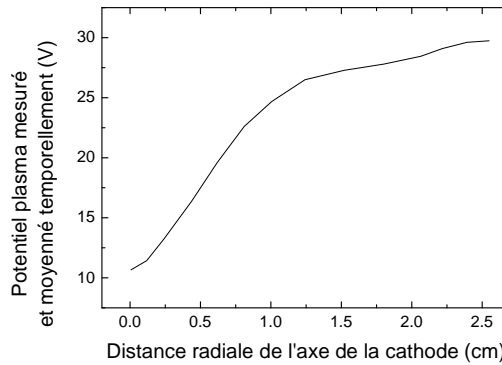


Figure III-26 : Profil de potentiel plasma mesuré et moyenné temporellement pour la cathode NSTAR dans le point de fonctionnement TH 15 à 3 mm de la frontière externe du keeper. Ces données sont issues de [17].

Bien que le profil mesuré soit d'allure qualitativement similaire à celle simulée par le modèle, les ordres de grandeur sont très différents. Le potentiel plasma simulé sur l'axe diffère dès le départ de la valeur mesurée, ce qui n'est pas une surprise au regard de la figure III-23 (b) : on a déjà montré que l'accord simulation-expérience pour le potentiel plasma n'était pas parfait dans la plume, et qu'on surestimait en particulier le potentiel plasma au sortir de la cathode. Cette différence se retrouve évidemment ici. Par contre, la croissance radiale du potentiel plasma est nettement plus importante expérimentalement

que dans la simulation (figures III-25 (a) et III-26, 1.5 V simulés contre 15 V expérimentalement). Cette grande différence est très certainement due à la présence du champ magnétique axial (non pris en compte dans cette simulation) dans la configuration expérimentale (cf. paragraphe D) qui réduit la mobilité radiale des électrons. Pour être complet, il faut mentionner que la brisure de pente du profil radial moyen de potentiel à l'abscisse 1 cm (cf. fig. III-25 (a)) est d'origine numérique et est causée par la chute de la densité plasma en deçà de la densité minimale permise par le modèle ( $10^{17} \text{ m}^{-3}$ ). Au-delà de cette limite, les résultats de simulation dans leur ensemble sont évidemment contestables, et en particulier dans le contexte de l'instabilité acoustique ionique, la vitesse de dérive des électrons simulée sera certainement faussée, ce qui conduit à une mauvaise estimation du taux de croissance de l'instabilité. Cette remarque nous rappelle une nouvelle fois que les résultats de simulation dans la plume doivent avant tout être interprétés sur un plan phénoménologique.

Enfin, on a tracé l'écart type des oscillations du potentiel plasma (fig. III-25 (b)). Comme précédemment dans la direction axiale (fig. III-24), on voit que les oscillations du potentiel prennent naissance juste en aval du keeper (en direction de la plume) et s'atténuent à mesure que l'on s'éloigne de cette région (radialement dans le cas présent). Cette atténuation correspond à des conditions plasma moins favorables à l'instabilité acoustique ionique puisque la densité de courant et la vitesse électronique diminuent progressivement dans cette direction par un effet purement géométrique.

Expérimentalement [17], les mesures montrent que l'amplitude des oscillations du potentiel plasma est d'abord faible sur l'axe de la cathode, avant de croître radialement jusqu'à 0.5 cm de l'axe, puis de diminuer de nouveau en direction de l'anode. Loin de l'axe, on retrouve donc par la simulation qualitativement le comportement mesuré (fig. III-25 (b)). Par contre, on ne retrouve pas par la simulation de minimum local des oscillations plasma sur l'axe. Une fois de plus, cette différence peut être interprétée comme un effet de l'absence du champ magnétique dans la configuration simulée : la densité électronique n'est alors pas suffisante dans la plume et l'instabilité plasma prend immédiatement naissance. Dans le cas expérimental, la densité plasma chute plus lentement radialement grâce au champ magnétique axial, ce qui repousse la naissance de l'instabilité plasma, et donc la croissance des fluctuations du potentiel plasma.

### 3) Instabilités plasma, description du comportement oscillant

Au cours de ce paragraphe, on va s'attacher à décrire d'un peu plus près les oscillations du potentiel plasma dans la plume de la cathode à partir des résultats de simulation. Dans la région externe de la cathode, en l'absence de champ magnétique, les densités neutre et plasma chutent rapidement et donc également les fréquences de collision associées. Dans cette situation, l'effet d'une fréquence de collision « anormale » effective (ici avec l'onde acoustique ionique, voir l'expression (III.14)) peut aisément devenir dominant : à titre de comparaison, au cours d'une oscillation de l'instabilité plasma dans la plume (voir plus loin dans ce paragraphe), à 2 mm en aval du keeper, la fréquence de collision anormale  $\nu_{eAN}$  oscille entre  $10^6 \text{ s}^{-1}$  et plus de  $10^9 \text{ s}^{-1}$ , tandis que la fréquence de collision totale électronique « classique » est seulement de l'ordre de  $10^8 \text{ s}^{-1}$ . Une bonne partie des oscillations du plasma de la plume dans nos simulations peut donc se comprendre en se basant sur les variations de  $\nu_{eAN}$ .



La figure III-27 ci-dessous présente la distribution du potentiel plasma et de la densité de fluctuations  $\varepsilon_f$  normalisée à un instant donné (puisque ces distributions évoluent temporellement). On nommera ici densité de fluctuations normalisée la grandeur  $\varepsilon_f/nk_B T_e$ , qu'on notera dans ce paragraphe  $[\varepsilon_f]_N$ , et qui est donc comprise entre 0 et  $\alpha_{nT_e} = 3 \times 10^{-3}$  (cf. l'expression (III.19)).

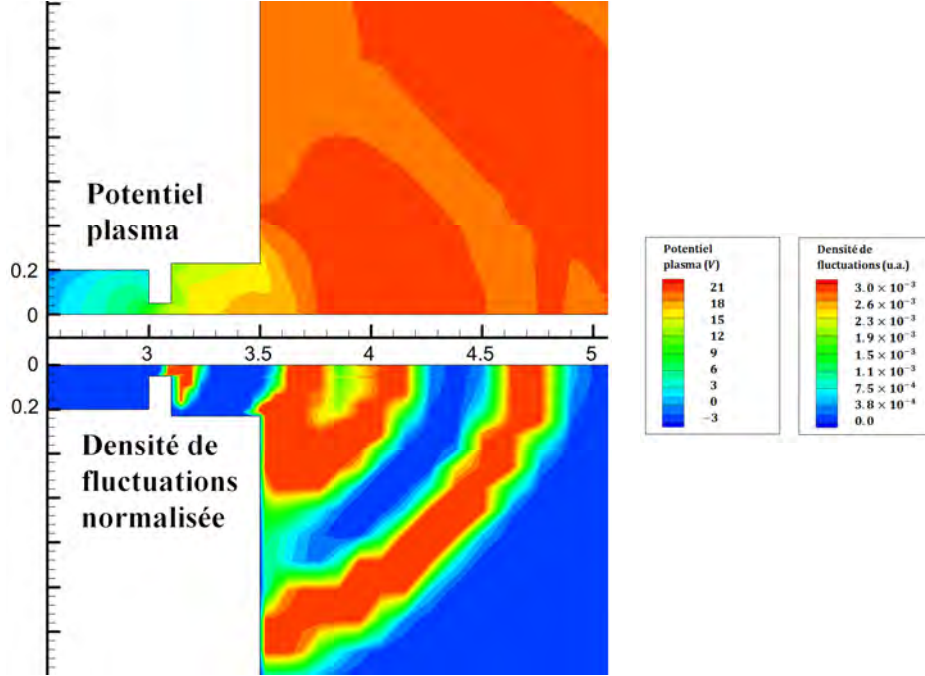


Figure III-27 : Variations du potentiel plasma dans la plume de la cathode causée par les fluctuations haute fréquence liées à l'instabilité acoustique ionique avec  $\alpha_{nT_e} = 3 \times 10^{-3}$ .

Pourquoi avoir choisi de tracer cette grandeur plutôt que  $v_{eAN}$  ? On a pu voir plus haut (expression (III.14)) que la fréquence de collision anormale  $v_{eAN}$  est proportionnelle à  $\omega_{pe} \varepsilon_f/nk_B T_e$  dans la limite à  $M_e$  grand. Le tracé de cette grandeur permet donc à la fois de représenter aisément l'existence de l'instabilité et indirectement la résistivité, à un facteur multiplicatif de la racine de la densité plasma près.

Comme on peut le voir sur la figure III-27 ci-dessus, l'instabilité acoustique ionique donne naissance à des fluctuations de fréquence de l'ordre du *MHz* en sortie du keeper, résolues de manière heuristique au travers de  $\varepsilon_f$ . Ces fluctuations se propagent ensuite dans la plume (à la vitesse acoustique ionique) en maintenant l'alternance visible sur la figure de zones où la densité de fluctuations est forte puis faible (par rapport à l'énergie thermique électronique  $nk_B T_e$ ), avant de s'atténuer avec la chute de la densité de courant. Cependant, même si la densité de fluctuations normalisée (figure III-27 ci-dessus) peut sembler importante y compris dans la plume lointaine, la chute de la densité plasma conduit tout de même à une diminution rapide de  $v_{eAN}$  et donc à un potentiel plasma relativement « plat » à distance de l'orifice du keeper.

Il est maintenant légitime de s'interroger au sujet de l'origine des oscillations spatiales de  $[\varepsilon_f]_N$ . La figure III-28 ci-dessous présente le profil de température électronique dans la proche plume de la cathode en deux instants espacés de  $0.2 \mu s$ .

Comme on peut le voir sur la figure III-28, les électrons de la région à proximité immédiate du keeper sont temporairement chauffés par l'instabilité acoustique ionique avant de se refroidir. Cette alternance périodique se produit à relativement haute fréquence, autour de 2 MHz. Un phénomène similaire se produit sur les ions dans la même région (bien que légèrement en décalage de phase par rapport aux électrons), sans toutefois atteindre le même niveau de température (les ions sont chauffés temporairement jusqu'à un peu moins de 3000 K).

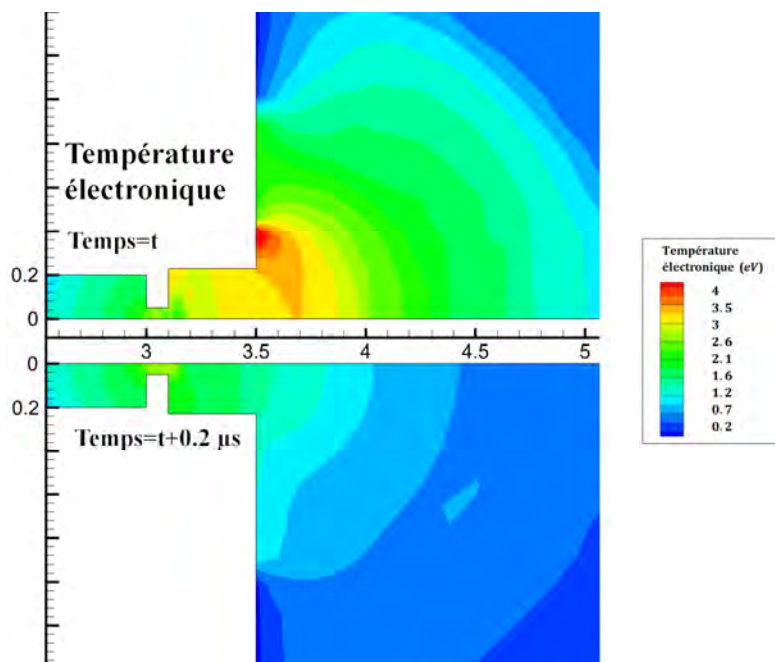


Figure III-28 : Profil de température électronique simulé en deux instants proches dans la plume de la cathode lors de la prise en compte de l'instabilité acoustique ionique.

On peut comprendre les résultats de simulation de la manière suivante : en partant d'une situation où les électrons et les ions relativement froids (on a toujours  $c_{s,i} \ll V_d \ll v_e$  dans les conditions de l'instabilité acoustique ionique), la dérive électronique donne naissance à l'instabilité. Celle-ci conduit au chauffage des ions et des électrons (en proportions différentes selon la vitesse de dérive électronique, voir les expressions (III.15) et (III.16)), ce qui conduit à l'augmentation de la vitesse acoustique ionique  $\sqrt{k_B T_e / M}$  mais aussi à une modification du rapport  $T_e / T_i$  et donc à une variation du terme correspondant à l'amortissement Landau de l'onde acoustique ionique (cf. (III.12)). Dans le cas présent, l'effet global résultant est la dissipation de l'onde acoustique ionique. Une partie de l'énergie des fluctuations  $\varepsilon_f$  est toutefois advectée vers la plume, ce qui conduit à l'apparition des « ondes » émises depuis le keeper en direction de la plume constatées plus haut sur le profil de  $[\varepsilon_f]_N$  (cf. fig. III-27). Le cycle de croissance/destruction de l'instabilité peut alors reprendre. Il faut mentionner ici que la valeur choisie pour  $\alpha_{nT_e}$  a ici son importance. En effet, dans le cas où  $\alpha_{nT_e}$  est suffisamment faible (par exemple  $\alpha_{nT_e} = 10^{-3}$  sur la figure III-23), le chauffage du plasma par l'instabilité n'est pas suffisant pour conduire à la destruction de cette dernière. Le profil de  $\varepsilon_f$  est alors constant temporellement et les oscillations du potentiel plasma sont absentes de la plume de la cathode.

Le comportement qui vient d'être décrit est intégralement basé sur les résultats de simulation numérique. Néanmoins, il est intéressant de constater que la position des

fluctuations de température électronique correspond à celle d'un phénomène dit de « balle de plasma » qui est connu pour apparaître immédiatement en sortie de keeper [17]. Ce phénomène correspond à une forte émission lumineuse clairement visible sur les photographies. Dans notre cas, en considérant que le phénomène visible expérimentalement est « intégré » temporellement par l'appareil de prise de vue (ou l'œil de l'expérimentateur), l'excitation du xénon neutre par les électrons temporairement chauffés par l'instabilité pourrait en être la cause. De plus, d'importantes fluctuations du potentiel plasma [18,19] apparaissent également dans cette région dans les mesures expérimentales, et il semble que le modèle numérique soit capable d'en rendre compte, comme on a pu le remarquer au travers du tracé de l'écart type des variations du potentiel plasma dans la plume (cf. fig. III-24).

Enfin et pour conclure, on peut examiner l'influence des phénomènes qui viennent d'être discutés sur les paramètres électriques globaux vus depuis l'anode du système, et en particulier sur le potentiel de décharge. Dans le point de fonctionnement à 13 A, le modèle simule un potentiel électrique moyen à l'anode de 18.5 V auquel s'ajoute des oscillations temporelles.

La figure III-29 ci-dessous représente la série temporelle et la transformée de Fourier du potentiel électrique à l'anode. Le signal temporel du potentiel électrique à l'anode (figure III-29 (a)) fait clairement apparaître deux modes oscillants : une oscillation haute fréquence (les pics resserrés) modulés par une oscillation lente (dont des maxima sont visibles à 20, 40 et 60  $\mu s$ ).

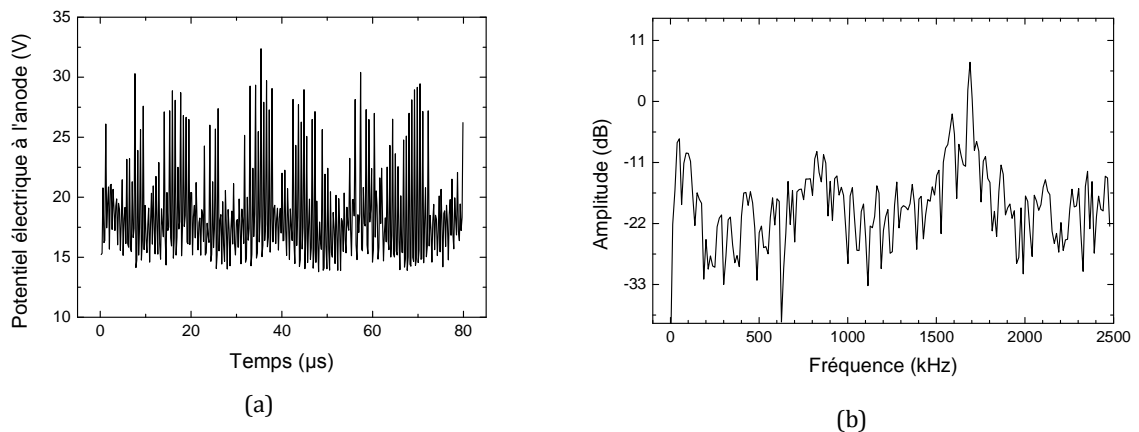


Figure III-29 : Signal temporel (a) et amplitude de la transformée de Fourier (b) du potentiel anode pour la cathode NSTAR au point de fonctionnement TH 15. La composante moyenne a été soustraite du spectre de Fourier. Un fenêtrage de Hamming a été employé. Le pas d'échantillonnage est 0.2  $\mu s$  (5 MHz).

Pour confirmer ceci, on a réalisé la transformée de Fourier du signal dont on trace l'amplitude des modes en dB (figure III-29 (b)). L'échantillonnage des résultats de simulation étant réalisé à 5 MHz, il est légitime de rechercher des oscillations jusqu'à une fréquence de 2.5 MHz. Comme on a pu l'anticiper, on voit apparaître ici deux grands « types » d'oscillations : des oscillations basse fréquence (entre 40 et 100 kHz) auxquelles se superposent principalement deux modes haute fréquence autour de 0.8 – 0.9 MHz et 1.7 MHz. Les modes de haute fréquence peuvent être reliés aisément aux fluctuations du

plasma dans la région située entre l'orifice de la cathode et du keeper et qui viennent d'être détaillées dans ce paragraphe. Quant aux modes à plus basse fréquence, ceux-ci sont probablement liés à la propagation de l'instabilité acoustique ionique : en effet, pour une température électronique de l'ordre de  $2\text{ eV}$  dans la plume, la vitesse acoustique ionique vaut approximativement  $1200\text{ m.s}^{-1}$ . Or la distance entre l'anode et l'orifice du keeper où prennent naissance les instabilités est de l'ordre de quelques centimètres. Ceci justifie l'existence d'oscillations du plasma sur la durée de propagation de l'instabilité, donc à une fréquence autour de quelques dizaines de  $\text{kHz}$ . Il est plus délicat de chercher à distinguer les causes des modes autour de  $0.8\text{ MHz}$  de ceux à  $1.7\text{ MHz}$  : ceux-ci n'apparaissent pas comme clairement différents dans les simulations plasma et à la lueur des différentes approximations réalisées dans le modèle physique (en particulier le choix des équations fluide dans la plume), il est préférable de ne pas chercher à sur-interpréter les résultats de simulation.

On peut souligner que deux grands types d'oscillations ont été également observés expérimentalement dans la cathode NSTAR en fonctionnement [17] (en présence d'un champ magnétique, absent de ces simulations) : d'une part, des oscillations basse fréquence (entre  $20\text{ kHz}$  et  $200\text{ kHz}$ ) observées depuis la lisière de la « balle de plasma » déjà évoquée (c.-à-d. proche de l'orifice du keeper) jusqu'à l'anode. D'autre part, des oscillations de fréquence plus élevée ( $1\text{ MHz}$  et plus), apparemment incohérentes [17]. La correspondance entre simulation et expérience n'est cependant pas parfaite puisque là où les modes à basse fréquence sont, semble-t-il, de plus grande amplitude que les modes à haute fréquence dans les mesures expérimentales [17], l'inverse est vrai dans nos simulations. La présence du champ magnétique dans la configuration expérimentale a très certainement un rôle à jouer dans ces différences observées en modifiant la distribution de la densité plasma dans la plume.

Sous un angle plus critique, à la vue de l'aspect « bruité » et incohérent de la série temporelle du potentiel électrique à l'anode (fig. III-29 (a)), il est légitime de se demander si notre modèle résout effectivement correctement ces oscillations et s'il ne s'agit pas simplement d'une défaillance du modèle qui apparaîtrait sous une forme (assez extrême) de bruit numérique. Pour se convaincre de la validité des résultats, on a tracé pour le même point de fonctionnement l'évolution du potentiel électrique à l'anode avec un pas d'échantillonnage de  $25\text{ ns}$ . La figure ci-dessous présente l'évolution temporelle obtenue :

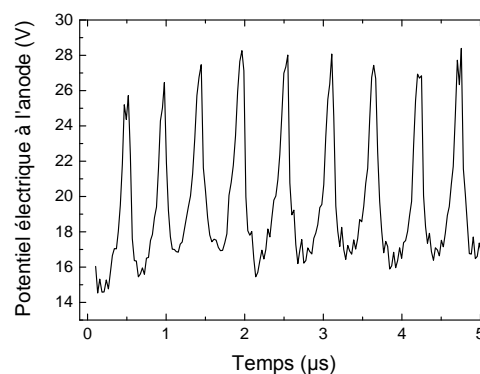


Figure III-30 : Evolution temporelle du potentiel électrique à l'anode dans les mêmes conditions que pour la figure III-29. Le pas de temps d'échantillonnage vaut maintenant  $25\text{ ns}$ .

Comme on peut le voir, les oscillations de haute fréquence du potentiel électrique à l'anode apparaissent ici clairement résolues, et leur période correspond de nouveau, à la fois au pic de la transformée de Fourier à  $1.7\text{ MHz}$  et aux oscillations de  $T_e$  constatées dans les simulations plasma à proximité du keeper.

Enfin, on peut mentionner, pour conclure au sujet des paramètres électriques, que la tension du keeper (au travers duquel un courant de  $1.5\text{ A}$  est extrait) varie bien moins que celle de l'anode du système. Dans le point de fonctionnement simulé ici, le potentiel électrique du keeper s'établit autour de  $12.6\text{ V}$  et l'amplitude des variations de potentiel électrique est inférieure à  $0.2\text{ V}$ . Ces oscillations n'exhibent pas des caractéristiques spectrales aussi claires qu'à l'anode.

Il pourrait être tentant de voir dans les caractéristiques spectrales des signaux électriques simulés une opportunité supplémentaire de comparer simulations et résultats expérimentaux. Cependant, même si l'on excepte la présence dans certaines configurations expérimentales d'un champ magnétique externe appliqué qui compliquerait la prise en compte dans le modèle fluide de l'instabilité acoustique ionique, certains manques du modèle numérique rendent une telle validation peu fiable. En particulier, la description approximative du plasma dans la plume (fluide et non pas cinétique, ce qui serait certainement plus réaliste du fait des grands libres parcours moyens) ne permet pas de rendre compte fidèlement de la densité plasma dans la plume, et conduit logiquement à une mésestimation du nombre de Mach de dérive électronique et donc de la croissance de l'instabilité acoustique ionique. De manière liée, la non-maxwellianité des fonctions de distribution (électronique et ionique) dans la proche plume est susceptible de modifier le taux de croissance et d'amortissement de l'instabilité et même de conduire à sa saturation. Le mécanisme rudimentaire de saturation de l'instabilité introduit ici ne permet pas de rendre compte de cette physique complexe. Enfin, on peut mentionner que dans le dispositif expérimental, les propriétés spectrales des instabilités de la cathode sont très probablement dépendantes du mécanisme de régulation du courant de décharge à l'anode, tandis qu'un tel mécanisme n'a pas été inclus dans ce modèle.

#### IV. Quelles voies possibles pour l'amélioration du modèle ?

Au cours de ce chapitre, on a commencé par présenter des résultats de simulation obtenus à partir d'une première version du modèle développé au chapitre précédent. Ces premiers résultats concernaient la description de la région interne seule de la cathode. Bien que les résultats obtenus concordaient qualitativement avec les mesures expérimentales réalisées dans les mêmes conditions, des différences ont été soulignées, notamment au niveau de la mesure de la densité plasma.

Diverses modifications du modèle interne de la cathode ont été proposées, ayant trait d'une part au cœur du plasma (ionisation par étape, champ magnétique induit, pertes radiatives), et d'autre part au processus d'émission électronique à la paroi (porosité de l'émetteur). Il est apparu assez clairement que l'effet de la prise en compte de la porosité l'élément émissif domine très largement tous les autres mécanismes proposés et permet de rapprocher significativement le profil de densité plasma simulé du profil expérimental. On l'a vu, une description physiquement satisfaisante des effets de la porosité est toutefois difficile à obtenir, et nous avons choisi pour la suite l'approche, certes simpliste, de considérer une

surface émissive effective augmentée d'un facteur multiplicatif spatialement uniforme par rapport à la surface réelle. Physiquement, ce facteur représente la pénétration du plasma dans les pores de l'émetteur, et on imagine bien que, physiquement, celui-ci est susceptible de varier le long de l'émetteur et même d'évoluer au cours de la vie de la cathode. Les modèles de cathode pourraient bénéficier grandement d'une étude spécifique à ce sujet, et plus généralement des travaux concernant la pénétration d'un plasma dans un milieu poreux.

Nous avons ensuite étendu la région d'application du modèle au plasma externe qui se développe dans la plume de la cathode. Pour la région interne, le modèle étendu a permis d'obtenir des résultats qualitativement similaires à ceux produits précédemment. Toutefois, la comparaison de la densité et du potentiel plasma simulés dans la plume de la cathode aux profils mesurés a mis en évidence des différences de fond (chute trop rapide de la densité plasma simulée en sortie de cathode, non-monotonie du potentiel plasma le long de l'axe) qu'il est important d'analyser.

Il s'est avéré qu'une différence majeure distinguait nos simulations des conditions expérimentales : alors que la cathode NSTAR est conçue pour fonctionner en présence d'un champ magnétique, celui-ci n'a pas été inclus dans notre modèle, en raison de l'application visée, la propulsion de Hall, pour laquelle la cathode est souvent située hors des lignes de champ magnétique. Un champ magnétique grossièrement axial était toutefois bien présent dans le dispositif expérimental (bien que ce ne soit pas le cas pour l'ensemble des mesures). Afin d'estimer l'influence de cette modification, nous avons inclus dans la simulation de la plume un profil de champ magnétique (purement axial) qualitativement représentatif de la situation réelle. On a pu observer un confinement radial significatif des électrons qui apparaissait en définitive trop important par rapport à la situation réelle. Diverses explications ont été suggérées, et il est certain que la taille réduite du domaine de simulation dans la plume ainsi que la taille de l'anode ont un rôle à jouer dans l'allure des lignes de courant électronique, et donc des profils de potentiel et densité plasma. On a pu montrer cet effet en étendant simplement le domaine de simulation et en déplaçant l'anode du système, tout en conservant une densité de courant collecté uniforme à sa surface. Un traitement de l'anode plus rigoureux pourrait éventuellement décrire de manière auto-cohérente la distribution de courant collecté à l'anode et ainsi affiner la répartition des lignes de courant quelle que soit la géométrie choisie pour l'anode. Devant les différentes sources d'incertitudes au niveau de la description du champ magnétique externe appliqué, et en raison du peu d'intérêt que présente la configuration avec champ magnétique pour les propulseurs de Hall actuels, les simulations qui vont poursuivre cette étude n'en tiendront pas compte. Il faut cependant garder à l'esprit que certaines mesures expérimentales réalisées en particulier à partir de cathodes destinées aux propulseurs à grille incluent un champ magnétique externe appliqué, ce qui peut nuire à la qualité des comparaisons entre modèle et expérience.

Enfin, nous nous sommes penchés sur la prise en compte dans le modèle d'instabilités du plasma de la plume de la cathode. Celles-ci ont été observées expérimentalement dans plusieurs cathodes et leur caractérisation laisse à penser qu'il s'agit d'instabilités acoustiques ioniques. Nous avons montré comment il était possible de prendre en compte de manière phénoménologique ces instabilités dans le modèle et une analyse d'un mode oscillant de la cathode s'en est suivie. Bien entendu, la présence d'un champ magnétique

externe peut éventuellement modifier les conditions d'apparition de cette instabilité, d'une part en modifiant la densité plasma dans la plume de la cathode, et d'autre part en altérant sa relation de dispersion. Si on ambitionne en définitive d'incorporer un champ magnétique externe au modèle de la cathode, il sera nécessaire de retravailler la prise en compte des instabilités pour en tenir compte.

Tout du long de ce chapitre, nous avons considéré un point de fonctionnement particulier de la cathode, pour lequel la distribution de température de l'élément émissif a été mesurée expérimentalement. Ceci n'est pas entièrement satisfaisant pour deux raisons : tout d'abord, on sait que la cathode NSTAR est auto-thermique, ce qui signifie que le bombardement du plasma doit être suffisant pour maintenir l'émetteur électronique en température. Dans l'état actuel du modèle, rien ne nous assure que les flux de particules soient cohérents avec la distribution de température imposée, hormis au travers d'un bilan énergétique global. Un modèle thermique de la cathode nous permettrait de renforcer la confiance en la validité de nos résultats de simulations. Ensuite, l'objectif de cette étude est bien entendu centré sur la compréhension de la physique des cathodes creuses, mais aussi sur la possibilité de réaliser une étude paramétrique pour divers points de fonctionnement et paramètres de conception de cathode. Dans ce but, le développement d'une composante « thermique » dans le modèle de cathode semble incontournable. Au cours du prochain chapitre, nous présenterons le modèle thermique qui a été développé pour la cathode NSTAR et nous procéderons à une nouvelle validation des simulations couplant cette fois plasma et thermique de la cathode de manière auto-cohérente. Le modèle résultant sera alors entièrement prédictif d'un point de vue numérique.





## Chapitre IV. Modélisation couplée plasma-thermique

---

### Table des matières :

I.	Pourquoi décrire les aspects thermiques de la cathode ?.....	120
II.	Modèle thermique.....	121
A.	Hypothèses du modèle thermique et domaine de simulation.....	121
B.	Equation de la chaleur .....	124
C.	Conditions aux limites et couplage avec le modèle plasma .....	125
D.	Résolution numérique .....	127
III.	Validation du modèle couplé et analyse physique.....	127
A.	Comparaison aux résultats expérimentaux pour la cathode NASA NSTAR.....	128
B.	Bilans globaux.....	130
C.	Bombardement des parois.....	132
IV.	Conclusion et possibilités ouvertes par le modèle thermique .....	135

## I. Pourquoi décrire les aspects thermiques de la cathode ?

Le modèle plasma développé permet de réaliser une étude complète de la décharge pour un point de fonctionnement donné. Les grandeurs simulées dans le plasma interne de la cathode en particulier sont difficiles d'accès expérimentalement, et l'intérêt des simulations numériques ressort de manière évidente. Cependant, nous avons dû jusqu'ici spécifier jusqu'ici la température de l'élément émissif dans nos simulations (à partir de mesures expérimentales), ce qui nuit à l'intérêt du modèle, par ailleurs complètement prédictif.

Pourquoi la température de l'émetteur a-t-elle une telle influence ? Ne pourrait-on pas en donner un profil simplifié, voire même uniforme spatialement, et retrouver aisément les tendances de fonctionnement de la cathode ? On a vu dans le chapitre II que le courant électronique émis aux parois de la cathode dépend de manière exponentielle de la température de l'émetteur (au travers de la loi de Richardson-Dushman). Or cette température varie fortement d'un point à l'autre de l'émetteur : dans la cathode NASA NSTAR en son point de fonctionnement à 13 A, un gradient de température de 150 K a été mesuré le long de l'élément émissif [29] alors que ce dernier n'est long que de 2.5 cm. Ceci impacte fortement la densité de courant électronique émis, qui varie de plusieurs ordres de grandeurs le long de l'émetteur. On pourra se référer par exemple aux résultats de simulation présentés dans le chapitre III. De plus, on a pu voir que dans la cathode NSTAR, le courant électronique émis domine très largement le bilan global de courant : la cathode émet plus de courant électronique que le courant réellement extrait par son orifice, le reste étant absorbé aux parois tandis que l'ionisation joue un rôle mineur (voir l'analyse du chapitre III). Dans ces conditions, on se doute que les propriétés du plasma vont être en grande partie contrôlées par les processus à la paroi, et en particulier par la distribution spatiale du courant d'émission. Enfin, on peut ajouter que le plasma exerce également une rétroaction sur l'émission électronique, notamment au travers de l'effet Schottky (cf. chapitre II).

Pour l'ensemble de ces raisons, il ne serait pas raisonnable de ne considérer qu'un profil simplifié de température à la paroi (constant ou linéaire par exemple), et il est nécessaire de décrire pleinement et de manière cohérente avec la simulation plasma le profil de température de l'élément émissif.

La littérature est malheureusement avare d'informations au sujet de la conception fine des cathodes (et de la cathode NSTAR en particulier) et à la connaissance de l'auteur, il n'existe pas de plan clair (même schématique), complet et publiquement disponible de conception de cathode utilisée en conditions de vol. Le modèle thermique qui va être présenté s'appuie essentiellement sur quelques informations glanées dans la littérature [21,29,66] et recoupées pour obtenir une description aussi réaliste que possible de la structure thermique de la cathode. En raison du manque total d'informations, la nature même des matériaux, leur propriétés thermiques et jusqu'à certaines dimensions ont été obtenues par ajustement du modèle numérique aux résultats expérimentaux (température de l'émetteur, densité plasma). Dans ces conditions, le modèle thermique développé ne peut avoir qu'un but heuristique, mais nous avons tout de même pris soin de choisir les paramètres thermique du modèle de manière physiquement réaliste par rapport aux informations disponibles relatives à la conception de la cathode. Le modèle thermique de la cathode NSTAR ainsi que l'ensemble des informations nécessaires pour le reproduire seront

détaillés dans ce chapitre. Les résultats obtenus seront très satisfaisants compte tenu de ces contraintes indépendantes de notre volonté.

Enfin, on précise que le modèle plasma employé dans la suite est exactement identique à celui utilisé pour produire les derniers résultats au chapitre III, c'est-à-dire qu'il inclut les effets de porosité à la paroi et de l'instabilité acoustique ionique dans la plume (avec  $K_{EM} = 2$  et  $\alpha_{nT_e} = 3 \times 10^{-3}$ , voir le chapitre III).

## II. Modèle thermique

### A. Hypothèses du modèle thermique et domaine de simulation

Nous allons maintenant détailler la description du domaine schématique employé pour décrire la conduction de la chaleur dans la structure de la cathode. Cette description fait écho à celle réalisée pour la cathode dans son ensemble dans le chapitre II. Les éventuels transferts radiatifs (à l'exception des pertes par rayonnement) sont négligés.

La figure ci-dessous schématise le domaine considéré pour la simulation thermique. Comme précédemment, l'amont de la cathode où est injecté le xénon se situe sur le côté gauche de la figure. Sur le côté droit de la figure, on retrouve l'aval qui fait la transition avec la plume et la région d'extraction des électrons.

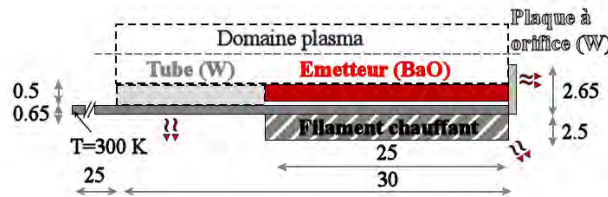


Figure IV-1 : Schématisation de la structure thermique de la cathode. Le domaine plasma interne de la cathode se situe dans la zone encadrée par le trait discontinu. Les dimensions sont données en mm. Les flèches ondulées représentent les frontières où la cathode subit des pertes radiatives d'énergie thermique.

Tout comme le modèle plasma, le modèle thermique est 2 D-axisymétrique. La région simulée dans le modèle de plasma interne (cf. chapitre II) est encadrée par un trait discontinu. Les différents éléments du domaine thermique sont visibles sur la figure ci-dessus :

- Un tube réfractaire (souvent en tungstène ou molybdène [11] mais également parfois en graphite [21]), en gris sombre sur la figure, sert d'élément structurel à la cathode. La longueur totale réelle du tube est de 5.5 cm [29] mais pour simplifier le domaine et gagner en temps de calcul, celui-ci a été écourté et une longueur de seulement 3 cm (identique à la longueur du domaine plasma interne) est incluse dans le domaine. Le segment de tube manquant est traité de manière équivalente (aux pertes radiatives près sur ce segment) par une longueur de conduction supplémentaire en frontière du domaine. A l'amont de la cathode, la température du support de la cathode qui est en contact avec le tube réfractaire est maintenue à 300 K [29].
- Un élément émissif (fait ici d'une matrice de tungstène imprégnée d'oxyde de baryum), en rouge sur la figure, fournit le courant électronique d'émission. L'émetteur est maintenu depuis l'amont de la cathode par un élément poussoir qui

est représenté dans le modèle par un élément métallique de même matériau que le tube réfractaire. Contrairement au tube, cet élément n'est pas prolongé hors du domaine de simulation par une longueur de conduction équivalente.

- Une plaque à orifice maintient l'élément émissif à l'intérieur du tube de la cathode. Généralement, cet élément est fait de tungstène ou de molybdène [11].
- Pour « démarrer » la cathode, il est nécessaire de chauffer initialement l'élément émissif. Ceci est réalisé à l'aide d'un filament chauffant [66] (nommé heater dans la littérature, en hachuré sur la figure) enroulé autour du tube réfractaire. Ce filament est représenté dans le modèle thermique par une région du domaine où un terme source de chaleur uniforme (noté  $S_H$  dans le paragraphe suivant) dont l'intégrale sur le volume totalise la puissance de chauffage souhaitée est appliqué. Une feuille isolante [21] (parfois faite de tantale [66]) est enroulée autour du tube et du filament et agit comme un isolant vis-à-vis des pertes radiatives de la cathode.
- En toute rigueur, il faudrait inclure dans le modèle thermique une représentation du keeper : pour rappel, il s'agit d'une électrode externe qui facilite l'allumage initial de la décharge plasma. Cet élément a été évoqué très brièvement dans le chapitre II et inclus dans le domaine de simulation plasma lorsque nous avons introduit le modèle de plume de la cathode (cf. chapitre III). Bien évidemment, le keeper est susceptible d'influencer la thermique de la cathode, et en particulier ses pertes radiatives. Pour simplifier, nous supposons que l'effet isolant du keeper sera inclus dans la description des pertes radiatives en surface du filament chauffant. Le domaine thermique reste ainsi celui représenté sur la figure IV-1.

Pour chacun des éléments du domaine thermique, une conductivité thermique (indépendante de la température) a été spécifiée. Aux frontières externes du domaine (ne faisant pas face au plasma), la cathode subit des pertes radiatives vers son environnement, qui ont été décrites par une loi de corps gris (émission de corps noir affectée d'une émissivité inférieure à 1). Les transferts d'énergie avec le plasma se produisent par bombardement plasma et émission électronique et seront décrits au paragraphe C. Les transferts radiatifs depuis l'émetteur vers le plasma sont négligés devant ceux liés au bombardement et l'émission. On ne tiendra pas compte non plus d'un éventuel transfert radiatif entre les éléments de surface de la face interne de la cathode. A l'amont de la cathode, celle-ci perd de l'énergie thermique par conduction vers son support.

Les différents paramètres du modèle thermique sont rassemblés dans le tableau ci-dessous. On le rappelle, ces paramètres ont été obtenus par déduction à partir des informations disponible dans la littérature et ajustement des résultats de simulations aux mesures expérimentales de la température de l'émetteur électronique pour un point de fonctionnement donné.

	Conductivité thermique ( $W.m^{-1}.K^{-1}$ )	Emissivité
<b>Emetteur</b> (BaO-W)	95	—
<b>Heater</b> (Isolant électrique ? $Al_2O_3$ ?)	90	0.11
<b>Tube réfractaire</b> (W/Mo)	100	0.33
<b>Plaque à orifice</b> (W/Mo)	110	0.25

Tableau IV-1 : Paramètres du modèle thermique de la cathode NASA-NSTAR

Pour chacun des éléments de la cathode, on a mentionné dans le tableau ci-dessus un matériau fréquemment utilisé (d'après la littérature) pour la réalisation de l'élément concerné. Les conductivités thermiques sont proches de ce que l'on pourrait attendre physiquement pour le tube réfractaire ainsi que la plaque à orifice. Il est plus délicat de donner une valeur réaliste de la conductivité thermique de l'émetteur électronique dans la mesure où celui-ci est poreux par nature (avec une densité de l'ordre de 80 % de celle attendue pour un bloc solide de tungstène [23]). La conductivité thermique de l'émetteur employée dans le modèle est toutefois inférieure à celle du tube par exemple, ce qui semble physiquement cohérent. La conductivité thermique affectée au heater est plus problématique, dans la mesure où, pour un isolant électrique comme  $Al_2O_3$  [29], on attend une conductivité thermique de l'ordre de  $30 W.m^{-1}.K^{-1}$ . Néanmoins, il s'est avéré nécessaire d'utiliser une valeur relativement grande pour cet élément pour reproduire correctement le gradient de température mesuré le long de l'émetteur, sans quoi ce dernier excède d'environ 50 K le gradient mesuré expérimentalement (de l'ordre de 150 K sur la longueur de l'émetteur). Dans le modèle, on observe que la région du filament joue partiellement un rôle de pont thermique pour faciliter la conduction d'une extrémité à l'autre de l'émetteur, puisque le tube est trop fin pour conduire suffisamment la chaleur et réduire le gradient de température simulé. Ce comportement, bien trop favorable dans la simulation à la rétention de la chaleur dans l'émetteur, laisse penser que les pertes sont probablement sous-estimées dans le modèle thermique. Il est probable que l'idéalisation faite de la cathode dans le modèle ne rende pas correctement compte des différents contacts métalliques dans la structure qui sont susceptibles de faciliter la conduction de la chaleur.

Les valeurs des émissivités de surface ont été obtenues entièrement par ajustement des simulations aux résultats expérimentaux. La littérature est très incomplète en termes de paramètres employés dans la modélisation thermique de la cathode [29] et on peut seulement remarquer qu'une émissivité de l'ordre de 0.2 a été utilisée pour les surfaces externes. Dans notre cas, nous avons distingué les segments non isolés de la cathode (tube à l'amont de la cathode, plaque à orifice) des régions volontairement protégées (isolation radiative autour du heater). L'émissivité affectée au tube et à la plaque à orifice correspond à l'ordre de grandeur attendu pour du tungstène sans traitement particulier (non poli et oxydé) [67] tandis que l'émissivité du heater est diminuée (par rapport à celle du tube) pour représenter l'isolation radiative.

On a supposé que les contacts thermiques entre les divers éléments de la cathode sont parfaits, à l'exception de ceux impliquant l'insert émissif. En effet, l'ajustement imparfait des dimensions de l'émetteur et du tube, ainsi que l'aspect poreux de l'émetteur conduisent à des échanges thermiques entre tube et émetteur qui sont essentiellement de nature radiative [29]. Ainsi, on a spécifié une conductivité thermique surfacique équivalente entre l'insert émissif et les autres surfaces de la cathode. Celle-ci vaut  $800 W.m^{-2}.K^{-1}$  et a

également été obtenue par ajustement de simulations à l'expérience. La valeur  $300 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-1}$  a été proposée dans la littérature [29]. On peut estimer un ordre de grandeur de la conductivité thermique surfacique attendue. En notant  $T_E$  et  $T_T$  les températures respectives des deux surfaces concernées, émetteur et surface adjacente du tube, et en supposant que le flux radiatif de chaleur émis par les deux surfaces correspond à celui d'un corps gris plan identique, on a le flux de chaleur suivant orienté de l'émetteur vers le tube :

$$\Phi = \varepsilon \sigma_{SB} (T_E^4 - T_T^4) = \varepsilon \sigma_{SB} (T_E^2 + T_T^2)(T_E + T_T) \cdot (T_E - T_T) := K \cdot (T_E - T_T) \quad (\text{IV.1})$$

où  $\varepsilon$  est l'émissivité des surfaces considérées et  $\sigma_{SB} \approx 5.67 \times 10^{-8} \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-4}$  la constante de Stefan-Boltzmann. La factorisation ci-dessus fait apparaître la différence des températures  $T_E - T_T$  et on peut assimiler formellement le produit des autres termes à une conductivité thermique surfacique (notée  $K$  dans la relation (IV.1)). Pour simplifier, en supposant que l'on a affaire à un corps noir parfait ( $\varepsilon = 1$ ) et que  $T_E \approx T_T \approx 1400 \text{ K}$  (qui est un ordre de grandeur correct de la température maximale de l'élément émissif pour la cathode NSTAR dans son point de fonctionnement à  $13 \text{ A}$  [29]) on obtient  $\Phi \approx 622 \times (T_E - T_T) [\text{W} \cdot \text{m}^{-2}]$ . Evidemment, il ne s'agit là que d'un ordre de grandeur que plusieurs facteurs sont susceptibles d'affecter : d'un côté, l'émissivité des surfaces est certainement plus faible que celle du corps noir, ce qui conduirait à une valeur réelle plus faible de la conductivité surfacique équivalente. Ensuite, la diffusion de l'oxyde de baryum dans l'interstice entre l'émetteur et le tube de la cathode est susceptible d'accroître la conductivité thermique cette fois par contact solide [29]. Il est évidemment difficile d'estimer l'ensemble de ces effets à moins de se baser sur des mesures adéquates réalisées sur la cathode réelle, ce dont nous ne disposons pas. On remarquera que, dans le modèle, la conductivité thermique surfacique entre l'insert émissif et le tube de la cathode contribue à maintenir l'émetteur à température élevée et on a pu observer une forte dépendance des simulations envers de ce paramètre : bien que le fonctionnement de la cathode ne soit pas qualitativement modifié par une variation relative de la conductivité de l'ordre de  $200 - 300 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-1}$ , la température maximale de l'émetteur est aisément modifiée de  $50$  à  $100 \text{ K}$ . Le profil de température (en particulier son gradient) est également affecté par la conductivité surfacique : lorsqu'elle est élevée, le gradient thermique le long de l'émetteur se réduit sous l'effet de la conduction dans les autres éléments de la cathode qui jouent le rôle de pont thermique.

## B. Equation de la chaleur

Pour ce modèle thermique, on résout très simplement l'équation de la chaleur :

$$c_v \frac{dT}{dt} + \vec{\nabla} \cdot \vec{q} = S_H \quad (\text{IV.2})$$

avec  $c_v$  la capacité thermique volumique,  $T$  la température locale dans le domaine thermique,  $\vec{q}$  le flux de chaleur local et  $S_H$  le terme source volumique de chauffage employé pour représenter le chauffage initial causé par le heater (voir le paragraphe précédent).

A l'intérieur du domaine, le flux de chaleur de conduction  $\vec{q}$  est simplement donné par la loi de Fourier :

$$\vec{q} = -\lambda \vec{\nabla} T \quad (IV.3)$$

avec  $\lambda$  la conductivité thermique du matériau.

En toute rigueur  $\lambda$  (et  $c_v$ ) devrait dépendre de la température du matériau. Pour simplifier, et devant les incertitudes du modèle thermique déjà évoquées,  $\lambda$  sera fixé pour chaque matériau à partir des valeurs spécifiées dans le tableau IV-1.

De plus, nous ne nous intéresserons pas à la phase transitoire (allumage de la cathode). Ainsi, en supposant que le temps caractéristique d'évolution de la température des parois de la cathode est long devant les temps caractéristiques associés aux processus plasma et fluide, on peut se focaliser sur l'état stationnaire de la thermique de la cathode. Dans ce but, on a réduit artificiellement la capacité thermique de tous les matériaux à  $c_v = 1 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1}$ . Cette valeur reste suffisamment grande pour ne pas engendrer de couplage oscillant entre thermique et plasma (en amortissant les variations de flux d'énergie liées au comportement du plasma) mais permet également, en étant bien plus faible qu'une capacité thermique physiquement réaliste, d'accélérer considérablement l'obtention d'un état stationnaire pour l'ensemble du système plasma et thermique.

### C. Conditions aux limites et couplage avec le modèle plasma

#### 1) Frontières en contact avec le plasma

L'émetteur électronique, un segment du tube de la cathode et la plaque à orifice sont en contact avec le plasma. Des transferts thermiques s'opèrent par bombardement (électronique et ionique) et le cas échéant par émission électronique. Les transferts avec le plasma par radiation ou conduction sont négligés devant l'advection d'énergie portée par les particules qui traversent les gaines plasma. Le flux de chaleur aux frontières des matériaux en contact avec le plasma selon la normale sortante de la frontière du domaine thermique  $\vec{n}$  (orientée vers le plasma) est donné par :

$$\begin{aligned} \vec{q}_{plasma} \cdot \vec{n} = & -\Gamma_i^{ab} \left( \frac{1}{2} M u_B^2 + e(\phi_0 - \phi_b) + \varepsilon_{io} \right) \\ & - \Gamma_e^{ab} (2k_B T_e + e\phi_b) + \Gamma_e^{em} (2k_B T + \phi_b) \end{aligned} \quad (IV.4)$$

où les flux d'ions et d'électrons absorbés ( $\Gamma_i^{ab}, \Gamma_e^{ab}$ ) et d'électrons émis ( $\Gamma_e^{em}$ ) sont pris positifs.  $u_B$  est la vitesse de Bohm,  $\phi_0$  le potentiel de gaine et  $\phi_b$  le travail de sortie effectif au point considéré (voir le modèle de gaine émissive pour plus de détails, cf. chapitre II).  $\varepsilon_{io}$  est l'énergie de première ionisation du xénon libérée lors de la recombinaison d'un ion à la paroi.  $T_e$  est la température électronique à la lisière de la gaine plasma et  $T$  la température locale de la paroi.

L'expression ci-dessus correspond au flux d'énergie usuel que l'on peut attendre dans le cadre d'une gaine plasma formée par des électrons maxwelliens et des ions froids monocinétiques. Le premier terme de (IV.4) représente l'énergie gagnée par la paroi dans le bombardement ionique. L'énergie thermique des ions (ainsi que des neutres recombinaison) a été négligée devant l'énergie de dérive des ions (initiale et gagnée dans la gaine). On peut

remarquer que si les ions sont d'abord accélérés par le potentiel de gaine (terme  $e\phi_0$ ), ils reperdent partiellement l'énergie cinétique acquise dans la gaine en étant décélérés dans la barrière de potentiel qui correspond physiquement au travail de sortie du matériau (terme  $-e\phi_b$ , voir le modèle de gaine émissive dans le chapitre II).

Le second terme est lié au bombardement électronique de la paroi causé par les électrons (maxwelliens) du plasma. Vu depuis le plasma, en se plaçant avant la gaine (côté plasma), le flux d'énergie transporté par ces électrons est  $\Gamma_e^{ab}(2k_B T_e + e\phi_0)$  (voir le chapitre II). Une fois la gaine franchie, ces électrons perdent l'énergie associée au potentiel de gaine ( $-e\phi_0$ ) mais sont accélérés vers la paroi ( $+e\phi_b$ ) par la barrière de potentiel. Ceci justifie la forme du second terme de (IV.4).

Enfin, le dernier terme décrit simplement la perte d'énergie à la paroi causée par le franchissement d'une barrière de potentiel de hauteur  $\phi_b$  par une population d'électrons à la température  $T$ .

On peut remarquer que le couplage entre les aspects thermique et plasma se fait à double sens au niveau de cette frontière : d'un côté, le bombardement plasma de la paroi chauffe cette dernière, mais en retour, les propriétés d'émission électronique de la cathode varient fortement avec le profil spatial de température de l'émetteur. Or, comme on l'a vu (cf. chapitre III), le profil d'émission électronique influence grandement la répartition du plasma dans la cathode. On est donc bien en présence d'un couplage à double sens entre propriétés thermiques et plasma qui doit être résolu par un modèle adéquat.

## 2) Pertes radiatives

Aux frontières externes du domaine thermique (face externe de la plaque à orifice et frontière externe du tube et du heater, voir la figure IV-1), la cathode perd de l'énergie par radiation. Le flux d'énergie thermique perdu par la cathode en direction de la normale sortante à la frontière du domaine thermique est donné par :

$$\vec{q}_{rad} \cdot \vec{n} = \varepsilon_{surf} \sigma T^4 \quad (IV.5)$$

avec  $\varepsilon_{surf}$  l'émissivité de la surface considérée (cf. paragraphe A),  $\sigma \approx 5.67 \times 10^{-8} W.m^{-2}.K^{-4}$  la constante de Stefan-Boltzmann et  $T$  la température locale de la paroi. La température du milieu ambiant est négligée. On rappelle que  $\varepsilon_{surf}$  n'a qu'une signification « effective » pour le pourtour externe de la cathode dans la mesure où l'électrode externe (le keeper) et l'isolation additionnelle qui enserrant le tube de la cathode n'ont pas été explicitement inclus dans le domaine de calcul (cf. paragraphe A).

## 3) Pertes par conduction

La cathode perd de l'énergie par conduction au travers de la base du tube (qui est maintenue à température fixée). On rappelle (cf. paragraphe A) que l'on a pas inclus dans le domaine l'intégralité de la longueur du tube de la cathode NSTAR afin de limiter la taille du domaine de calcul. Alors que le tube réel est long de 5.5 cm, il est long de 3 cm dans nos simulations. La longueur additionnelle est traitée comme une longueur effective de conduction agrégée en frontière de domaine. Par conséquent, le flux de conduction



thermique en frontière amont du tube de la cathode suivant la normale sortante du domaine est donné par :

$$\vec{q}_{cond} \cdot \vec{n} = \lambda_{tube}(T - T_{support})/L_{tube} \quad (IV.6)$$

avec  $\lambda_{tube}$  la conductivité thermique du tube de la cathode,  $T_{support} = 300 K$  la température du support où est fixée la cathode et  $L_{tube}$  la longueur additionnelle du tube hors du domaine thermique.

En procédant de la sorte, on néglige partiellement le flux radiatif et le bombardement plasma sur la surface interne en direction de l'amont de la cathode. Néanmoins, la température de cette région est moins élevée (puisque plus proche de celle du support), ce qui limite physiquement les pertes radiatives (en plus de la présence d'autres éléments de montage de la cathode). De plus, on a pu également remarquer (cf. chapitre III) que la densité plasma n'est significative dans cette région de la cathode. Le bombardement plasma sur cette paroi est donc tout à fait négligeable. Au regard de ces deux remarques, l'hypothèse simplificatrice proposée dans ce paragraphe paraît justifiée.

#### D. Résolution numérique

Le domaine thermique est discrétisé à l'aide d'un maillage cartésien comprenant un peu plus de 1400 points qui coïncident avec les nœuds du plasma le long de la frontière concernée. A l'intérieur du domaine thermique, le schéma numérique est tout à fait similaire au schéma implicite itératif utilisé pour la conduction thermique dans le domaine fluide (cf. chapitre II) : on procède simplement en discrétisant le flux de conduction le long de chaque arête à l'aide du gradient calculé à partir des températures aux nœuds. Aux frontières externes du domaine, les flux radiatifs (en  $T^4$ ) sont linéarisés localement à partir de la température calculée à l'itération précédente. Le flux de conduction vers la base de la cathode ne pose pas de problème particulier. Au niveau du contact avec le plasma, on applique simplement en chaque nœud le flux d'énergie calculé à partir de l'expression (IV.4) en négligeant sa dépendance directe envers la température de la paroi (la valeur de  $T$  est prise à l'itération précédente). Enfin, on calcule la divergence des flux obtenus, et on résout le système d'équation au sein d'une itération de Newton-Raphson, jusqu'à convergence de la température aux frontières radiatives.

Au démarrage de la simulation, le domaine thermique de la cathode est initialisé à partir de l'état stationnaire de la simulation thermique en introduisant une puissance de chauffage (par le heater) mais sans couplage avec le plasma : le flux d'énergie à la paroi en contact avec le plasma est annulé, et une puissance de chauffage totale valant  $45 W$  est injectée dans le heater. Une fois l'état stationnaire atteint, le terme source de chauffage du heater est annulé et la simulation plasma débute comme indiqué précédemment.

### III. Validation du modèle couplé et analyse physique

Tout comme pour les simulations précédentes réalisées à profil de température de l'émetteur fixé, nous allons commencer par valider l'ensemble du modèle (aspects plasma et thermique réunis) à partir des mesures expérimentales (plasma et température de l'émetteur) pour le point de fonctionnement TH 15, c'est à dire. pour un courant de décharge valant  $I_e = 13 A$  et un débit de xénon à l'amont de la cathode s'élevant à  $3.6 sccm$

(approximativement  $0.36 \text{ mg.s}^{-1}$ ). On procédera ensuite à une analyse physique du comportement de la cathode à la lumière des nouveaux éléments apportés par le couplage thermique-plasma.

Les paramètres de conception thermique de la cathode ont été définis au paragraphe II.A, et ceux liés au modèle plasma correspondent à ceux utilisés précédemment, c'est-à-dire un coefficient d'amplification sur l'émission (lié à la porosité de l'émetteur) valant  $K_{EM} = 2$  (cf. chapitre III) tandis que le seuil de densité de fluctuations acoustiques ioniques a été pris à  $\alpha_{nT_e} = 3 \times 10^{-3}$ , en accord avec nos résultats de simulation plasma à température de l'émetteur fixée (cf. chapitre III).

#### A. Comparaison aux résultats expérimentaux pour la cathode NASA NSTAR

La figure ci-dessus présente simultanément la densité plasma et la température de la paroi simulés de manière auto-cohérente pour la cathode NSTAR au point de fonctionnement TH 15 :

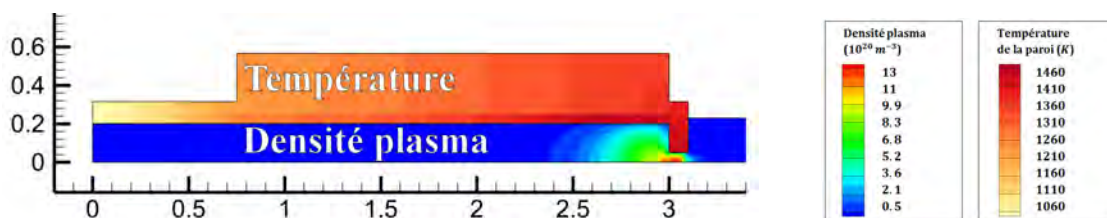


Figure IV-2 : Densité plasma dans la cathode NSTAR et température de sa paroi simulés de manière auto-cohérente. Le point de fonctionnement est TH 15. L'amont de la cathode (injection du gaz) est situé sur le côté gauche tandis que l'aval (plume, extraction du côté droit) est situé sur la droite. Les dimensions figurent en cm.

Pour bien comprendre la figure ci-dessus, on rappelle que l'émetteur électronique est situé sur la frontière radiale du domaine plasma, c'est-à-dire à l'ordonnée  $0.2 \text{ cm}$ . Le domaine plasma est identique à celui qui a été présenté à plusieurs reprises auparavant. On remarque que l'allure de la densité plasma simulée est tout à fait similaire à ce que l'on avait pu obtenir précédemment, lorsque la température de la paroi était fixée (cf. chapitre III). Seulement, cette fois, la température de la paroi est calculée de manière auto-cohérente à partir des flux d'énergie aux frontières du domaine thermique, et notamment au contact du plasma. Ainsi, il s'agit d'une première illustration du bon comportement du modèle couplé plasma-thermique.

On rappelle qu'une fois en fonctionnement, la cathode ne nécessite plus de chauffage additionnel (au travers du heater) et entretient son fonctionnement (en particulier l'émission électronique) entièrement grâce au bombardement plasma. Tout comme le profil de température de l'émetteur mesuré expérimentalement et employé dans nos simulations précédentes, la distribution de température simulée est fortement inhomogène. La présence du plasma à proximité de l'orifice conduit essentiellement au bombardement de la plaque à orifice et de la région aval de l'émetteur. A l'opposé, la conduction thermique côté amont, en plus des pertes radiatives sur la frontière radiale de la cathode, font rapidement chuter la température à mesure que l'on s'éloigne de l'aval de la cathode (où a lieu la majorité du chauffage par le plasma). On peut observer sur les contours de température de la figure IV-2 que l'énergie thermique déposée au niveau de l'orifice diffuse vers les régions amont de la

cathode. Ainsi, le bombardement de la plaque orifice et la conduction vers le reste de la cathode jouent un rôle important dans la distribution de la température dans la cathode en général, et en particulier le long de l'élément émissif. On s'intéressera plus en détail à la répartition spatiale des différents flux d'énergie et de particules dans la section C.

Avant de poursuivre notre analyse, il est bon de comparer les résultats de simulation obtenus pour le modèle couplé aux mesures expérimentales correspondantes. Les figures ci-dessous présentent une comparaison entre résultats de simulation et expérience pour la cathode NSTAR au point de fonctionnement TH 15. Les profils de densité plasma et potentiel plasma le long de l'axe de la cathode sont tracés, ainsi que le profil de température électronique de l'élément émissif.

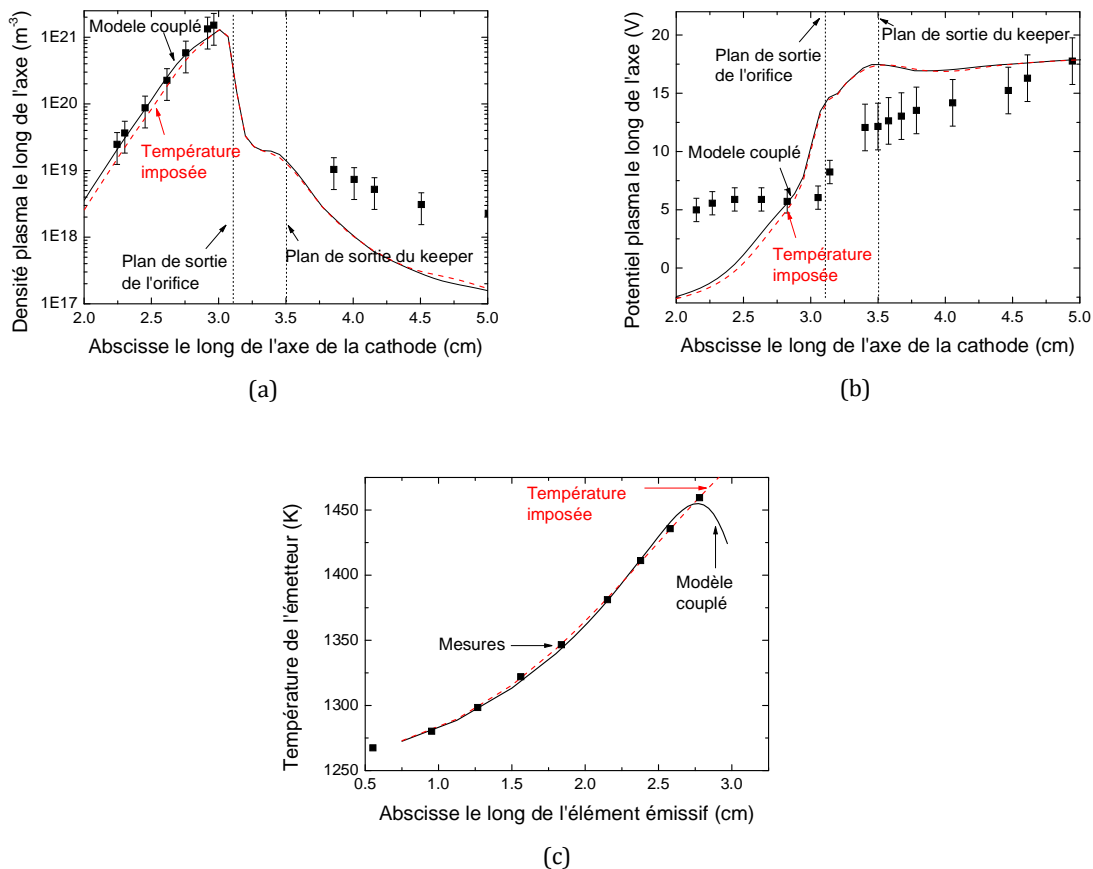


Figure IV-3 : Densité (a), potentiel plasma (b) le long de l'axe de la cathode, et température de l'émetteur électronique simulés (c) et comparaison aux mesures expérimentales. Le point de fonctionnement est TH 15. Les profils de densité et potentiel plasma simulés dans le cas où le profil de température de l'émetteur était imposé sont rappelés

On retrouve sur les figures IV-3 (a) et (b) ci-dessus le très bon accord de la densité plasma simulée avec les mesures expérimentales dans la région interne de la cathode, ainsi que l'accord qualitativement correct dans la région externe. De même, la tendance affichée par le profil de potentiel (b) moyenné temporellement (voir le chapitre III au sujet du traitement des instabilités dans la plume) suit qualitativement celle des mesures dans la plume. A l'intérieur de la cathode, on observe toujours la même différence (déjà remarquée précédemment) entre potentiel plasma simulé et mesuré.

On se tourne maintenant vers le profil de température de l'émetteur simulé (figure IV-3 (c)). L'accord entre résultats de simulation et mesures expérimentales est remarquable. Il faut toutefois souligner que les paramètres thermiques de la cathode ont été obtenus par ajustement (bien qu'ils restent dans des limites physiquement acceptables, voir le paragraphe II.A), et en ce sens, la figure IV-3 (c) montre avant tout une certaine cohérence du modèle, et l'atteinte des objectifs fixés, c'est-à-dire l'obtention d'un modèle auto-cohérent de cathode qui reproduit les mesures expérimentales. En l'absence d'une vraie détermination physique des paramètres de la thermique de la cathode, il serait inexact d'avancer que le modèle reproduit parfaitement la physique de la cathode.

On a également représenté sur la figure IV-3 (c) le profil de température de l'émetteur imposé précédemment (cf. chapitre III) dans nos simulations plasma. A l'aval de l'élément émissif (abscisse proche de 3 cm), la température du profil imposé diffère de celle simulée : ceci provient du fait que notre profil de température imposé était basé sur des mesures réalisées jusqu'à une abscisse de 2.7 cm, et extrapolé sur la base d'un ajustement polynomial jusqu'à la frontière aval de l'émetteur. Au contraire, dans les simulations, on observe que la température de l'élément émissif passe par un maximum peu avant la fin de l'émetteur puis décroît légèrement en direction de l'orifice. Cette décroissance apparaît dans nos simulations en tant que résultat du choix des paramètres thermiques, et en particulier de la conductivité thermique surfacique équivalente entre insert et tube de la cathode (cf. paragraphe II.A). En particulier, un meilleur contact thermique entre l'émetteur électronique et le tube tend à limiter la décroissance de la température à l'aval de l'émetteur (en direction de l'orifice) et conduit également à un profil de température plus « linéaire » spatialement, alors que dans la figure IV-3, sa pente croît dans la direction aval.

Puisque le modèle thermique reproduit de manière très fidèle les mesures expérimentales ainsi que le profil de température imposé précédemment, il est évident que les propriétés du plasma qui en découlent seront très similaires à celles déjà décrites précédemment dans le chapitre III. Par conséquent, nous ne reprendrons pas ici leur analyse et référons le lecteur à ce chapitre pour de plus amples détails physiques. Enfin, par rapport aux simulations qui viennent d'être présentées, et qui incluent donc aspects plasma et thermique, on peut souligner que le couplage nous permet de nous assurer de la cohérence de la disposition du plasma avec la température de l'émetteur et le processus d'émission. Ceci dissipe les doutes éventuels qui pouvaient subsister à la fin du chapitre III au sujet de la validité des propriétés du plasma simulées au regard du profil de température imposé.

## B. Bilans globaux

Puisque le modèle de cathode couple maintenant tous les aspects du fonctionnement de la cathode, il est pleinement justifié de procéder à un bilan global de courant et d'énergie pour mieux se représenter son fonctionnement macroscopique.

Dans le point de fonctionnement considéré (TH 15), un courant électronique s'élevant à 13 A est extrait à l'anode du système. Un courant de 1.5 A est également extrait du keeper. Les simulations montrent qu'en réalité, un courant électronique moyen approximativement égal à 34.2 A est émis depuis l'émetteur thermoionique. Sans être significatives, quelques fluctuations temporelles du courant d'émission de l'ordre du dixième d'ampère sont observées, et sont probablement causées de manière indirecte par les instabilités plasma

qui conduisent à de légères oscillations de la chute de potentiel devant la gaine émissive. De ces 34.2 A émis, 23.9 A sont réabsorbés au niveau des différentes parois métalliques de la cathode (anode exceptée donc). Le restant du courant électronique nécessaire au bilan de courant est produit par ionisation du xénon en volume. Les ions produits en volume retombent ensuite sur les parois pour y être neutralisés avant de débiter un nouveau cycle. Ceci conduit à un bombardement de l'ensemble des surfaces de la cathode occasionné par les ions équivalent à un courant de 2.6 A, et de 1.6 A si l'on considère uniquement l'émetteur électronique. On le voit, le bilan de courant de cette cathode est dominé par l'émission électronique, à tel point que 70 % du courant électronique émis est de nouveau collecté à la paroi. Le fonctionnement de cette cathode creuse émissive diffère ainsi radicalement de ce que l'on pourrait attendre d'une cathode creuse « usuelle » qui fonctionnerait par multiplication électronique en volume.

Ces flux de particules sont associés à des flux d'énergie qu'il est maintenant possible de simuler grâce à la prise en compte de la thermique de la cathode dans le modèle. A l'émission électronique est associée une puissance dépensée pour l'émetteur électronique s'élevant à 79.2 W. Cette puissance est essentiellement liée au travail de sortie qui s'oppose à l'émission électronique. Le bombardement plasma de la cathode dans son ensemble se charge de maintenir la cathode à température de fonctionnement : dans le modèle, les électrons et les ions venant frapper la paroi de l'émetteur électronique y déposent respectivement 95.4 W et 23.5 W. Si l'on considère les surfaces de la cathode dans leur ensemble, les électrons y déposent une puissance totale s'élevant à 118 W. Ces résultats peuvent paraître surprenants dans la mesure où on peut légitimement s'attendre à ce que le chauffage ionique soit bien plus efficace que le chauffage électronique, du fait de l'énergie cinétique acquise dans la gaine par les ions (froids, monocinétiques), en plus de l'énergie libérée dans leur recombinaison à la paroi. Au contraire, un électron individuel ne dépose à la paroi qu'une énergie moyenne équivalente à  $2 k_B T_e$  (l'énergie thermique du fluide électronique). Cependant, dans le cas simulé ici, la chute de potentiel dans la gaine émissive est faible, de l'ordre de quelques volts, soit quelques fois  $k_B T_e / e$  (voir les résultats de simulation dans le chapitre III, et également dans la section suivante), ce qui, comme on l'a vu au sujet du bilan de courant, favorise la perte d'électrons à la paroi par rapport aux ions. En définitive, le fait que le courant d'électrons collecté aux parois soit approximativement 10 fois plus grand que le courant ionique, additionné à la faible hauteur de gaine, qui accélère peu les ions en direction de la paroi, conduit à un chauffage essentiellement par bombardement électronique de l'élément émissif. Macroscopiquement, le bilan de puissance pour l'élément émissif est largement positif : en sommant le gain obtenu par bombardement direct de l'insert émissif avec les pertes occasionnées par l'émission, on obtient  $-79.2 + 95.4 + 23.5 = 39.7$  W. Ce surplus d'énergie thermique est alors dissipé par radiation et conduction vers la base de la cathode. En réalité, la collection d'énergie pour la cathode est même encore plus importante puisque l'estimation qui vient d'être faite ne traite que de l'émetteur électronique. Les autres surfaces collectent également des particules, et en particulier on peut observer sur la distribution de température simulée de la paroi, figure IV-2, que la région de l'orifice est également chauffée de manière significative. Ce surplus d'énergie thermique apporté à la paroi nous montre que les processus plasma ne sont pas le facteur limitant pour le fonctionnement auto-thermique de la cathode, mais que celui-ci est plutôt conditionné par l'isolation thermique de la cathode.

Le fait que la cathode soit essentiellement bombardée par les électrons, bien que surprenant en première approche, est en fait bénéfique pour la durée de vie de la cathode. En effet, on peut s'attendre à ce qu'un bombardement ionique intense de l'émetteur associé à un fort potentiel de gaine conduise à l'érosion prématurée de l'émetteur (*sputtering* dans la littérature). En étant principalement bombardée (et chauffée) par les électrons et en limitant l'ionisation en volume, cette cathode creuse émissive contourne de manière élégante un facteur qui aurait pu en limiter la durée de vie. Loin d'être un inconvénient ou un « défaut » de conception, la perte d'électrons à la paroi est en fait un atout.

Puisque le chauffage des parois est essentiellement électronique, et que ces électrons sont eux-mêmes en majorité émis à la paroi (l'ionisation en volume étant minoritaire), il est intéressant de nous arrêter un instant sur le bilan d'énergie des électrons de la cathode : un électron émis à la paroi en franchissant la gaine apporte en moyenne au fluide d'électrons du plasma l'énergie interne  $2k_B T + e\phi_0$  où  $\phi_0$  est le potentiel de gaine et  $T$  la température de l'émetteur électronique. Dans le plasma, cet électron est thermalisé avec le reste de la population électronique à température  $T_e$  grâce aux collisions. Puis, en supposant que ce même électron ne soit pas extrait de la cathode mais soit de nouveau collecté sur la paroi de la cathode, il emporte du plasma en moyenne l'énergie  $2k_B T_e + e\phi_0$ . Sur un cycle émission/collection, la dépense d'énergie occasionnée par électron au plasma vaut donc  $2k_B(T_e - T)$ . Puisque  $T_e \approx 2\text{ eV} \gg T \approx 1500\text{ K}$ , il s'agit bien évidemment d'une perte d'énergie pour le plasma, qu'on peut estimer entre  $90\text{ W}$  et  $130\text{ W}$  selon que l'on considère uniquement les électrons émis puis collectés à la paroi (environ  $24\text{ A}$ ) ou l'ensemble des électrons ( $34\text{ A}$ ), y compris ceux collectés à l'anode du système. Cette dépense d'énergie se retrouve bien entendu dans la collection électronique à la paroi et permet le chauffage électronique de l'élément émissif.

Or, maintenir la température électronique du plasma implique pour cette cathode de s'appuyer sur le chauffage résistif en volume. On peut confirmer que ceci est possible par un rapide bilan global en volume : Le potentiel moyen simulé dans le plan de l'orifice de cette cathode vaut approximativement  $13\text{ V}$  (cf. figure IV-3 (b)) et est de l'ordre de  $3\text{ V}$  à l'entrée de la gaine plasma face à l'émetteur électronique. En tenant compte du courant collecté au niveau du keeper, le courant électronique au niveau de l'orifice doit approcher de  $13 + 1.5 = 14.5\text{ A}$ . Ceci correspond à une puissance électrique de l'ordre de  $(13 - 3) \times 14.5 = 145\text{ W}$ . En supposant que l'ensemble de cette puissance soit déposée dans le chauffage électronique (ce qui néglige les pertes éventuelles, notamment dans les collisions inélastiques), on observe que l'on obtient bien une puissance suffisante pour maintenir le chauffage des électrons du plasma ( $145\text{ W} > 130\text{ W}$ ). Globalement, on peut finalement proposer le mécanisme suivant pour le maintien du chauffage de la cathode : le potentiel d'extraction appliqué permet par effet résistif de chauffer les électrons du plasma. Les électrons émis à la paroi sont alors thermalisés avec les électrons du plasma, et la fraction retombant à la paroi permet de transporter le chauffage résistif en volume jusqu'à la paroi de la cathode.

### C. Bombardement des parois

Pour conclure l'analyse de la décharge, on peut s'intéresser à la répartition spatiale des flux de particules venant frapper les parois, ainsi que les flux d'énergie occasionnés.

## 1) Élément émissif

La figure IV-4 ci-dessous présente les flux de particules (a) et d'énergie associés (b) qui résultent du bombardement plasma de l'insert émissif. On a également tracé le profil de potentiel de gaine ainsi que le profil de température simulé de l'élément émissif.

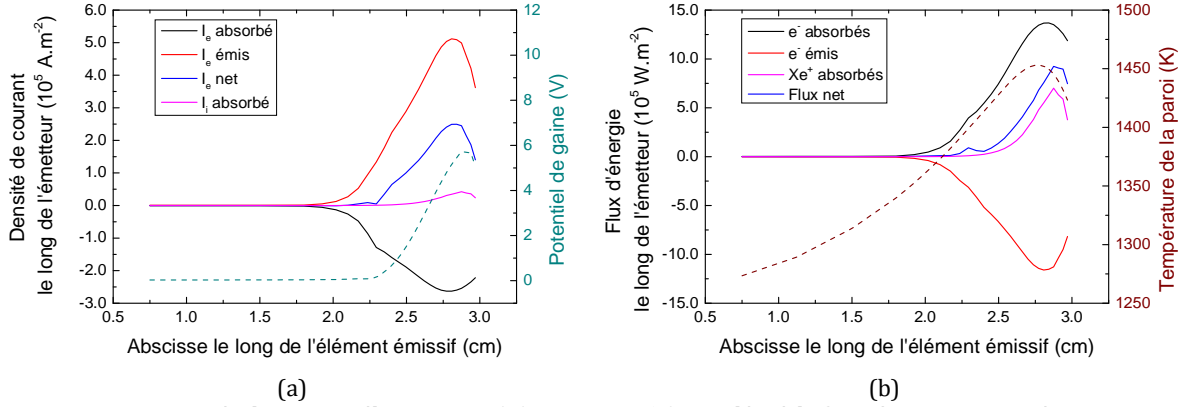


Figure IV-4 : Densités de courant électronique ( $I_e$ ) et ionique ( $I_i$ ) simulées à la frontière entre paroi émissive et plasma dans le modèle couplé plasma-thermique (a). Le potentiel de gaine est également tracé. Flux d'énergie provoqués en surface de l'émetteur par le bombardement plasma et l'émission électronique. (b) La température simulée de la paroi a été représentée.

Sur la figure IV-4 (a), les densités de courant ( $\vec{j}_i = en\vec{u}_i$  et  $\vec{j}_e = -en\vec{u}_e$ ) ont été orientées suivant la normale sortante du domaine plasma. En conséquence, les valeurs négatives de densité de courant correspondent à des électrons absorbés à la paroi, tandis que les valeurs positives correspondent à des ions absorbés, ou des électrons émis. Concernant la figure IV-4 (b), les flux d'énergie sont également orientés suivant la normale sortante du domaine plasma : un gain d'énergie pour la paroi (absorption d'ion ou d'électrons) correspond alors à un flux positif, tandis que les pertes d'énergies (émission électronique) sont représentées par un flux négatif. Comme précédemment (cf. chapitre III), la densité de courant émis est rapportée à la surface géométrique (supposée plane) de l'élément émissif. Pour obtenir la densité de courant émis depuis un élément microscopique de la surface poreuse, il convient de diviser la densité de courant émis sur la figure IV-4 par  $K_{EM}$  (c.-à-d. 2 dans ces simulations).

Les profils de densité de courant obtenus (figure IV-4 (a)) sont similaires dans leur allure à ceux simulés dans le chapitre III, lorsque le profil de température de l'émetteur était spécifié. Cela était bien évidemment attendu puisque le modèle thermique a été construit pour reproduire le profil de température mesuré et imposé précédemment (cf. figure IV-3). On remarque de nouveau (cf. chapitre III) que seule une région restreinte de la cathode contribue réellement à l'émission : à partir de la densité de courant émis, on peut estimer que 90 % du courant est émis depuis un segment long de 6.5 mm situé à l'aval de l'émetteur électronique. On peut constater que la densité de courant émis chute légèrement à proximité immédiate du plan de l'orifice (à l'abscisse 3 cm sur la figure) sous l'effet combiné de la chute de la température de la paroi dans cette région (figure IV-4 (b)) et des conditions plasma moins favorables à l'émission électronique : le potentiel de gaine chute à l'aval de l'émetteur électronique (figure IV-4 (a)) et la densité plasma est légèrement moins importante en lisière de gaine à l'aval de l'émetteur ( $9 \times 10^{19} \text{ m}^{-3}$ ) qu'au pic de densité de courant ( $2.4 \times 10^{20} \text{ m}^{-3}$ ). La chute de la densité plasma en lisière de gaine conduit

également à une diminution des densités de courant ionique et électronique collecté par rapport à la région quelques mm à l'amont.

Sans surprise, les échanges d'énergie entre plasma et émetteur électronique (figure IV-4 (b)) sont les plus intenses dans la région aval de l'émetteur, là où les densités de courant émis et collecté sont maximales. On peut constater que le flux d'énergie net correspond partout à un apport d'énergie du plasma vers l'élément émissif ; l'émetteur ne présente pas de région qui serait localement « déficitaire » énergétiquement. La conduction thermique entre la plaque à orifice et l'émetteur électronique reste cependant importante pour maintenir la forme piquée du profil de température de l'émetteur (cf. paragraphe A). Enfin, en tout point de l'émetteur, le flux d'énergie apporté par les ions reste inférieur à celui apporté par les électrons, en partie du fait du faible potentiel de gaine. La tendance globale constatée au paragraphe B d'un chauffage essentiellement électronique de l'émetteur se confirme donc localement. D'après ces simulations, on ne s'attend donc pas à observer d'érosion trop prononcée d'une région en particulier de l'émetteur, ce qui est de bon augure concernant la durée de vie de la cathode.

## 2) Plaque à orifice

Un bilan de courant et de flux d'énergie similaire à celui qui vient d'être réalisé pour l'élément émissif est également possible pour la face interne de la plaque à orifice. Evidemment, le courant d'émission électronique depuis cette surface est nul. Les mêmes conventions d'orientation des flux qu'au paragraphe 1) ont été employées. Les profils sont tracés en fonction de la coordonnée radiale face à la plaque à orifice (voir par exemple la figure IV-2).

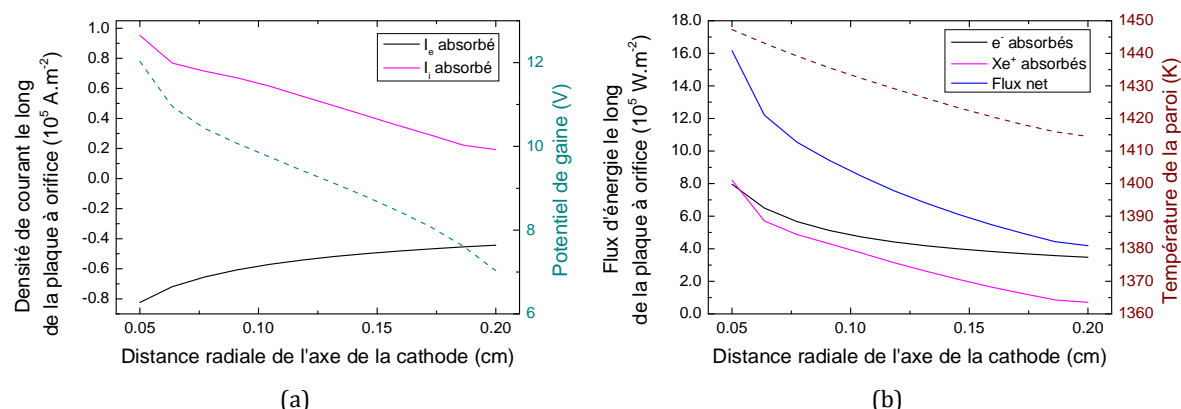


Figure IV-5 : Densités de courant électronique ( $I_e$ ) et ionique ( $I_i$ ) simulées le long de la frontière radiale interne de la plaque à orifice dans le modèle couplé plasma-thermique (a). Le potentiel de gaine est également tracé. Flux d'énergie causés en surface par le bombardement plasma (b). La température simulée a été représentée. Le rayon de l'orifice est 0.05 cm, tandis que le rayon externe de la cathode vaut 0.2 cm

On peut voir sur la figure IV-5 (a) ci-dessus que le bombardement plasma se fait plus intense à proximité immédiate de l'orifice, en raison de l'accroissement de la densité plasma à mesure que l'on s'approche de l'axe de la cathode (cf. figure IV-2). L'augmentation du potentiel de gaine en direction de l'axe limite quelque peu le courant d'électrons collecté à proximité de l'orifice, et en définitive, énergétiquement, le bombardement ionique de cette région devient aussi important que le bombardement électronique (figure IV-5 (b)). Localement, le cumul du bombardement ionique et électronique conduit à un flux d'énergie



déposé sur la plaque à orifice qui excède le flux d'énergie net maximal déposé sur l'émetteur électronique. On peut aussi remarquer que le bombardement ionique à proximité de l'orifice est plus intense que partout ailleurs le long de l'insert émissif.

#### IV. Conclusion et possibilités ouvertes par le modèle thermique

Au cours de ce chapitre, nous avons montré comment il était possible de bâtir un modèle thermique simple représentatif du fonctionnement de la cathode NSTAR. Cette approche est évidemment extensible à tout autre modèle de cathode.

Grâce à la modélisation couplée plasma-thermique, on a pu confirmer les résultats de la simulation plasma obtenus dans le chapitre III, à savoir la localisation étroite du plasma à proximité immédiate de l'orifice et la taille réduite de la portion de l'émetteur qui participe réellement à l'émission électronique. Le modèle couplé nous permet également d'acquiescer une plus grande confiance en les flux d'énergie simulés dans la cathode. En particulier, on a pu observer que le chauffage de la cathode NSTAR au point de fonctionnement TH 15 se fait essentiellement au travers du bombardement électronique. Bien que ce résultat puisse paraître inattendu, et même contre-productif puisqu'il implique la perte d'une partie du courant électronique émis à la paroi, il dénote en fait un bon comportement, favorable à la durée de vie de l'élément émissif : en limitant le bombardement ionique, l'érosion de l'émetteur sera minimisée.

La validation du modèle couplé s'est appuyée sur la reproduction conjointe des mesures de densité plasma et de température de l'élément émissif dans la région interne de la cathode. Dans la plume, un accord qualitatif entre densités plasma simulée et mesurée a également été obtenu. Il est vrai que le profil de potentiel plasma simulé s'éloigne plus fortement du profil mesuré sur l'axe de la cathode, à la fois dans la plume, sous l'effet notamment de la non-prise en compte du champ magnétique appliqué expérimentalement, et dans la région interne de la cathode, probablement en raison de la physique complexe de l'émission depuis la surface poreuse de l'émetteur électronique.

Jusqu'ici, nous nous sommes concentrés sur un point de fonctionnement particulier de la cathode, pour lequel nous disposons (au travers de la littérature) du maximum d'informations. Néanmoins, l'intérêt principal du modèle couplé plasma-thermique provient de sa capacité à simuler le comportement de la cathode en d'autres points de fonctionnement, et ce sans nécessiter l'appui de mesures expérimentales, notamment pour la température de l'élément émissif.

Au cours du prochain chapitre, nous proposerons d'étudier macroscopiquement la cathode NASA NSTAR mettant en évidence l'effet de quelques-uns de ses paramètres de fonctionnement. Puis, nous réaliserons une brève étude de l'influence des paramètres géométriques de conception de la cathode sur son fonctionnement, tout en maintenant ses paramètres thermiques à l'identique.



## Chapitre V. Etude de la cathode NSTAR : point de fonctionnement et conception

---

### Table des matières :

I.	Pourquoi réaliser une étude de conception ?.....	138
II.	Variation du point de fonctionnement.....	139
A.	Courant électronique extrait.....	139
B.	Débit de gaz.....	147
C.	Courant extrait du keeper.....	151
III.	Paramètres de conception.....	153
A.	Rayon du corps cathode .....	154
B.	Rayon de l'orifice.....	159
IV.	Bilan sur les tendances constatées pour la cathode NSTAR.....	166
V.	La cathode NSTAR fonctionne-t-elle avec un émetteur de type LaB <sub>6</sub> ? .....	168
A.	Modifications du modèle.....	169
B.	Comportement d'une cathode à émetteur LaB <sub>6</sub> en fonction du courant extrait ....	170
C.	Intérêt de l'émetteur LaB <sub>6</sub> vis-à-vis de l'émetteur BaO.....	173
VI.	Conclusion.....	174

## I. Pourquoi réaliser une étude de conception ?

Dans les chapitres précédents, nous avons mis en place un modèle complet auto-cohérent de la cathode NASA NSTAR, incluant à la fois la simulation du plasma et son couplage avec le chauffage des parois, en particulier de l'élément émissif, au travers du bombardement plasma. Le modèle a ensuite été validé et comparé point par point aux résultats expérimentaux (écoulement neutre, plasma, comportement thermique) pour un point de fonctionnement donné bien documenté dans la littérature (NASA NSTAR TH 15, [12,14,17,29,33]). Tout l'intérêt du modèle réside maintenant dans le caractère auto-cohérent du modèle qui permet d'envisager réaliser une étude de divers points de fonctionnement de la cathode et de l'influence de ses paramètres de conception sans nécessiter d'appui expérimental préalable.

Un tel modèle couplant aspects plasma et thermique a déjà été proposé précédemment dans la littérature [29], bien que la description qui en est faite soit très incomplète. Cependant il n'a semble-t-il pas été utilisé pour réaliser une étude paramétrique numérique dont les résultats soient diffusés dans la littérature.

D'un point de vue expérimental, les informations disponibles au sujet du comportement fin de cette cathode en divers points de fonctionnement sont limitées [17]. L'étude expérimentale systématique la plus complète de l'influence notamment du débit et du courant de décharge sur le fonctionnement de plusieurs modèles de cathodes a été réalisée dans [15]. Bien que ce ne soit pas clairement explicité, une des cathodes étudiées exhibe des caractéristiques de conception similaires à celles de la cathode NSTAR.

Dans ce chapitre, nous nous proposons tout d'abord de réaliser une étude de l'influence du point de fonctionnement choisi sur la cathode NSTAR. Les tendances obtenues seront discutées à la lumière des résultats expérimentaux de [15]. Nous nous intéresserons ensuite à l'impact de certains paramètres géométriques de conception comme le rayon de la cathode dans l'objectif de guider le développement de cathodes de plus haute puissance. Enfin, nous montrerons que le choix de l'élément émissif conditionne le régime de fonctionnement de la cathode, ainsi que l'enveloppe des points de fonctionnement exploitables en pratique. Pour ce faire, des simulations de la cathode NSTAR où un élément émissif en hexaborure de lanthane ( $\text{LaB}_6$ ) serait substitué à l'émetteur usuel en  $\text{BaO-W (411)}$  seront réalisées. Une analyse physique du fonctionnement de cette cathode hypothétique sera proposée, et ses mérites éventuels discutés.

Pour réaliser l'étude paramétrique proposée, un modèle numérique certes riche, mais en définitive assez lourd a été mis en œuvre. Ne serait-il pas envisageable de réduire la simulation de la décharge à quelques paramètres macroscopiques aisément calculables ? De telles approches, construites comme des agrégats de plusieurs modèles 0 D destinés à représenter les spécificités de chacune des régions de la cathode (région d'émission, orifice, modèle thermique ...) ont été proposées précédemment dans la littérature [3,30]. Toutefois, ces approches simplifiées souffrent d'un certain nombre d'approximations et de l'obligation de réaliser des choix arbitraires pour caractériser les grandeurs non résolues dans le modèle. En particulier la longueur effective d'émission qui caractérise la portion « utile » de l'élément émissif dans le modèle présenté dans [30] a été supposée inversement proportionnelle à la pression interne de gaz dans la cathode. La richesse des résultats de

simulation obtenus à partir du modèle complet développé ici nous permettra de statuer sur la validité de ce type d'hypothèse ad-hoc, et en définitive de l'opportunité de développer un modèle phénoménologique simplifié de cathode.

## II. Variation du point de fonctionnement

L'objectif des simulations présentées dans cette partie est d'analyser le comportement de la cathode NASA NSTAR à émetteur BaO-W (411) en fonction de son point de fonctionnement (débit de gaz, courant électronique). Les tendances dégagées nous permettront de mettre en évidence au travers des simulations une plage optimale de fonctionnement de la cathode.

### A. Courant électronique extrait

Nous commençons par étudier dans cette section l'influence du courant extrait (noté  $I_e$ ) sur le comportement de la cathode. Le débit de gaz (noté  $Q$ ) est fixé à 3.6 SCCM et le courant extrait du keeper (noté  $I_K$ ) à 1.5 A. La capacité d'une cathode de fonctionner « correctement » (selon des critères qui seront à définir dans la suite) sur une large gamme de valeurs de  $I_e$  est évidemment un point crucial pour une utilisation en conditions réelles (c.-à-d. au sein d'un propulseur à plasma), puisque la cathode participe à déterminer le point de fonctionnement du propulseur tout entier en contrôlant le courant de décharge. D'après la table de points de fonctionnement issue de [33], la cathode NASA NSTAR est susceptible de fonctionner de manière satisfaisante pour une utilisation dans un propulseur à grille sur la plage de courant  $I_e \in [8\text{ A}, 13\text{ A}]$ . Par ailleurs, un test prolongé de la cathode a été effectué en mode diode [17] où elle a démontré son bon fonctionnement sur une durée supérieure à 8000 h (bien que le keeper montrait des signes d'érosion sous l'effet du bombardement plasma).

On va maintenant analyser le comportement du modèle numérique dans la gamme [5 A, 22 A]. Comme on a pu le voir au cours des chapitres précédents, le modèle développé reproduit de manière satisfaisante la physique de la cathode pour  $I_e = 13\text{ A}$ , c'est-à-dire pour un point de fonctionnement unique. Les autres points de fonctionnement simulés au cours de l'étude paramétrique seront donc avant tout issus d'une « extrapolation » à partir d'un point initial où le modèle a été validé. Néanmoins, il est intéressant d'analyser ce que peut nous apprendre le modèle des autres points de fonctionnement sur le plan des tendances attendues, et le cas échéant, de les comparer avec des informations similaires disponibles dans la littérature [15].

Les figures ci-dessous illustrent quelques grandeurs caractéristiques électriques (potentiel de décharge, bilan de courant) en fonction du courant de décharge souhaité. Les températures minimale et maximale de l'émetteur sont également représentées, ainsi qu'un bilan de puissance résultant du bombardement plasma de l'élément émissif.

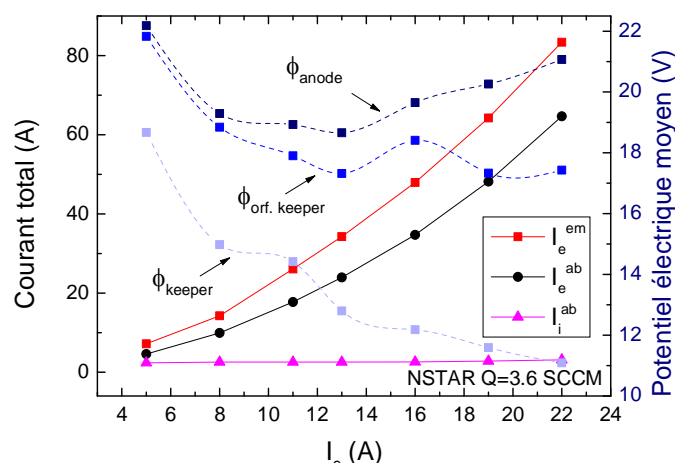


Figure V-1 : Evolution en fonction du courant de décharge  $I_e$  des valeurs moyennes du potentiel électrique à l'anode ( $\phi_{anode}$ ), du potentiel plasma sur l'axe de la cathode dans le plan de sortie du keeper ( $\phi_{orf.keeper}$ ) et du potentiel électrique du keeper ( $\phi_{keeper}$ ). Les courants perdus aux parois (ionique et électronique  $I_i^{ab}$  et  $I_e^{ab}$ ) et émis ( $I_e^{em}$ ) sont également représentés. Le débit de gaz est fixé à 3.6 SCCM et le courant extrait du keeper à 1.5 A.

A la lecture de la figure V-1, on pourra être surpris de constater que le potentiel de décharge simulé à l'anode passe par un minimum pour un courant de décharge de l'ordre de  $I_e \approx 13$  A. Ce comportement est également observé expérimentalement pour une cathode similaire à celle étudiée [15] à débit de gaz suffisamment important (supérieur à 3 SCCM). Le potentiel électrique du keeper continue par contre de décroître à mesure que  $I_e$  augmente. Ce dernier point est également observé expérimentalement [15]. On pourra remarquer que le courant électronique émis ( $I_e^{em}$ ), de même que le courant électronique collecté aux parois ( $I_e^{ab}$ ), croît avec le courant de décharge. Bien évidemment, c'est là le comportement auquel on peut s'attendre physiquement pour cette cathode : comme on l'a vu au cours des deux chapitres précédents, la majorité du courant extrait (à  $I_e = 13$  A) provient de l'émission électronique. Ainsi, lorsque l'on accroît le courant de décharge, la cathode doit satisfaire le bilan de courant, et donc accroître le courant d'émission. Bien sûr, une solution alternative pourrait passer par un terme source d'ionisation plus important en volume, mais comme on peut le voir sur la figure V-1, cette solution n'est pas privilégiée par la cathode : le courant ionique collecté aux parois reste faible (2.37 A à  $I_e = 5$  A et 3.14 A à  $I_e = 22$  A), signe que l'ionisation en volume est peu importante sur l'ensemble de la plage de fonctionnement. On aura l'occasion dans la suite de cette section de nous pencher de nouveau sur l'influence relative de l'émission et de l'ionisation en volume au travers de grandeurs synthétiques.

Afin d'accroître le courant émis, il est nécessaire pour la cathode de chauffer son émetteur électronique (voir la loi de Richardson-Dushman qui décrit l'émission électronique, cf. chapitre II). Ainsi, ce n'est pas une surprise de constater qu'aussi bien la température minimale ( $T_{min}$ ) que maximale ( $T_{max}$ ) de l'émetteur électronique croissent avec une augmentation du courant électronique, comme on peut le voir sur la figure V-2 ci-dessous :

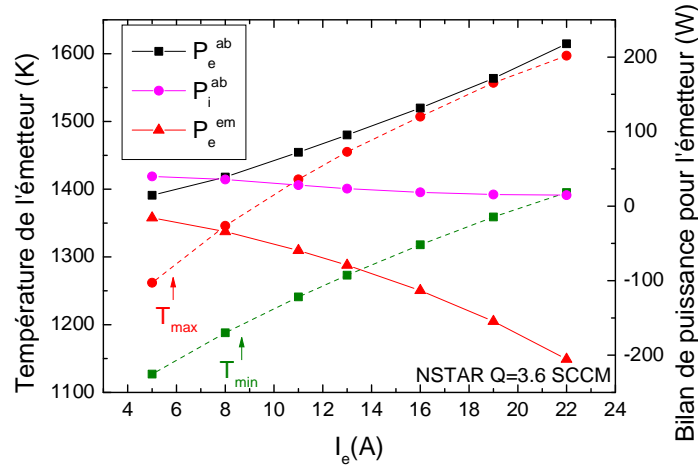


Figure V-2 : Evolution en fonction de  $I_e$  des températures minimale et maximale de l'insert émissif et puissance directement apportée à l'insert émissif par impact électronique ( $P_e^{ab}$ ) et ionique ( $P_i^{ab}$ ) et dissipée dans l'émission électronique ( $P_e^{em}$ ). La cathode simulée ici est la cathode NSTAR telle que décrite précédemment. Le débit de gaz est fixé à 3.6 SCCM et le courant extrait du keeper à 1.5 A.

L'amplitude de variation spatiale de la température croît légèrement avec  $I_e$ , ce qui est également observé expérimentalement [15]. Du fait de l'accroissement du courant électronique émis lorsque  $I_e$  augmente (figure V-1), la puissance dépensée par l'émetteur ( $P_e^{em}$ ) dans l'émission électronique est également accrue. Cependant, cela est compensé par un bombardement électronique ( $P_e^{ab}$ , figure V-2) qui s'intensifie dans le même temps, tandis que, de manière surprenante, l'énergie apportée à l'insert émissif ( $P_i^{ab}$ ) par les ions diminue. Ainsi, la solution physique proposée par cette cathode pour fournir un courant électronique plus important passe par une élévation de la température de l'émetteur.

On donnera d'autres éléments de compréhension en rapport avec les bilans de puissance de la cathode dans la suite de cette section.

Lorsque le courant de décharge est faible, les parois sont insuffisamment chauffées par le bombardement plasma, et leur température ne permet pas de maintenir un fort courant d'émission thermoionique. Ainsi une part plus importante du courant électronique extrait doit être produite par ionisation du xénon en volume. La densité plasma dans la cathode moins importante qu'à plus fort courant rend également plus difficile le transport du courant électronique, ce qui explique l'accroissement du champ électrique dans la cathode, et donc du potentiel électrique à l'anode pour les faibles valeurs de  $I_e$ . On peut remarquer que la résistivité de la plume est peu importante à faible courant de décharge puisque le potentiel plasma dans l'orifice du keeper est très similaire au potentiel électrique à l'anode.

Les différentes tendances observées sur les figures V-1 et V-2 (accroissement du courant émis et du bombardement électronique de l'élément émissif avec l'augmentation du courant de décharge) laissent penser que l'ionisation en volume joue un faible rôle dans la cathode dans les cas de fonctionnement à fort courant. Ceci est corroboré par l'évolution du potentiel plasma moyen dans le plan de sortie du keeper sur l'axe de la cathode,  $\phi_{orf.keeper}$  (figure V-1). En effet, le potentiel plasma en ce point (placé sur l'axe à une abscisse valant 3.5 cm sur toutes les figures des chapitres précédents) illustre indirectement la chute de potentiel dans le cœur du plasma, entre zone d'extraction et parois de la cathode. Ainsi, lorsque  $\phi_{orf.keeper}$  décroît, on comprend que l'énergie potentielle électronique disponible

dans le volume de la cathode pour réaliser l'ionisation du xénon par impact électronique doit décroître. Enfin, de manière indirecte, la variation de  $\phi_{orf.keeper}$ , comparée à celle de  $\phi_{anode}$  nous montre que l'accroissement du potentiel de décharge moyen à fort  $I_e$  est essentiellement causé par la résistivité de la plume, et, on le verra, en particulier par l'instabilité acoustique ionique (cf. chapitre III).

Afin d'analyser plus directement l'importance de l'émission électronique aux parois par rapport à la création en volume, ainsi que les bilans de puissance, on peut tracer l'évolution de deux figures de mérite en fonction de  $I_e$  : tout d'abord  $(I_e^{em})/(I_e^{em} + I_i^{ab})$  qui décrit la part de l'émission électronique dans le courant total produit dans la cathode, courant équivalent d'ionisation en volume y compris. En effet, puisque les ions sont produits en volume dans la cathode, les pertes aux parois  $I_i^{ab}$  nous donnent indirectement le terme source en volume lié aux atomes de xénon qui participent à un cycle ionisation/recombinaison à la paroi. Ensuite, on peut également représenter  $(P_e^{ab}/P_{i+e}^{ab})_{em}$  qui décrit la fraction de puissance déposée sur l'insert émissif par les électrons relativement à la puissance qui y est déposée par le bombardement conjoint des ions et des électrons. On peut mentionner que ce bilan ne tient pas compte des effets de la conduction, mais comme on le verra, il est déjà suffisamment représentatif des effets que l'on cherche à mettre en évidence. Enfin, ce bilan de puissance pourra être comparé au potentiel de gaine maximal face à l'émetteur. En effet, ce dernier participe à l'énergie cinétique des ions qui atteignent la paroi de l'émetteur (en plus de leur énergie cinétique initiale liée à la vitesse de Bohm, peu variable d'un point à l'autre de la cathode) et qui provoquent son érosion. Ces différentes grandeurs sont visibles sur la figure V-3 ci-dessous :

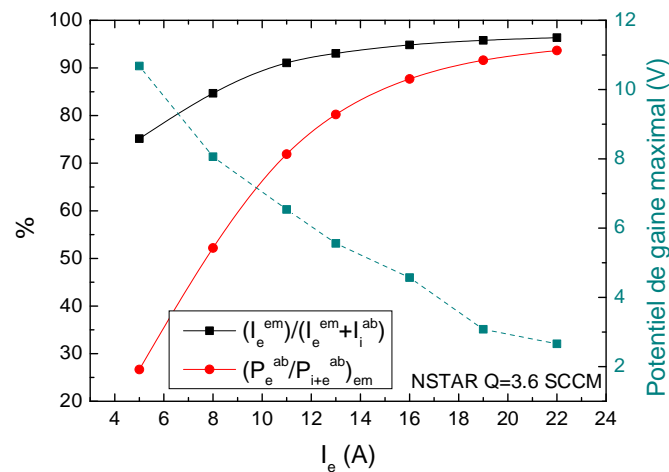


Figure V-3 : Fraction de courant émis aux parois dans le courant électronique total produit, fraction de puissance apportée par le bombardement électronique à l'élément émissif (échelle de gauche) et potentiel de gaine maximal face à l'émetteur (échelle de droite). La cathode simulée est la cathode NASA NSTAR. Le débit de gaz est fixé à 3.6 SCCM et le courant extrait du keeper à 1.5 A.

On peut constater qu'à mesure que le courant de décharge imposé augmente ( $I_e$ ), la fraction de courant de l'émission électronique croît jusqu'à atteindre plus de 95 % du courant total produit. Parallèlement, l'importance du bombardement électronique dans le bilan global de dépôt de puissance sur l'émetteur croît jusqu'à atteindre plus de 80 % à partir de  $I_e = 13$  A. On remarquera que si le bilan de courant est toujours dominé par l'émission électronique quel que soit le point de fonctionnement considéré (déjà à  $I_e = 5$  A, 70 % du courant



électronique équivalent produit provient de l'émission), le chauffage par bombardement ionique reste dominant à plus faible courant. C'est seulement à partir de  $I_e = 8 \text{ A}$  que la tendance s'inverse et que l'émetteur est chauffé de manière prédominante par les électrons. Pourquoi le chauffage ionique de l'émetteur devient-il moins efficace lorsque  $I_e$  croît ? Le potentiel de gaine maximal (également tracé sur la figure V-3) fournit un élément de réponse : on constate en effet que le potentiel de gaine décroît lorsque  $I_e$  augmente. Cela conduit à une accélération plus faible des ions vers la paroi, en plus de faciliter la collection d'électrons en réduisant la barrière de potentiel qui s'y oppose. Le chauffage ionique de la paroi dans le bombardement est donc limité tandis que le bombardement électronique est favorisé. On peut signaler ici que la réduction constatée du potentiel de gaine lorsque  $I_e$  croît est un effet issu du couplage mis en évidence par l'association du modèle thermique au modèle plasma de la cathode : en effet, à température donnée de l'émetteur, un accroissement du potentiel de gaine permet, au travers de l'effet Schottky (voir le chapitre chapitre II à son sujet) d'accroître modérément le courant d'émission électronique (en accroissant le champ électrique dans la gaine). Dans le même temps, les valeurs plus importantes de  $I_e$  conduisent à un émetteur électronique plus chaud (cf. fig V-2 (b)), ce qui conduit en retour à un courant d'émission thermoionique plus intense pour une valeur du potentiel de gaine donnée. La contrainte imposée par le courant extrait sur le courant d'émission est alors « relâchée » et le potentiel de gaine peut diminuer.

Au-delà de l'intérêt physique évident en termes de compréhension du fonctionnement de la cathode, les bilans de courant et de puissance qui viennent d'être analysés nous permettent d'estimer la durée de vie relative de la cathode en ses différents points de fonctionnement. En effet, plusieurs phénomènes de dégradation de la cathode sont envisageables, et en particulier de son élément émissif : l'évaporation de l'émetteur à fort courant [15] (plus de  $20 \text{ A.cm}^{-2}$ ) et son érosion par le bombardement plasma. Ici, il est évident l'érosion sera accrue pour des ions de plus grande énergie dirigés vers la paroi. Ainsi, on arrive au résultat surprenant que les points de fonctionnement à faible courant de décharge ( $I_e < 8 \text{ A}$ ) seront probablement moins favorables en termes de durée de vie liée à l'érosion de l'émetteur que les cas où le courant de décharge est plus important ( $I_e \geq 8 \text{ A}$ ) et où les ions atteignant la paroi sont de plus faible énergie.

Néanmoins, il ne faut pas pour autant étendre ce raisonnement aux courants de décharge les plus importants. En effet, on a pu constater sur la figure V-2 que le courant électronique émis et la température de l'émetteur croissent avec  $I_e$ . On a tracé sur la figure V-4 suivante la densité de courant électronique émis maximale à la paroi, ainsi que la longueur « utile » de l'insert émissif : cette dernière est calculée comme la longueur de la région (mesurée depuis l'aval de l'élément émissif) depuis laquelle 90 % du courant émis provient. Cette grandeur a été introduite sur la base des observations réalisées dans le chapitre III qui montraient que seule une petite région de l'élément émissif contribuait au courant électronique extrait de la cathode. Enfin, on a également tracé la pression de gaz simulée au niveau de l'admission de gaz de la cathode (sa frontière amont) sur la figure V-4 ci-dessous.

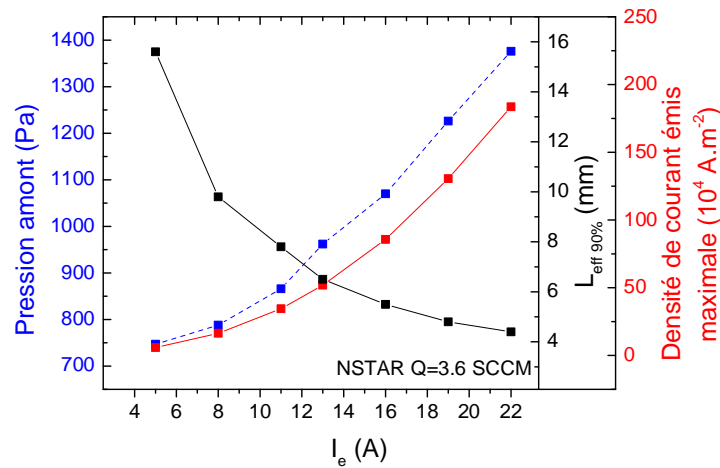


Figure V-4 : Pression de gaz simulée à l'amont de la cathode NSTAR, longueur effective « utile » de l'élément émissif (d'où 90 % du courant électronique est émis,  $L_{eff\ 90\%}$ ) et densité maximale du courant d'émission thermoionique. Le débit de gaz est fixé à 3.6 SCCM et le courant extrait du keeper à 1.5 A.

Comme on peut le voir, la région utile de l'émetteur électronique se réduit à mesure que  $I_e$  augmente. Conjointement, la densité de courant émis maximale doit augmenter pour satisfaire un courant électronique émis plus important (cf. fig. V-2 (a)) et une région utile plus réduite ( $L_{eff\ 90\%}$ ). Il faut garder ici à l'esprit que la porosité supposée de la paroi (cf. chapitre III,  $K_{EM} = 2$ ) doit être prise en compte : en effet la densité de courant émise depuis un élément microscopique de la paroi correspond à celle de la figure V-4 divisée par  $K_{EM}$ . Néanmoins, on constate que la densité de courant émis croît rapidement jusqu'à une valeur supérieure à  $20 A.cm^{-2}$ , synonyme d'une dégradation rapide de l'élément émissif par évaporation [15]. La cathode ne serait donc probablement pas viable sur la durée aux courants de décharge les plus importants simulés ici du fait de l'évaporation de son émetteur.

Ainsi, suite aux remarques qui viennent d'être formulées sur le bombardement ionique aux faibles valeurs de  $I_e$ , et sur l'évaporation de l'élément émissif dans l'autre extrême, il apparaît que la plage de fonctionnement optimale de la cathode au regard de sa durée de vie se trouve certainement aux niveaux intermédiaires de courant, entre 8 A et 16 A. Sans surprise, ce sont là les points de fonctionnements mentionnés dans la littérature pour la cathode de décharge du propulseur NSTAR [33].

On a également tracé sur la figure V-4 la pression amont dans la cathode (en pratique la pression de neutre au niveau de la frontière amont, le plasma n'y étant pas présent) afin d'illustrer l'effet de « bouchon » que réalise le plasma sur l'écoulement. On constate que la pression neutre croît avec le courant de décharge, signe que la densité accrue du plasma (pour porter le courant émis) et le plasma de plus en plus « resserré » (puisque la région d'émission  $L_{eff\ 90\%}$  est de plus en plus réduite) obstruent l'écoulement des neutres. Il a été proposé dans la littérature au sujet de la modélisation 0 D de cathodes que la longueur effective d'émission soit inversement proportionnelle à la pression de gaz [30], selon une loi de la forme  $L_{eff\ 90\%} p = K$  où  $K$  est une constante. Si d'après la figure V-4, la tendance supposée semble être correcte, le modèle nous permet de tester quantitativement cette hypothèse : malheureusement, elle n'est approximativement valide que pour  $I_e > 13 A$ . En deçà, la valeur de constante de proportionnalité  $K$  croît vers les faibles valeurs de  $I_e$  et est faussée

d'un facteur 2 dans la situation à  $I_e = 5 A$  par rapport au point de fonctionnement à  $I_e = 13 A$ .

Enfin, nous nous sommes intéressés jusqu'ici principalement aux grandeurs caractéristiques de la décharge et de l'émission dans la région interne de la cathode. Or, nous avons également inclus dans le modèle une description de la plume, comportant certes son lot d'hypothèses et d'approximations, mais susceptible de décrire en particulier de manière phénoménologique l'instabilité plasma acoustique ionique. Expérimentalement, les instabilités plasma observées dans la plume de la cathode sont connues pour devenir plus intenses aux forts rapports courant/débit de gaz [17,19,22] et il est intéressant de voir si notre modèle est susceptible de reproduire un tel comportement. On rappelle que nos simulations n'incluent pas de champ magnétique externe appliqué, tandis que celui-ci est présent dans plusieurs configuration expérimentales (voir le chapitre III à ce propos). Les simulations réalisées ici sont donc essentiellement illustratives d'une tendance simulée par le modèle.

La figure V-5 ci-dessous illustre quelques grandeurs caractéristiques de l'instabilité plasma simulée (amplitude des oscillations du potentiel plasma, température électronique maximale), en particulier dans le plan de l'orifice du keeper (à l'abscisse  $3.5 cm$ , comme précédemment). Les oscillations du potentiel d'anode sont également tracées.

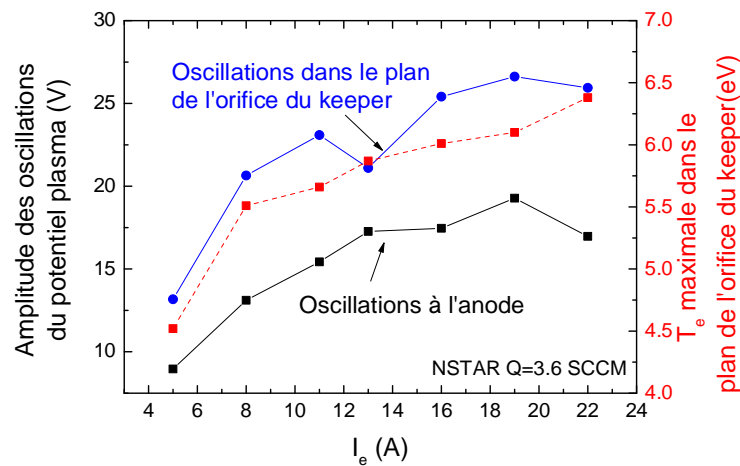


Figure V-5 : Amplitude des oscillations du potentiel plasma dans le plan de l'orifice du keeper et du potentiel à l'anode en fonction de  $I_e$ . La température électronique maximale atteinte au cours des oscillations dans le plan de l'orifice du keeper est également tracée. Le débit de gaz est fixé à  $3.6 SCCM$  et le courant extrait du keeper à  $1.5 A$ .

Il est satisfaisant physiquement de constater que les oscillations du potentiel plasma et du potentiel à l'anode s'accroissent avec le courant de décharge : ceci est le signe qu'il devient de plus en plus difficile pour la cathode (à mesure que  $I_e$  augmente) de faire circuler un courant électronique important (de grande densité surfacique) dans le plasma de faible densité de la plume. Expérimentalement, un accroissement des oscillations du potentiel plasma dans la plume de cette cathode a été observé aux plus fortes valeurs de  $I_e$  [17]. La température électronique dans le plan de sortie du keeper croît également sous l'effet du chauffage par l'instabilité acoustique ionique (cf. chapitre III), ce qui permet à la cathode de limiter l'instabilité plasma en accroissant à la fois la densité plasma (par l'augmentation du taux d'ionisation) et la vitesse acoustique ionique. Le chute de l'amplitude des oscillations

du potentiel plasma dans le plan de l'orifice que l'on peut constater sur la figure V-5 pour  $I_e = 13 \text{ A}$  ne semble pas être uniquement un artefact numérique : des oscillations de moindre amplitude ont été constatées à plusieurs reprises dans des simulations pour ce même point de fonctionnement mais débutées à partir de conditions initiales différentes. Cependant, tenter d'expliquer un phénomène fin comme celui-ci (si tant est qu'il existe réellement) reviendrait à une surexploitation du modèle au regard de ses hypothèses simplificatrices.

Enfin, les oscillations du potentiel plasma dans la plume conduisent bien évidemment à un bombardement important des parois, et en particulier du keeper de la cathode. C'est d'ailleurs la principale raison pratique à l'intérêt qui est porté à l'étude de ces instabilités, dans la mesure où elles sont susceptibles de causer une érosion accélérée de la paroi, et finalement l'arrêt du fonctionnement de la cathode [17,19,26]. On a tracé sur la figure V-6 ci-dessous les valeurs moyennées temporellement et maximale de l'énergie cinétique des ions venant percuter le keeper. L'énergie de recombinaison de l'ion incident n'est pas incluse dans cette estimation.

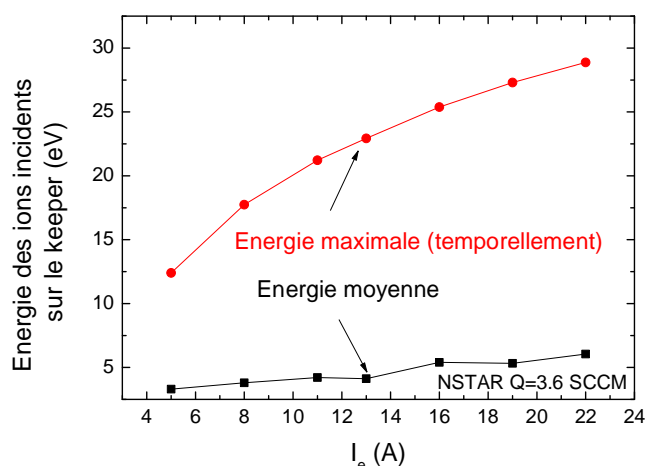


Figure V-6 : Energie moyenne et maximale (temporellement) des ions incidents sur le keeper de la cathode NSTAR en fonction de  $I_e$ . Le débit de gaz est fixé à 3.6 SCCM et le courant extrait du keeper à 1.5 A.

On observe qu'aussi bien l'énergie maximale des ions incidents sur le keeper que leur énergie moyenne croît avec  $I_e$ . Il faut bien insister sur le fait que l'énergie maximale des ions fait référence au maximum des oscillations temporelles. Il est en effet impossible de rendre compte par ce modèle fluide d'effets essentiellement cinétiques qui ont pu être mesurés expérimentalement, comme la présence d'ions très énergétiques observés à l'aide d'un analyseur à potentiel retardé (RPA) [17] (dont l'énergie de dérive radiale, si on en croît les mesures excéderait 40 eV voire même 100 eV). Il est tout de même satisfaisant de constater que le modèle prédit indirectement, avec toutes les réserves déjà mentionnées, une érosion accrue de la paroi du keeper causée par la présence d'ions énergétiques aux plus forts courants de décharge.

Au cours de cette partie, nous avons proposé une analyse relativement exhaustive du comportement de la cathode en fonction de son potentiel de décharge. Après avoir décrit le régime de fonctionnement interne en fonction du courant, et son incidence sur la durée de vie de la cathode, nous nous sommes tournés vers l'impact des instabilités plasma sur le

comportement de la plume. Ces instabilités, présentes expérimentalement, et plus intenses aux forts ratios courant/débit de gaz méritent d'être étudiées en raison de leur impact sur la vitesse d'érosion du keeper. Puisque l'on a pu montrer que le modèle permettait de simuler une intensification des instabilités lorsque  $I_e$  croît (on le rappelle, à débit fixé à 3.6 SCCM), il est maintenant intéressant d'analyser l'autre versant du problème et de faire varier le débit de gaz dans la cathode.

## B. Débit de gaz

Dans cette section, nous maintiendrons le courant de décharge fixé à 13 A tandis que le débit de gaz (noté  $Q$ ) variera sur la plage [2 SCCM, 7 SCCM]. Puisque les grandeurs analysées seront les mêmes que celles discutées dans la section précédente, leur motivation et leur signification ne sera plus exposée ici et on réfèrera le lecteur à la section A pour plus de détails.

La figure V-7 ci-dessous illustre l'influence du débit de gaz injecté dans la cathode sur ses paramètres électriques.

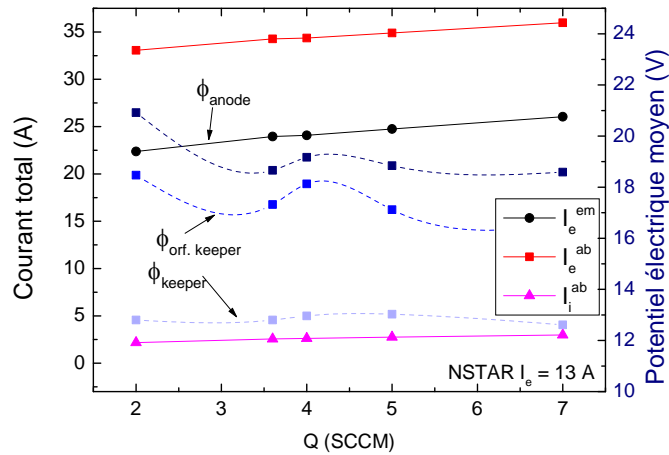


Figure V-7 : Evolution en fonction du débit de gaz  $Q$  des valeurs moyennes du potentiel électrique à l'anode ( $\phi_{anode}$ ), du potentiel plasma sur l'axe de la cathode dans le plan de sortie du keeper ( $\phi_{orf.keeper}$ ) et du potentiel électrique du keeper ( $\phi_{keeper}$ ). Les courants perdus aux parois (ionique et électronique  $I_i^{ab}$  et  $I_e^{ab}$ ) et émis ( $I_e^{em}$ ) sont également représentés.

Comme on peut le voir, une variation du débit de gaz laisse les courants électroniques émis et collecté ainsi que le courant ionique collecté simulés relativement inchangés. Il en va de même pour bon nombre des grandeurs macroscopiques relatives à l'intérieur de la cathode, en particulier le bilan de puissance de l'émetteur, ainsi que ses températures minimale et maximale. On constate seulement un accroissement de ces dernières de l'ordre de 40 K sur la plage de débit considéré. Le modèle simule une légère tendance à la baisse du potentiel électrique de l'anode (et dans le plan de l'orifice) lorsque le débit de gaz augmente (Figure V-7). Cette tendance se retrouve expérimentalement pour le potentiel à l'anode [15] mais est bien plus marquée que la faible variation de potentiel simulée ici, puisqu'expérimentalement, le potentiel électrique à l'anode augmente d'environ une dizaine de volts lorsque le débit passe de 4 SCCM à 2 SCCM. L'insensibilité du potentiel keeper au débit de gaz est également observée expérimentalement [15]. Il est probable que la plus

grande variation du potentiel à l'anode mesurée expérimentalement soit liée à la présence d'un champ magnétique appliqué : lorsque le débit de neutre chute, les collisions électron-neutre sont moins fréquentes, et le confinement des électrons le long des lignes de champ magnétique axiales se fait plus important, augmentant ainsi la résistivité effective (voir le chapitre III).

On a représenté sur la figure V-8 ci-dessous l'impact du débit de gaz sur la pression interne, la longueur de la zone utile d'émission ( $L_{eff\ 90\ \%}$ , définie comme précédemment) et la densité maximale de courant d'émission. Des mesures expérimentales de pression dans la cathode y figurent également [14].

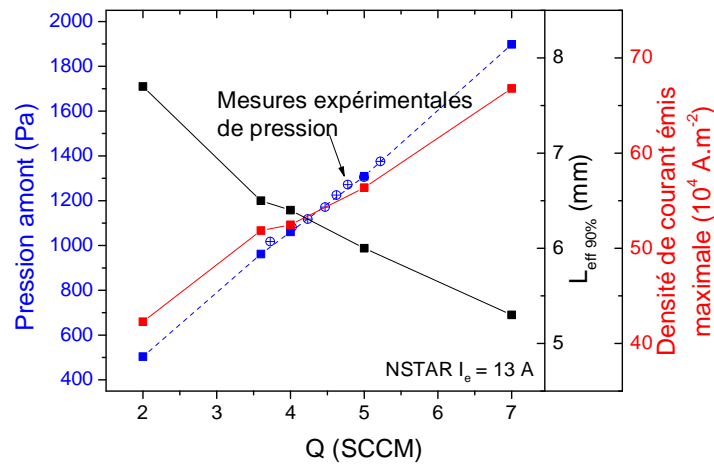


Figure V-8 : Pression de gaz simulée à l'amont de la cathode NSTAR en fonction du débit de gaz, longueur effective « utile » de l'élément émissif (d'où 90 % du courant électronique est émis,  $L_{eff\ 90\ \%}$ ) et densité maximale du courant d'émission thermoionique. Les mesures expérimentales de pression sont issues de la littérature [14].

Bien évidemment, la pression interne simulée dans la cathode croît avec le débit de gaz. L'accord de la tendance obtenue avec les mesures expérimentales est d'ailleurs remarquable. Mais de manière plus inattendue, la longueur effective utile de l'élément émissif décroît lorsque le débit augmente. Ceci est le signe que lorsque le débit de gaz est faible, le « contact » du plasma avec l'insert émissif est plus homogène, et finalement, une plus grande région de l'élément émissif participe à l'émission électronique, ce qui explique la diminution de la densité maximale du courant d'émission (voir la figure ci-dessus). Le meilleur « contact » du plasma avec l'élément émissif à plus faible débit de gaz a déjà été évoqué précédemment dans la littérature expérimentale [17]. Cependant, il faut préciser que le potentiel de gaine maximal face à l'émetteur est légèrement accru lorsque le débit de gaz est faible : il passe de 5.6 V lorsque  $Q = 3.6\ SCCM$  à 6.6 V lorsque  $Q = 2\ SCCM$ . L'énergie cinétique des ions incidents sera alors un peu plus importante, mais au vu de la faible variation de potentiel de gaine mentionnée ici, cet effet sera certainement peu significatif.

Un point de fonctionnement à plus faible débit apparaît ainsi plus favorable au bon comportement de la région interne de la cathode, puisqu'à plus faible densité de courant d'émission, l'évaporation de l'élément émissif se fera moins intense [15]. Cependant, on a pu constater un accroissement du potentiel électrique à l'anode lorsque  $Q$  diminue (cf. fig. V-7) (ainsi qu'un accroissement du potentiel plasma dans le plan de l'orifice keeper). La

résistivité du plasma est donc plus importante, et, intuitivement, il semble possible que l'action de réduire  $Q$  puisse conduire à une intensification de l'instabilité acoustique ionique, en réduisant la densité plasma et en augmentant la vitesse de dérive électronique d'une part, et d'autre part en limitant l'effet destructif des collisions entre ions et neutres sur l'instabilité.

Pour vérifier ceci, on a tracé ci-dessous l'amplitude des oscillations du potentiel électrique à l'anode et l'amplitude des oscillations du potentiel plasma dans le plan de l'orifice du keeper, ainsi que la valeur maximale de la température électronique dans le plan de l'orifice du keeper au cours des oscillations. Sur une seconde figure, on a représenté l'énergie cinétique maximale et moyennée temporellement des ions incidents sur la surface du keeper.

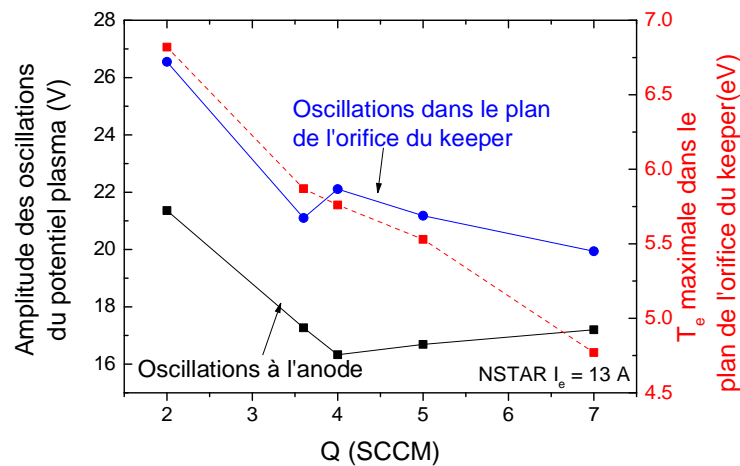


Figure V-9 : Amplitude des oscillations du potentiel plasma dans le plan de l'orifice du keeper et du potentiel à l'anode en fonction du débit de gaz  $Q$ . La température électronique maximale atteinte au cours des oscillations dans le plan de l'orifice du keeper est également représentée.

La figure V-9 ci-dessus montre clairement un accroissement de l'amplitude des oscillations liés à l'instabilité plasma lorsque le débit de gaz est réduit à  $Q = 2$  SCCM. Conjointement, les électrons sont chauffés à des températures plus élevées par l'instabilité.

Du fait des oscillations accrues du potentiel plasma dans le plan de l'orifice du keeper, des ions plus énergétiques sont créés, dont on retrouve la trace dans l'énergie maximale des ions bombardant le keeper, sur la figure V-10 ci-dessous.

L'énergie moyenne des ions impactant le keeper croît également légèrement à  $Q = 2$  SCCM par rapport aux cas à débit supérieur (un accroissement de l'ordre de  $2$  eV est simulé). Ainsi, en plus des instabilités électriques générées par les instabilités plasma dans la plume de la cathode, on peut craindre une dégradation accélérée du keeper de la cathode dans les points de fonctionnement à plus faible débit.

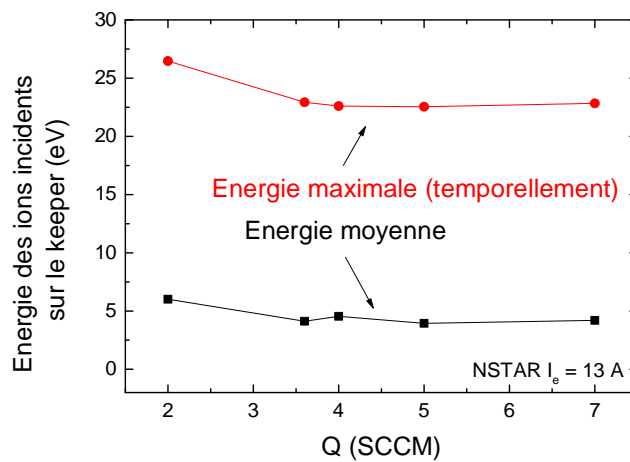


Figure V-10 : Energie moyenne et maximale (temporellement) des ions incidents sur le keeper en fonction du débit de gaz  $Q$ .

Pour résumer, l'analyse de la région interne et de la plume nous a permis de mettre en évidence deux tendances contradictoires :

- Tout d'abord, la réduction du débit de gaz dans la cathode, et donc de la pression à l'amont permet d'accroître la surface utile de l'émetteur sans modifier significativement les bilans de courant ou de puissance de l'émetteur. L'émission électronique est alors plus homogène, et la densité maximale de courant émis plus faible, ce qui laisse espérer une durée de vie accrue pour l'émetteur. Un débit plus faible (au moins jusqu'à la limite explorée ici) semble donc favorable à la région interne de la cathode.
- Cependant, on constate clairement une intensification de l'instabilité acoustique ionique, qui en plus de perturber les paramètres électriques du système, peut conduire à une érosion accélérée du keeper en le bombardant d'ions plus énergétiques.

Si on s'en tient à cette conception de cathode, une solution à débit intermédiaire semble être un bon compromis, qui limite à la fois l'instabilité et maximise l'utilisation de l'élément émissif. Le point de fonctionnement TH 15 ( $I_e = 13$  A,  $Q = 3.6$  SCCM) en est un bon exemple. Expérimentalement, une modification de la cathode a été proposée pour tirer parti des comportements opposés de la région interne et de la plume [17,22] : il s'agit d'utiliser un injecteur de neutres positionné dans la plume, tout en réduisant le débit de neutres à l'amont. Pour la cathode NSTAR, en injectant 1 SCCM de gaz en sortie de cathode, il a été possible de réduire le débit à l'amont à 0.8 SCCM tout en maintenant une décharge stable [17]. Ceci montre clairement que plus encore qu'établir un plasma dense dans la région interne de la cathode pour permettre l'émission thermoionique, le gaz injecté permet avant tout le passage du courant électronique dans la proche plume en limitant le déclenchement d'instabilités de transport électronique.

La solution pratique d'utiliser un injecteur de neutres dans la plume mérite d'être considérée pour tous les futurs développements de cathode haute puissance.



### C. Courant extrait du keeper

Jusqu'ici, le courant extrait du keeper (qu'on notera  $I_K$ ) a été fixé de manière quelque peu arbitraire (à  $I_K = 1.5 A$ ), puisqu'expérimentalement, le choix d'extraire un courant de cette électrode est plutôt effectué dans les cathodes de neutralisation afin de les maintenir en fonctionnement malgré un faible courant de décharge. Dans cette section, nous allons évaluer l'influence de ce paramètre au travers de quelques simulations. Le courant extrait à l'anode sera fixé à  $I_e = 13 A$  et le débit de gaz à  $Q = 3.6 SCCM$ .

On a représenté ci-dessous un bilan de courant pour la cathode ainsi que le potentiel électrique à l'anode, au niveau du keeper et le potentiel plasma dans l'orifice du keeper pour différentes valeurs de  $I_K$ .

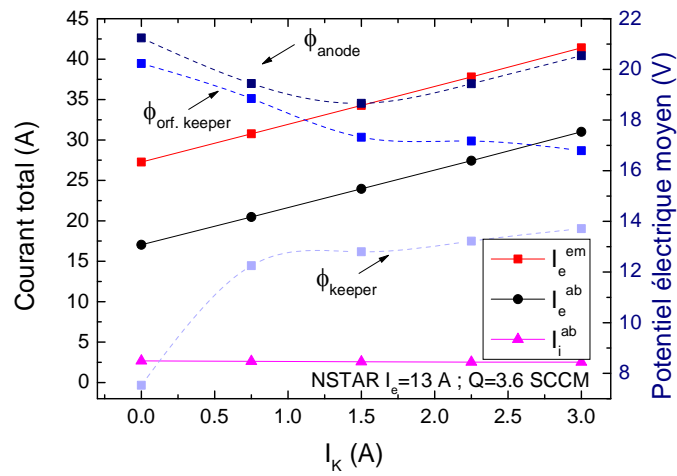


Figure V-11 : Evolution en fonction du courant extrait du keeper ( $I_K$ ) des valeurs moyennes du potentiel électrique à l'anode ( $\phi_{anode}$ ), du potentiel plasma sur l'axe de la cathode dans le plan de sortie du keeper ( $\phi_{orf.keeper}$ ) et du potentiel électrique du keeper ( $\phi_{keeper}$ ). Les courants perdus aux parois (ionique et électronique  $I_i^{ab}$  et  $I_e^{ab}$ ) et émis ( $I_e^{em}$ ) sont également représentés.

Il est frappant de constater que les courants électronique émis et collecté aux parois varient linéairement avec le courant extrait du keeper imposé ( $I_K$ ) (figure V-11). Le courant d'ions collecté est par contre insensible à la valeur de  $I_K$ . Ceci peut se comprendre à la lumière du bilan de courant effectué dans la section A, lorsque l'on faisait varier le courant de décharge  $I_e$ . En effet, le courant extrait du keeper ne contribue pas au maintien en température de l'émetteur, et vu depuis la région interne de la cathode, est simplement perdu, au même titre que le courant collecté à l'anode. Sous cet angle, le point de la figure V-11 à  $I_K = 3 A$  (et  $I_e = 13 A$ ) correspond à un point (non simulé précédemment) où on aurait  $I_K = 1.5 A$  et  $I_e = 14.5 A$ . Ceci se généralise évidemment à tous les points de la figure V-11, et la tendance linéaire du courant émis, observée pour les variations de  $I_K$  relativement petites vis-à-vis de  $I_e$ , reproduit en fait la même tendance linéaire de  $I_e^{em}$  dans les petites variations de  $I_e$  qui était déjà présente dans notre analyse dans la section A. Enfin, comme pour les variations de  $I_e$ , le courant ionique collecté est relativement insensible à la valeur du courant extrait du keeper.

La remarque qui vient d'être faite en termes d'analogies entre deux points de fonctionnement pour lesquels la somme  $I_K + I_e$  est identique peut s'étendre aux bilans de puissance représentés sur la figure V-12 :

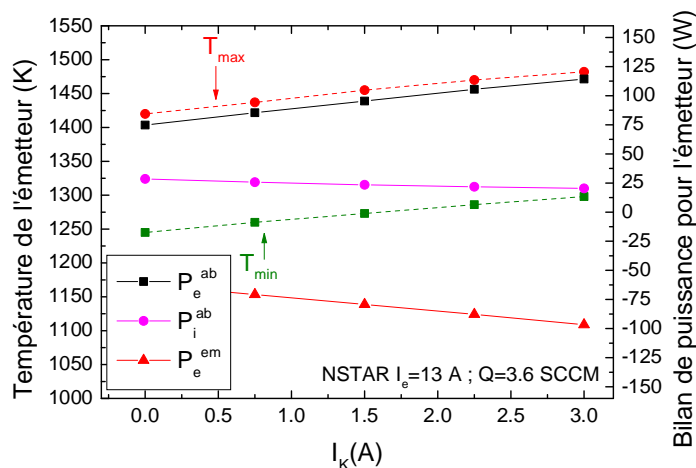


Figure V-12 : Evolution en fonction du courant de keeper  $I_K$  des températures minimale et maximale de l'insert émissif et puissance directement apportée à l'insert émissif par impact électronique ( $P_e^{ab}$ ) et ionique ( $P_i^{ab}$ ) et dissipée dans l'émission électronique ( $P_e^{em}$ ). La cathode simulée ici est la cathode NSTAR telle que décrite précédemment.

On retrouve comme précédemment pour les variations de  $I_e$ , une tendance à la hausse de la puissance déposée par le bombardement électronique sur l'émetteur, et donc de sa température, lorsque  $I_K$  croît. Les autres tendances associées (augmentation de la part du chauffage électronique dans la puissance totale déposée sur l'émetteur, importance accrue de l'émission électronique dans le bilan de courant, réduction de la longueur utile d'émission) se retrouvent évidemment ici pour les variations de  $I_K + I_e$ .

En se tournant maintenant vers les allures des potentiels électrique et plasma tracés sur la figure V-11, on observe que le potentiel à l'anode passe par un minimum local pour  $I_K = 1.5$  A. Tout comme pour les bilans de courant discutés précédemment, il ne s'agit pas là nécessairement d'une valeur optimale de  $I_K$  liée à un effet spécifique du keeper mais plutôt d'un point particulier de la caractéristique courant tension de la cathode déjà représentée dans la section A, pour laquelle un minimum local en fonction de  $I_e$  avait déjà été observé (ou dans notre analogie, de  $I_K + I_e$ ). Evidemment, le potentiel du keeper croît avec  $I_K$  ce qui permet au plasma, en diminuant le potentiel de gaine entre le keeper et le plasma de l'orifice environnant de collecter plus d'électrons et donc de satisfaire la valeur de  $I_K$ .

Dans le modèle, nous n'avons pas identifié d'évolution claire de l'instabilité plasma en sortie cathode en lien avec une modification de  $I_K$ . Seul un léger accroissement de l'amplitude des oscillations du potentiel électrique de l'anode a été constaté pour  $I_K = 1.5$  A (17.3 V en amplitude), par rapport aux autres valeurs de  $I_K$  (on simule des oscillations d'amplitude 12.8 V et 14.6 V respectivement pour les cas à  $I_K = 0$  A et  $I_K = 3$  A). Les propriétés fréquentielles des oscillations du potentiel électrique de l'anode simulées dans le modèle sont également très similaires à celles déjà présentées dans le chapitre III quelle que soit la valeur de  $I_K$  : on obtient un pic à haute fréquence autour de 2 MHz, additionné à une composante de fréquence moyenne (autour de 600 – 800 kHz) et une composante basse fréquence autour de 100 kHz. Dans les simulations du cas  $I_K = 1.5$  A, il semble que le pic à fréquence intermédiaire soit d'amplitude faible devant celle des oscillations à basse et haute fréquence, ce qui n'est pas le cas pour les autres valeurs de  $I_K$  pour lesquels les amplitudes des différents modes sont comparables. Cependant, il s'agit là d'une caractéristique fine des

résultats de simulation lié à un aspect essentiellement heuristique du modèle (la description de la plume et des instabilités) qu'il est préférable de ne pas trop interpréter.

Puisque l'instabilité plasma en sortie de cathode est peu modifiée par la valeur de  $I_K$  choisie, il en va de même pour l'énergie maximale des ions qui viennent frapper le keeper (leur énergie maximale est liée à l'amplitude des oscillations du potentiel plasma).

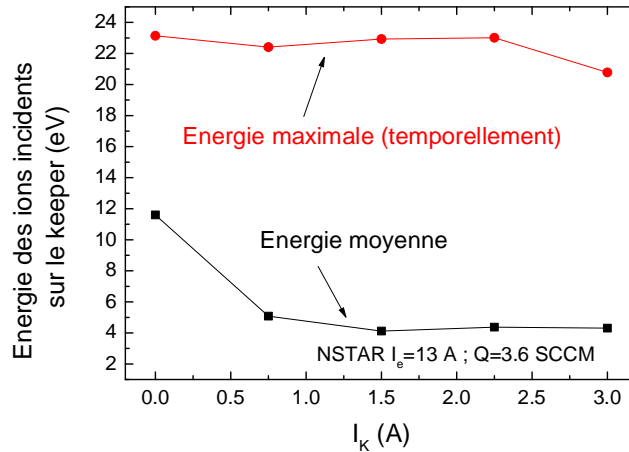


Figure V-13 : Energie moyenne et maximale (temporellement) des ions incidents sur le keeper en fonction de  $I_K$ .

C'est effectivement ce que l'on constate sur la figure V-13 ci-dessus, qui illustre la faible incidence de  $I_K$  sur l'énergie maximale des ions bombardant le keeper. Par contre, leur énergie moyenne est grandement réduite par le choix d'une valeur non nulle de  $I_K$  (c'est-à-dire un keeper qui ne soit pas flottant). Cela provient simplement du fait qu'une valeur accrue de  $I_K$  rapproche le potentiel keeper du potentiel plasma en sortie de cathode (afin d'en extraire un courant électronique plus important), ce qui conduit à un potentiel de gaine moins important, et donc des ions moins fortement accélérés vers la paroi, relativement à la situation où  $I_K$  serait plus faible.

### III. Paramètres de conception

La partie précédente a traité du comportement de la cathode NSTAR en divers points de fonctionnement, en fonction du courant électronique extrait, du débit de gaz, et du courant extrait du keeper. Pour guider le développement de nouvelles cathodes, il s'agit maintenant d'analyser l'effet des paramètres géométriques (on étudiera ici l'influence du rayon interne de la cathode et de l'orifice) sur le fonctionnement. Les différents paramètres thermiques seront supposés identiques à ceux décrits dans le chapitre IV, c'est-à-dire que les matériaux resteront inchangés, de même que les épaisseurs et les dimensions longitudinales des éléments thermiques. Evidemment, le rayon interne d'un élément comme le tube de la cathode sera modifié le cas échéant en accord avec le rayon interne de la cathode.

Enfin, il faudra ici rester conscient que les modifications proposées ne sont que des extrapolations proposées à partir du modèle. Diverses contraintes, mécaniques et thermiques notamment, qui dépassent le cadre de cette étude, sont susceptibles de s'opposer aux variations suggérées des paramètres.

## A. Rayon du corps cathode

Dans un premier temps, nous présentons de cette section l'influence sur le comportement de la cathode d'une modification du rayon interne de la région plasma. Deux rayons internes (notés  $R_{int}$ ) envisageables pour la cathode seront étudiés ( $R_{int} = 3\text{ mm}$  et  $4\text{ mm}$ ) et comparés au cas de référence ( $R_{int} = 2\text{ mm}$ ), c'est-à-dire la cathode NSTAR. Le rayon de l'orifice est maintenu à  $R_{orf} = 0.5\text{ mm}$ . Cette comparaison s'appuiera sur un ensemble de simulations réalisées comme précédemment sur la plage de courant  $I_e \in [5\text{ A}, 22\text{ A}]$ . Le débit de gaz dans la cathode sera fixé à  $Q = 4\text{ SCCM}$  dans les simulations lorsque  $R_{int} = 3$  ou  $4\text{ mm}$  (tandis qu'il vaut  $Q = 3.6\text{ SCCM}$  dans le cas de référence où l'on avait  $R_{int} = 2\text{ mm}$ ). Le courant extrait du keeper est fixé à  $I_K = 1.5\text{ A}$ .

La figure V-14 ci-dessous présente l'influence du rayon de la cathode sur le potentiel électrique de la décharge (au niveau de l'anode) et sur les courants électroniques émis et collecté.

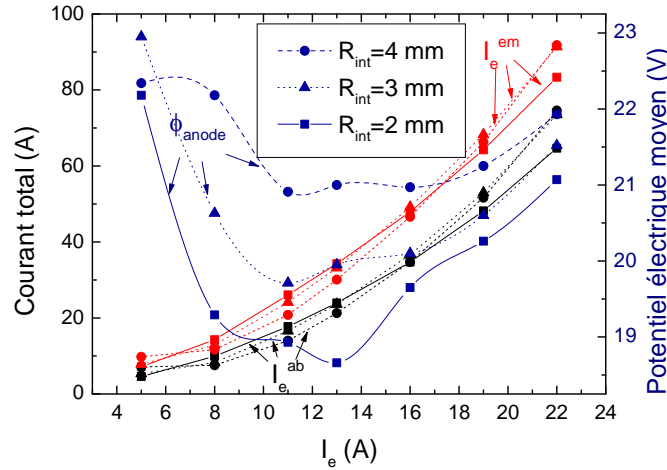


Figure V-14 : Evolution en fonction du courant de décharge  $I_e$  et du rayon interne de la cathode  $R_{int}$  des valeurs moyennes du potentiel électrique à l'anode ( $\phi_{anode}$ ), du courant électronique total émis  $I_e^{em}$  et collecté  $I_e^{ab}$ .

On constate que le rayon de la cathode a une influence assez limitée sur le courant total émis (et collecté). Le bilan global de courant est assez peu affecté malgré la surface émissive plus importante disponible (du fait de l'accroissement du rayon). Evidemment, le courant extrait (donc indirectement la différence entre émission et collection d'électrons) est fixé, ce qui supprime un degré de liberté du système. Cependant, on aurait pu s'attendre à ce que la proportion entre émission et ionisation en volume soit grandement altérée par la modification géométrique (la surface de l'émetteur est tout de même 4 fois plus grande dans le cas  $R_{int} = 4\text{ mm}$  par rapport au cas  $R_{int} = 2\text{ mm}$ ). On voit ici d'emblée que ce n'est pas le cas dans ces simulations. On aura l'occasion de revenir sur ce point plus loin au cours de la discussion.

En se tournant maintenant vers les variations de potentiel électrique de la décharge relativement au rayon de la cathode (figure V-14), on constate une tendance nette de croissance du potentiel à l'anode avec le rayon de la cathode, bien qu'il ne s'agisse qu'une variation de quelques volts. A courant intermédiaire ( $I_e = 13\text{ A}$ ), la cathode originale ( $R_{int} = 2\text{ mm}$ ) représente le cas le plus favorable, tandis qu'à plus fort courant de décharge,

la différence entre les 3 cathodes considérées s'estompe de nouveau. On verra plus loin que le comportement différent à faible courant ( $I_e = 5 A$ ) de la cathode la plus large ( $R_{int} = 4 mm$ ) est causé par la disposition du plasma qui couvre alors l'intégralité de l'insert et est donc limité géométriquement par celui-ci.

On peut remarquer que l'orifice de la cathode ( $R_{orf} = 0.5 mm$ ) n'a pas été modifié entre ces 3 géométries. Or puisque le courant de décharge n'a pas été modifié (entre les différents points de fonctionnement simulés comparables) et que le débit de gaz reste similaire, on ne s'attend pas à ce que les propriétés des instabilités plasma en sortie de cathode soient grandement modifiées par le choix d'un rayon de cathode différent. En se plaçant cette fois dans la cathode pour laquelle  $R_{int} = 4 mm$ , on a représenté (figure V-15), comme précédemment dans la section II.A, pour différents courants de décharge  $I_e$  l'amplitude des oscillations du potentiel plasma dans le plan du keeper, du potentiel électrique à l'anode et la température électronique maximale atteinte au cours des oscillations du plasma. Cette figure est l'analogue direct de la figure V-5 (où l'on avait  $R_{int} = 2 mm$ ).

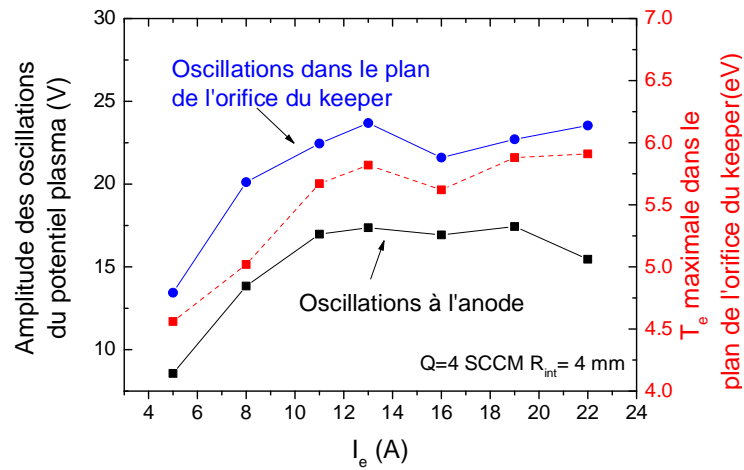


Figure V-15 : Amplitude des oscillations du potentiel plasma dans le plan de l'orifice du keeper et du potentiel à l'anode en fonction de  $I_e$ . La température électronique maximale atteinte au cours des oscillations dans le plan de l'orifice du keeper est également tracée. Le rayon de la cathode est  $R_{int} = 4 mm$ .

Aussi bien en termes d'évolution (croissance de l'instabilité plasma quand le courant  $I_e$  augmente) que d'ordre de grandeur des oscillations, les tendances apparentes ci-dessus sont très similaires à celles obtenues précédemment pour la cathode où  $R_{int} = 2 mm$ . Ceci confirme donc notre intuition physique par rapport aux propriétés de l'instabilité simulée (et nous rassure vis-à-vis de la validité de sa prise en compte dans le modèle). Par conséquent, l'augmentation observée du potentiel de décharge constatée lorsque le rayon de la cathode croît (cf. fig. V-14) doit plutôt être attribuée à une modification des propriétés du plasma interne de la cathode.

Pour aller plus loin, on a représenté sur la figure V-16 ci-dessous l'évolution de la température maximale de l'émetteur et de la pression interne à l'amont de la cathode en fonction du courant de décharge de la cathode.

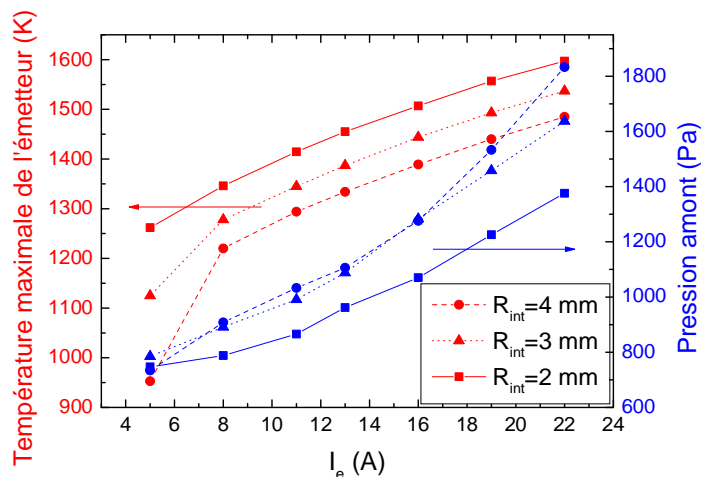


Figure V-16 : Température maximale de l'émetteur de ma cathode et pression interne en fonction du courant de décharge  $I_e$  pour 3 rayons de cathode différents. Le débit  $Q$  vaut 4 SCCM lorsque  $R_{int} = 3$  ou 4 mm et 3.6 SCCM lorsque  $R_{int} = 2$  mm.

Avec l'accroissement du rayon de la cathode, la surface de l'émetteur varie comme le carré de celui-ci. Il est donc logique de constater que si le courant émis varie peu entre les différents rayons de cathode, la température de l'émetteur doit chuter, comme on peut l'observer sur la figure ci-dessus. Cela concorde d'ailleurs avec des pertes radiatives et de conduction thermique accrues, du fait respectivement de la plus grande surface externe de la cathode et de la plus grande section de conduction du tube. La variation de la pression interne simulée en fonction du rayon est beaucoup plus surprenante : en effet, celle-ci augmente avec le rayon de la cathode, alors que le volume interne est lui-même accru ! Certes, la différence de débit de gaz imposé ( $Q = 4$  SCCM dans les cas où  $R_{int} = 3$  ou 4 mm contre 3.6 SCCM lorsque  $R_{int} = 2$  mm) est susceptible de faire croître la pression d'une centaine de Pascals toutes choses égales par ailleurs (voir la section II.B), mais cette différence de débit seule ne peut totalement contrebalancer à elle seule l'augmentation du volume de la cathode.

Bien évidemment, ce comportement étrange pourrait être lié à un effet numérique (ou prosaïquement une erreur dans le modèle), mais cela a été rapidement exclu. En effet, la simulation de l'écoulement neutre en l'absence de plasma dans la cathode où  $R_{int} = 4$  mm montre effectivement une pression interne dans la cathode réduite, avec une pression à l'amont de la cathode simulée approximativement égale à 170 Pa, contre 480 Pa dans le cas analogue à  $R_{int} = 2$  SCCM. Le comportement de l'écoulement neutre est donc correct dans le modèle.

Sans fournir d'explication simple et claire, une analyse des résultats de simulation 2 D dans le cas  $R_{int} = 4$  mm montre que la densité plasma dans l'orifice est accrue par rapport au cas de départ ( $R_{int} = 2$  mm) d'environ 15 % lorsque  $I_e = 13$  A. Le maximum de température des neutres est également plus élevé d'environ 500 K dans le cas  $R_{int} = 4$  mm et  $I_e = 13$  mm par rapport au cas où  $R_{int} = 2$  mm (le maximum de température valait alors approximativement 3100 K). Dans ces conditions, on peut imaginer qu'un effet « bouchon » accru de la part du plasma sur les neutres (déjà mentionné précédemment) puisse obstruer plus fortement l'orifice de la cathode et résulter en une pression neutre plus élevée. Sur un plan qualitatif, on peut noter que les lignes d'écoulement neutre conservent une allure

similaire entre les cas  $R_{int} = 2 \text{ mm}$  et  $R_{int} = 4 \text{ mm}$ . L'hypothèse d'un effet important du plasma est appuyée également par la faible différence de pression entre les différentes cathodes simulées lorsque le courant de décharge est faible ( $I_e = 5 \text{ A}$  sur la figure V-16).

La figure V-17 ci-dessous synthétise l'évolution de la longueur utile de l'insert émissif et de la densité de courant maximale émise en fonction du rayon interne de la cathode  $R_{int}$  et du courant de décharge  $I_e$ . On rappelle que les résultats de la figure V-14 nous ont montré que le courant total émis de la cathode à  $I_e$  identique était relativement insensible à la valeur de  $R_{int}$  (pour les 3 rayons considérés).

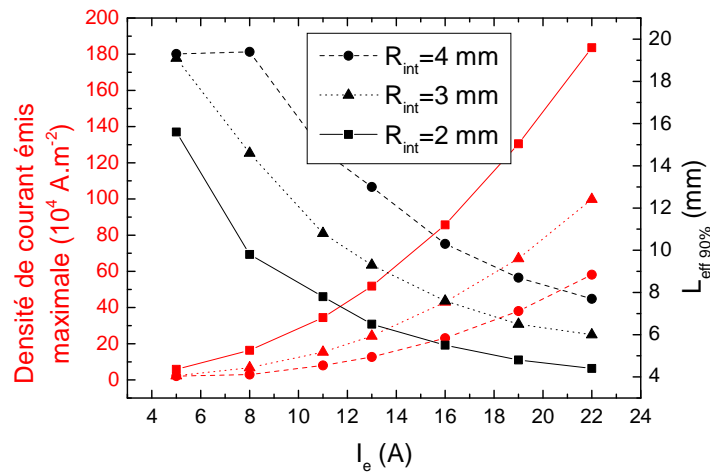


Figure V-17 : Longueur effective « utile » de l'élément émissif (d'où 90 % du courant électronique est émis,  $L_{eff}$  %) et densité maximale du courant d'émission thermoionique en fonction de  $I_e$  et pour 3 rayons internes de cathode différents ( $R_{int}$ ).

On constate que la longueur utile de l'émetteur croît avec le rayon de l'émetteur. Ainsi, en plus d'accroître la surface d'émission par une augmentation purement géométrique du rayon, l'utilisation de la surface de l'émetteur est rendue plus homogène, grâce notamment à un plasma de densité plus uniforme dans le volume de la cathode, et en particulier en surface de l'émetteur.

Ce dernier point est illustré sur la figure V-18 ci-dessous par le tracé lorsque  $I_e = 13 \text{ A}$  de la densité plasma en lisière de gaine pour les 3 valeurs de rayon interne de la cathode considérées :

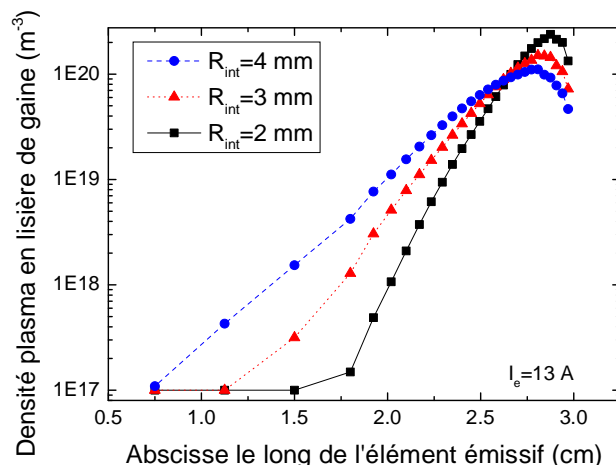


Figure V-18 : Densité plasma en lisière de gaine émissive pour trois rayons internes différents. Le courant de décharge est fixé à  $I_e = 13 \text{ A}$ . La frontière aval de l'émetteur (et le plan de l'orifice) correspond à l'abscisse 3 cm.

Comme on peut le voir, la densité plasma face à un point donné de l'émetteur croît notablement avec le rayon de la cathode (le plasma devenant plus « diffus » dans la cathode à fort rayon) ce qui permet d'éviter les phénomènes de saturation de charge d'espace qui s'opposent à l'émission électronique à l'amont de la cathode lorsque  $R_{int} = 2 \text{ mm}$ . Sur la figure V-18 ci-dessus, la limite inférieure de la densité plasma à  $10^{17} \text{ m}^{-3}$  est causée par la borne inférieure sur la densité plasma introduite dans le modèle numérique et n'a pas de signification physique. On a remarqué sur la figure V-17 que  $L_{eff} 90\%$  sature aux environs de 20 mm lorsque le courant de décharge est faible et le rayon de la cathode important. Ce comportement se traduisait également sur la figure V-14 par un changement de pente du potentiel électrique à l'anode à faible  $I_e$ . La figure V-18 nous permet maintenant de comprendre que l'écart par rapport aux tendances observées pour les autres valeurs de  $R_{int}$  provient de la couverture intégrale de l'insert émissif par le plasma dans le cas  $R_{int} = 4 \text{ mm}$  et  $I_e = 5 \text{ A}$ . La répartition du courant émis en surface de l'insert n'est plus limitée exclusivement par la couverture du plasma mais subit un effet de seuil lié à la longueur de l'émetteur (pour rappel, long de 25 mm).

Avec l'accroissement de la surface émissive (à la fois en rayon et en longueur utile), à courant émis constant, la densité de courant maximale émise chute (cf. fig. V-17). L'accroissement du rayon de la cathode (dans la gamme considérée) est donc bénéfique pour la cathode, puisqu'il offre une plus grande surface émissive, une utilisation plus homogène de l'émetteur et une réduction de la densité de courant d'émission qui permet de réduire le taux d'évaporation de l'émetteur [15]. Bien entendu, un rayon excessif de la cathode pourrait conduire à l'extrême inverse à une densité plasma insuffisante pour porter le courant. Cependant, les simulations réalisées ici montrent que la marge de manœuvre reste importante.

Pour conclure au sujet de l'influence de  $R_{int}$  sur la cathode, on présente ci-dessous le bilan macroscopique déjà employé précédemment qui caractérise la part de l'émission électronique dans le courant électronique total produit, ainsi que l'importance du chauffage électronique par rapport à la totalité de la puissance déposée par le bombardement plasma sur l'émetteur (ions et électrons).



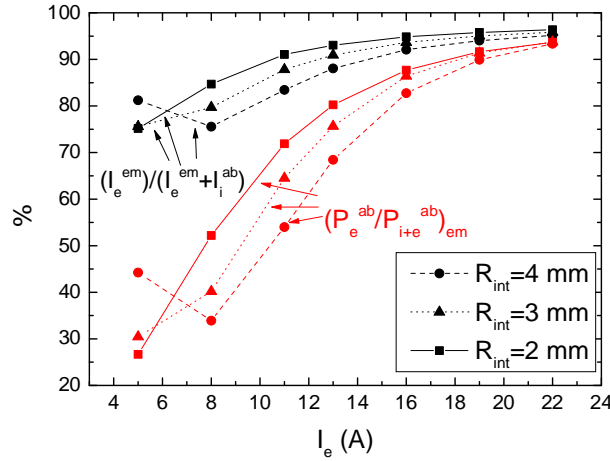


Figure V-19 : Fraction de courant émis aux parois dans le courant électronique total produit et fraction de puissance apportée le bombardement électronique à l'élément émissif.

A courant de décharge donné (si on exclut le point à  $I_e = 5$  A), l'émission électronique perd en importance dans le bilan de courant global lorsque  $R_{int}$  croît. Ceci peut se comprendre en réalisant que le rapport géométrique de l'émetteur sur volume de la cathode décroît avec l'augmentation du rayon, ce qui défavorise l'émission électronique par rapport à l'ionisation en volume. La puissance déposée sur l'émetteur par le bombardement ionique croît dans le même temps avec le rayon de la cathode.

A faible courant de décharge, l'accroissement du rôle des ions (ionisation en volume et bombardement des parois) est probablement défavorable à la durée de vie de l'émetteur. A plus fort courant, les bilans exposés sur la figure V-19 redeviennent similaires quel que soit le rayon de la cathode. Toutefois, les rayons de cathode plus importants nous permettent alors de profiter d'une surface émissive « doublement » accrue (à la fois en rayon et en longueur « utile »), ce qui conduit à une diminution de la densité de courant émis, une chute de la température et donc, sur le long terme, à une diminution du taux d'évaporation de l'émetteur. Comme on pouvait en avoir l'intuition, l'accroissement du rayon de la cathode est favorable aux forts courants de décharge, et permettrait même d'étendre la plage de fonctionnement de la cathode vers les forts courants en ramenant la température de l'émetteur dans des limites acceptables.

A titre de remarque, on peut constater dans les simulations qu'aussi bien la pression interne que la longueur utile de l'émetteur croissent avec le rayon de la cathode à courant de décharge donné. A l'opposé, on a observé précédemment à rayon fixé que la pression interne diminuait quand la longueur émissive effective augmentait sous l'effet d'une variation soit du débit de gaz, soit du courant (cf. sections II.A et B). Ainsi, le comportement phénoménologique proposé dans [30]  $p L_{eff} = K$ , où  $p$  est la pression interne,  $L_{eff}$  la longueur effective d'émission et  $K$  une constante, est pris en défaut pour une variation du rayon de la cathode.

## B. Rayon de l'orifice

Nous nous sommes concentrés dans la section précédente sur l'influence du rayon de la cathode, et donc principalement de la région d'émission, sur ses performances. Or, si l'on

s'intéresse aux cathodes destinées aux forts courants de décharge, il est évident que l'orifice et la plume de la cathode ont un rôle majeur à jouer au travers des instabilités plasma engendrées. Cela a été constaté expérimentalement, notamment dans une cathode destinée à délivrer un courant de 100 A [22], où les auteurs ont eu recours à un injecteur externe de neutres pour stabiliser la décharge et limiter les instabilités plasma qui sont très probablement la cause de la présence d'ions énergétiques immédiatement au sortir de la cathode.

Dans cette partie, on fixe le courant de décharge de la cathode ( $I_e = 13 \text{ A}$ ), le débit de gaz ( $Q = 3.6 \text{ SCCM}$ ), le courant de keeper ( $I_K = 1.5 \text{ A}$ ) et le rayon interne du corps de la cathode ( $R_{int} = 2 \text{ mm}$ ) tandis que l'on fait varier le rayon de son orifice (noté ici  $R_{orf}$ ). Le cas  $R_{orf} = 0.5 \text{ mm}$  correspond à la conception réelle de la cathode NSTAR.

La figure V-20 ci-dessous présente, en fonction du rayon de l'orifice, l'évolution du potentiel électronique à l'anode, au niveau du keeper, et du potentiel plasma dans l'orifice du keeper. Comme précédemment, on trace également le courant électronique émis, et les courants électronique et ionique collectés aux parois.

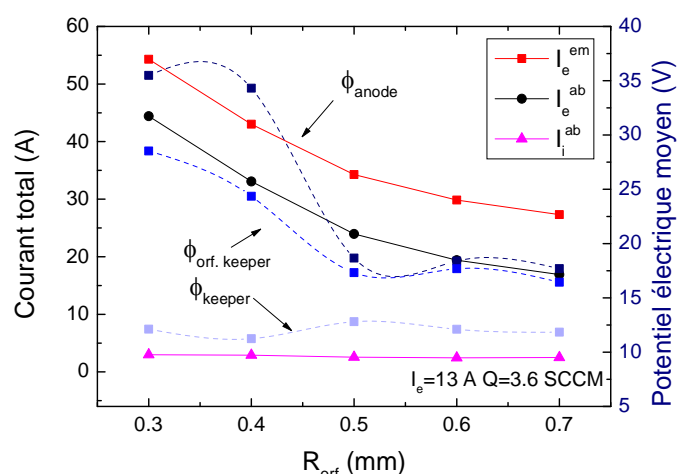


Figure V-20 : Evolution en fonction du rayon de l'orifice des valeurs moyennes du potentiel électrique à l'anode ( $\phi_{anode}$ ), du potentiel plasma sur l'axe de la cathode dans le plan de sortie du keeper ( $\phi_{orf, keeper}$ ) et du potentiel électrique du keeper ( $\phi_{keeper}$ ). Les courants perdus aux parois (ionique et électronique  $I_i^{ab}$  et  $I_e^{ab}$ ) et émis ( $I_e^{em}$ ) sont également représentés.

On observe que le potentiel électrique moyen au niveau de l'anode ainsi que le potentiel plasma moyen dans l'orifice croissent fortement lorsque le rayon de l'orifice  $R_{orf}$  est inférieur à 0.5 mm. Le potentiel électrique du keeper est par contre insensible à valeur de  $R_{orf}$  choisie. Au sujet des grandeurs plus directement liées à la région interne, on constate que les courants électroniques émis et collectés chutent lorsque le rayon croît, de même que le courant ionique collecté, mais dans une moindre mesure. Nous aurons l'occasion de revenir sur ces différents points dans la suite de cette analyse.

A faible rayon  $R_{orf}$ , les simulations montrent que la résistivité de la section de l'orifice est accrue, mais à lui seul ce phénomène n'implique qu'une augmentation de quelques volts du potentiel anode (et aussi du potentiel plasma dans l'orifice) entre les cas  $R_{orf} = 0.3 \text{ mm}$  et  $R_{orf} = 0.7 \text{ mm}$ . Par contre, on peut observer dans les simulations plasma un comportement

radicalement différent de l'instabilité dans la plume entre les cas  $R_{orf} = 0.3 \text{ mm}$  et  $R_{orf} = 0.7 \text{ mm}$  : lorsque  $R_{orf} = 0.7 \text{ mm}$ , l'instabilité plasma est alternativement détruite puis régénérée dans la plume de la cathode, engendrant ainsi un comportement oscillant du potentiel plasma. Au contraire, dans le cas  $R_{orf} = 0.3 \text{ mm}$ , la densité de fluctuations du champ électrique liées à l'instabilité est constante et saturée à sa valeur seuil (cf. chapitre III pour plus de détails). Dans ce dernier cas, la résistivité anormale liée à l'instabilité est maximale continuellement, ce qui provoque l'accroissement du potentiel de décharge observé. Pour mieux mettre ceci en évidence, on a tracé sur la figure V-21 ci-dessous la fréquence de collision électronique anormale moyennée temporellement ( $\nu_{AN}$ ) le long de l'axe de la cathode dans sa plume pour les deux rayons discutés. Une estimation de l'amplitude des oscillations a également été représentée (zone colorée) : elle correspond à une bande large d'un écart type des oscillations temporelles de la fréquence de collision anormale de part et d'autre de la valeur moyenne. A titre de comparaison, on a également tracé le profil de fréquence de collision classique ( $\nu_{CL}$ ) calculé à partir des collisions élastiques électron-neutre et coulombiennes électron-ion.

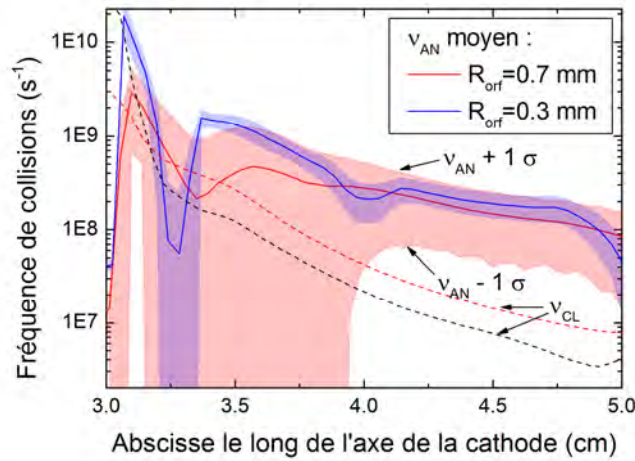


Figure V-21 : Fréquence de collision électronique anormale ( $\nu_{AN}$ ) dans la plume de la cathode le long de l'axe de la cathode. L'amplitude des oscillations est représentée par la zone colorée (large de deux écarts types). Le profil de fréquence de collision classique est noté  $\nu_{CL}$ . L'abscisse de fin du keeper en direction de la plume est 3.5 cm.

Comme on peut le voir, la fréquence de collision anormale domine très largement la fréquence de collision classique dans la plume. L'influence prédominante des collisions anormales et de l'instabilité plasma acoustique ionique est donc évidente. En revenant à la comparaison des cas  $R_{orf} = 0.3 \text{ mm}$  et  $R_{orf} = 0.7 \text{ mm}$ , on voit que  $\nu_{AN}$  est beaucoup plus fluctuant lorsque l'orifice est large. Ainsi, les fluctuations du potentiel électrique se compensent mutuellement, et en valeur moyenne, le potentiel électrique à l'anode est plus faible dans le cas  $R_{orf} = 0.7 \text{ mm}$  que lorsque  $R_{orf} = 0.3 \text{ mm}$ .

Les raisons exactes qui conduisent au maintien ou non de l'instabilité acoustique ionique à son seuil de saturation sont complexes. Comme on l'a vu dans le chapitre III, la croissance et la destruction de l'instabilité dans le modèle numérique résulte d'une compétition entre transport, création (à partir de l'énergie de dérive électronique) et amortissement. Pour ce dernier, les températures des ions et des électrons, chauffés par l'instabilité, ont un rôle à jouer (au travers de l'effet Landau), ce qui rend plus difficile l'analyse du phénomène couplé dans la cathode. Dans les simulations, la différence entre les cas  $R_{orf} = 0.3 \text{ mm}$  et

$R_{orf} = 0.7 \text{ mm}$  semble provenir des oscillations du rapport  $T_e/T_i$  (duquel dépend le terme d'amortissement Landau de l'instabilité, cf. chapitre III), qui se maintient à valeur constante (autour de 10) dans le plan du keeper lorsque  $R_{orf} = 0.3 \text{ mm}$ , tandis qu'il oscille (entre 5 et 20) lorsque  $R_{orf} = 0.7 \text{ mm}$ .

Evidemment, l'argument proposé dans le paragraphe précédent ne concerne que le phénomène d'amortissement de l'instabilité, et nous n'avons pas évoqué sa croissance, lorsque le nombre de Mach électronique de dérive par rapport aux ions est supérieur à l'unité. On pourrait avancer que l'orifice plus réduit de la cathode devrait conduire à une densité de courant plus importante (à valeur de  $I_e$  identique) et donc à une vitesse de dérive électronique plus importante, engendrant une croissance plus rapide de l'instabilité acoustique ionique. Cependant, dans le même temps, les simulations montrent que la densité plasma dans le plan du keeper croît lorsque l'orifice se réduit (d'un facteur 3 entre les cas  $R_{orf} = 0.3 \text{ mm}$  et  $R_{orf} = 0.7 \text{ mm}$ ), de même que la température électronique moyenne (et donc la vitesse acoustique ionique). Selon ce raisonnement qualitatif, l'instabilité acoustique ionique pourrait alors finalement avoir plus de difficultés à croître, et a fortiori à se maintenir dans le cas  $R_{orf} = 0.3 \text{ mm}$ .

Au final, il est difficile de mettre en place un argumentaire permettant de statuer a priori sur la présence et le maintien de l'instabilité ou non en fonction de la taille de l'orifice. De plus, s'il est tentant d'interpréter les différents indices physiques fournis par le modèle, il faut se rappeler que concernant l'instabilité acoustique, la description fluide qui en est faite est au mieux approchée. Nous nous contenterons donc des résultats de simulation obtenus, qui permettent au moins d'établir une tendance claire dans le modèle : à faible rayon de l'orifice, le potentiel moyen de la décharge croît brutalement sous l'effet des instabilités dans la plume de la cathode. Passé un certain rayon de l'orifice ( $R_{orf} = 0.5 \text{ mm}$  sur la figure V-20), l'influence de ce paramètre géométrique est moins sensible.

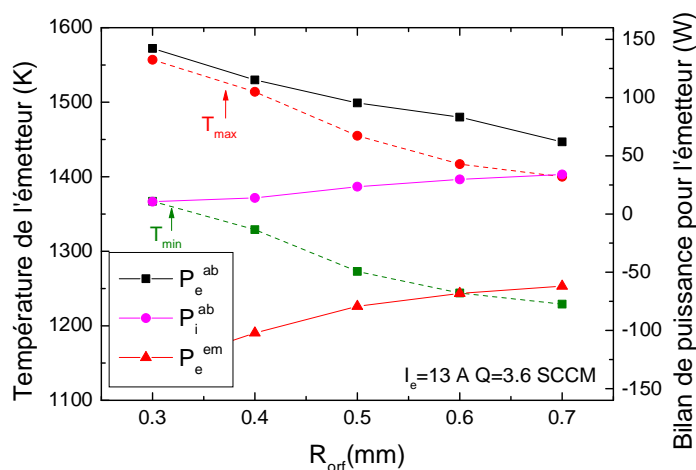


Figure V-22 : Influence du rayon de l'orifice  $R_{orf}$  sur les températures minimale et maximale de l'insert émissif et puissances directement apportée à l'insert émissif par impact électronique ( $P_e^{ab}$ ) et ionique ( $P_i^{ab}$ ) et dissipée dans l'émission électronique ( $P_e^{em}$ ).

Pour revenir au comportement interne de la cathode, on a tracé sur la figure V-22 ci-dessus la température de l'émetteur en fonction du rayon de l'orifice, ainsi que les puissances

déposées par les électrons et les ions dans le bombardement plasma sur l'émetteur, et la puissance dépensée dans l'émission électronique.

On constate que la température de l'émetteur diminue lorsque le rayon de l'orifice augmente, en accord avec la tendance observée précédemment (figure V-20) d'une diminution du courant émis pour un orifice plus large. La puissance déposée par les électrons sur l'émetteur diminue également, tandis que le bombardement ionique devient plus intense. A partir des résultats présentés précédemment, on peut avoir l'intuition que la cathode évolue vers un régime où l'ionisation en volume et le chauffage ionique gagnent en importance lorsque  $R_{orf}$  augmente. Cette tendance est confirmée par les grandeurs synthétiques représentées sur la figure V-23 ci-dessous :

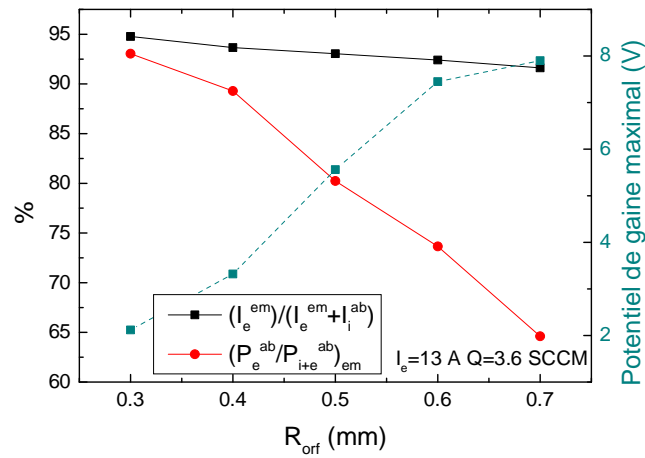


Figure V-23 : Evolution en fonction du rayon de l'orifice de la fraction de courant émis aux parois dans le courant électronique total produit, de la fraction de puissance apportée par le bombardement électronique à l'élément émissif (échelle de gauche) et du potentiel de gaine maximal face à l'émetteur (échelle de droite).

En effet, on remarque que à mesure le rayon augmente, l'importance de l'ionisation en volume croît (c.-à-d. la part de courant émis dans le courant total produit chute,  $I_e^{em} / (I_e^{em} + I_i^{ab})$ ). Dans le même temps, les ions viennent bombarder la paroi plus intensément (le potentiel de gaine maximal augmente) et la part de chauffage ionique de la paroi de l'émetteur croît. En ce sens, un orifice plus large serait défavorable à la durée de vie de l'insert du point de vue de son bombardement. Pour conclure au sujet du fonctionnement interne de la cathode, on peut de nouveau tracer la pression de gaz simulée dans la cathode, ainsi que la longueur utile de l'émetteur et la densité de courant émis maximale.

Intuitivement, on s'attend à ce qu'une réduction du rayon de l'orifice, conduise à une augmentation de la pression interne. C'est effectivement l'effet escompté qui est observé sur la figure V-24 ci-dessous, associé à une réduction de la longueur utile de l'émetteur lorsque la pression augmente (comme précédemment lorsque l'on a considéré une variation du débit de gaz par exemple, dans la section II.B). Mécaniquement, la densité de courant d'émission chute, ce qui est un comportement favorable pour l'émetteur, dans la mesure où le taux d'évaporation se fait alors plus faible [15].

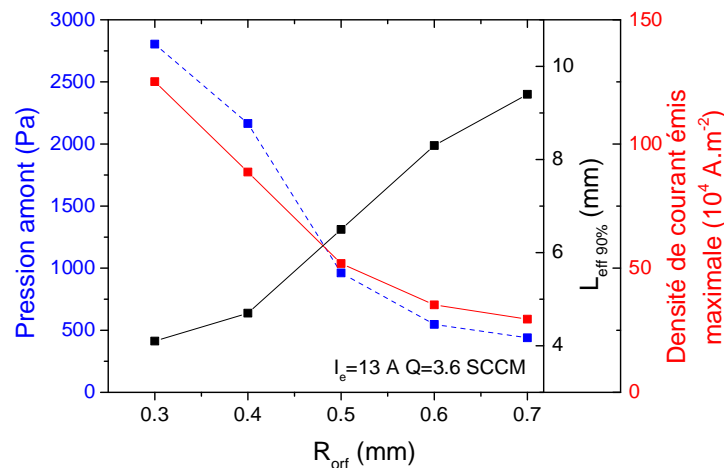


Figure V-24 : Pression de gaz simulée à l'amont de la cathode en fonction du rayon de l'orifice, longueur effective « utile » de l'élément émissif (d'où 90 % du courant électronique est émis,  $L_{eff}$  %) et densité maximale du courant d'émission thermoionique.

Au cours des dernières sections, nous sommes arrivés à deux tendances contradictoires liées à l'orifice. D'un côté, un orifice étroit permet un mode de fonctionnement de la cathode reposant quasi-intégralement sur l'émission d'électrons aux parois et sur le bombardement électronique de l'émetteur. Cependant, ce mode de fonctionnement est aussi celui qui présente la plus faible longueur utile d'émission, et la plus forte densité de courant émise. Cette dernière est défavorable à la cathode en raison de l'évaporation accélérée de l'émetteur. A l'opposé, un plus grand rayon de l'orifice permet de rendre l'utilisation de l'émetteur plus homogène, mais conduit également à un bombardement ionique plus intense, pouvant conduire à son érosion. Une fois de plus, la taille originale de l'orifice ( $R_{orf} = 0.5\text{ mm}$ ), qui correspond à la cathode NSTAR réelle est un bon compromis.

On a également mentionné plus haut (figures V-20 et V-21) qu'un orifice étroit pouvait conduire au renforcement de l'instabilité plasma dans la proche plume de la cathode et faire croître le potentiel de décharge moyen. Qu'en est-il du comportement pour un orifice plus large ? On a évoqué le fait que dans ces conditions, l'instabilité acoustique alterne entre des cycles de croissance et d'amortissement. Pour illustrer le comportement instationnaire de la cathode qui en résulte, on a tracé sur la figure V-25 ci-dessous l'amplitude des oscillations du potentiel électrique de l'anode et du potentiel plasma dans le plan du keeper.

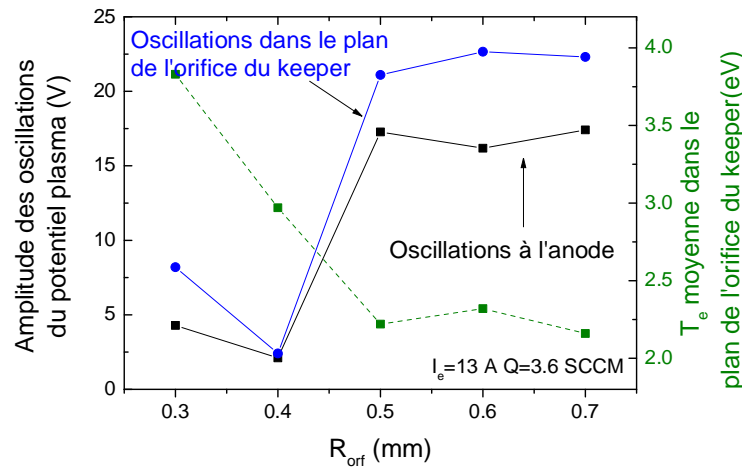


Figure V-25 : Evolution en fonction du rayon de l'orifice  $R_{orf}$  de l'amplitude des oscillations du potentiel plasma dans le plan de l'orifice du keeper et du potentiel à l'anode. La température électronique moyenne au cours des oscillations dans le plan de l'orifice du keeper est également tracée.

On observe que les oscillations de potentiel se font bien plus intenses lorsque le rayon de l'orifice croît, ce qui est la signature du phénomène instationnaire décrit précédemment. Lorsque le rayon de l'orifice décroît, un régime différent est obtenu où l'instabilité est constamment saturée à sa densité d'énergie seuil. Le potentiel de la décharge est alors important (cf. fig. V-20). Dans ces simulations, l'instabilité acoustique ionique est « active » (même temporairement) quelle que soit la valeur de  $R_{orf}$  considérée, et la température électronique maximale atteinte dans l'orifice du keeper s'élève approximativement  $6\text{ eV}$  dans tous les cas représentés. Pour discriminer les différents cas de simulation, on a plutôt représenté sur la figure V-25 la température électronique moyennée temporellement (contrairement aux figures analogues précédentes, pour lesquelles la température maximale était tracée). On remarque ainsi que la température électronique moyenne chute lorsque l'orifice est plus large. Ceci correspond en fait au comportement physique établi précédemment : contrairement au cas  $R_{orf} = 0.3\text{ mm}$ , l'instabilité acoustique ionique n'est présente que transitoirement lorsque  $R_{orf} = 0.7\text{ mm}$ . Le chauffage électronique par celle-ci se fait donc discontinu, ce qui explique la chute de la température électronique constatée.

Enfin, dans le cas où le rayon de l'orifice est petit, la résistivité importante de la plume conduit à des ions frappant le keeper plus énergétiques (du fait d'une plus grande différence de potentiel). Néanmoins, le fait que l'instabilité continue d'exister temporairement à rayon plus grand (dans les limites explorées ici) ne modifie pas l'énergie maximale des ions incidents sur le keeper obtenus dans le modèle. Ces deux remarques sont illustrées sur la figure V-26 ci-dessous.

A partir de l'énergie moyenne des ions incidents, on peut en conclure que le keeper d'une cathode présentant un orifice relativement large sera probablement moins rapidement érodé que dans le cas contraire.



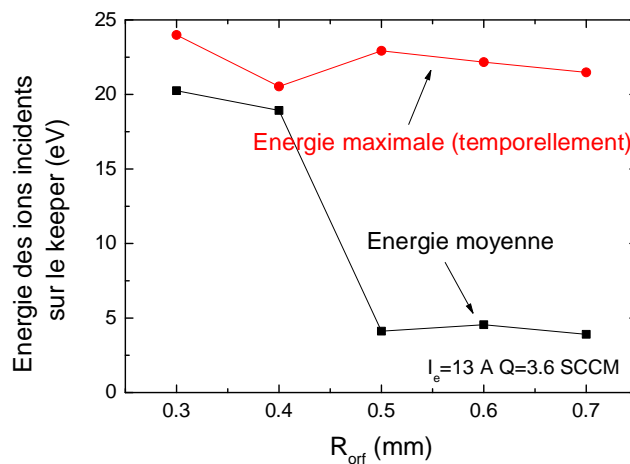


Figure V-26 : Energie moyenne et maximale (temporellement) des ions incidents sur le keeper en fonction du rayon de l'orifice  $R_{orf}$ .

#### IV. Bilan sur les tendances constatées pour la cathode NSTAR

Au cours des deux parties précédentes, nous avons pu mettre en évidence différentes tendances de fonctionnement et de conception, au travers d'une extrapolation à partir d'un design de cathode de départ.

Tout d'abord, on a pu remarquer que l'enveloppe de fonctionnement en courant de décharge était limitée à faible courant principalement par un accroissement du potentiel de décharge et un bombardement ionique plus important de l'émetteur qui risque d'en accélérer l'érosion. Ces deux phénomènes sont en fait liés, puisqu'à faible courant de décharge, l'émetteur n'est pas suffisamment chaud pour émettre un courant électronique suffisant, et la cathode repose alors de manière plus importante sur la production d'électrons en volume, et donc également d'ions. A plus fort courant de décharge, on a pu constater une augmentation du potentiel moyen à l'anode, ainsi que de l'intensité des instabilités plasma, synonyme d'oscillations du potentiel de décharge, et d'ions plus énergétiques incidents sur le keeper. A l'intérieur de la cathode, la densité de courant électronique émis sur la surface de l'émetteur croît fortement, sous le double effet d'un accroissement du courant total émis et de la diminution de la longueur utile de l'émetteur. Dans une telle situation, on peut craindre que l'évaporation de l'émetteur puisse en limiter sa durée de vie. Ainsi, s'il semble possible d'employer la cathode dans de telles conditions (sous réserve de tolérance de la température élevée de l'émetteur), il paraît difficile de maintenir un tel régime sur la durée.

Nous avons ensuite fait varier le débit de gaz, et pu constater que celui-ci avait peu d'influence sur les paramètres électriques de la cathode. Par contre, on a pu observer deux tendances contradictoires : à faible débit, l'utilisation de l'élément émissif est plus uniforme, ce qui permet en définitive de limiter la densité de courant d'émission, et donc le taux d'évaporation de l'insert. Dans le même temps, le plus faible débit est lié à un renforcement des instabilités plasma dans l'orifice, qui peuvent conduire à une dégradation du keeper (et un comportement électrique instable de la cathode). A l'inverse, un débit important stabilise la cathode mais conduit à une utilisation plus partielle de l'émetteur et peut éventuellement accroître son rythme d'érosion. Nous avons alors évoqué la solution expérimentale



présentée dans la littérature qui consiste à exploiter un second injecteur de neutres dans la plume, tout en réduisant le débit injectés à l'amont. Ainsi il est possible à la fois de limiter le débit de gaz injecté, les instabilités, et d'employer de manière uniforme l'insert émissif.

Dans une dernière section au sujet des paramètres électriques, nous avons fait varier le courant extrait du keeper. Il est apparu que celui-ci avait peu d'influence sur le comportement global de la cathode et que son comportement pouvait être compris schématiquement comme celui d'une perte de courant électronique additionnelle. Nous avons aussi souligné que le choix d'un courant de keeper plus important permettait de limiter le potentiel de gaine face à celui-ci, et donc l'énergie des ions incidents.

Nous nous sommes ensuite tournés vers l'influence des paramètres géométriques de la cathode, et avons réalisé notamment plusieurs caractéristiques courant-tension pour des cathodes basées sur le design NSTAR mais dont nous avons fait varier le rayon interne. En résumé, nous avons pu confirmer le comportement attendu intuitivement que l'accroissement de la surface géométrique de l'insert permettait d'obtenir un courant extrait plus important à température de l'émetteur identique. Une analyse plus fine montre que la cathode de plus grand rayon bénéficie également, à courant de décharge identique, d'une meilleure couverture par le plasma de son élément émissif. Ainsi, la densité de courant émis chute d'autant plus. Si les cathodes de plus grand rayon semblent chauffées de manière plus importante par les ions à faible courant de décharge, la tendance s'inverse de nouveau à plus fort courant, ce qui est bénéfique au regard de la problématique d'érosion déjà évoquée.

Suite à ces remarques, il est clair qu'un accroissement du rayon est la voie à suivre pour mettre au point de nouvelles cathode de plus haute puissance. Il est important de souligner le fait que la longueur utile de l'émetteur est avant tout gouvernée par le plasma : ainsi il serait totalement inutile de chercher à allonger uniquement l'élément émissif dans l'espoir d'accroître le courant total émis. Seule une couverture suffisante de l'émetteur (en accroissant le rayon de la cathode ou en faisant chuter sa pression interne) est susceptible de permettre en utilisation efficace de celui-ci.

Enfin, nous avons longuement étudié l'influence du rayon de l'orifice sur le comportement de la cathode, à la fois pour ses aspects internes liés à l'émission, et externes liés aux instabilités plasma. Nous avons pu constater que si un orifice étroit permet un fonctionnement « stable » de la cathode (mais non pas sans instabilité plasma, celle-ci est simplement saturée dans le modèle à une valeur seuil, liée physiquement à des effets cinétiques), le potentiel de décharge est alors très élevé. Dans cette situation, l'érosion du keeper par impact ionique sera également probablement accélérée. A contrario, un orifice plus large permet de faire chuter fortement le potentiel de décharge, mais cause l'apparition d'un comportement instationnaire qui peut éventuellement se transmettre aux paramètres électriques. Par rapport au fonctionnement interne de la cathode, un orifice plus large permet évidemment de faire chuter la pression interne de gaz, et donc d'aboutir à une meilleure utilisation de l'émetteur. Par contre, on a également pu observer qu'un orifice excessivement large pourrait causer une intensification du bombardement ionique de l'émetteur et donc son érosion prématurée.

Les tendances qui viennent d'être décrites peuvent fournir un guide à la conception de nouvelles cathodes, en particulier dédiées aux propulseurs de Hall haute puissance. On peut ainsi avancer que pour accroître le courant, il est préférable de commencer par élargir le corps de la cathode. On obtient alors immédiatement une utilisation plus uniforme de l'insert émissif. Cependant, si le courant est accru, il sera également nécessaire d'ouvrir plus largement l'orifice afin de ne pas exciter de manière continue l'instabilité plasma dans la plume. Cependant, le débit de gaz risque alors d'être trop faible (relativement à la section de l'orifice) et les instabilités plasma continueraient alors d'être présentes. Il est alors possible soit d'accroître globalement le débit à l'amont, soit de placer judicieusement un injecteur dans la plume et de réduire le débit amont : ainsi l'utilisation de l'émetteur serait plus homogène (ce qui y est favorable en termes de durée de vie), et l'instabilité plasma d'amplitude modérée. Enfin, un faible courant de keeper peut être collecté afin de limiter l'énergie moyenne des ions incidents, au détriment d'une petite fraction du courant de la décharge. Arrivé à ce point, la cathode obtenue devrait être à même de fonctionner à plus fort niveau de courant décharge, tout en maintenant une température raisonnable de l'émetteur. Bien entendu, il ne s'agit là que de tendances générales, qui ne prennent pas en compte les variations des paramètres thermiques (autres que purement géométriques) et qu'il serait préférable de confirmer d'abord par des simulations dans un cas pratique précis, avant de passer à une réalisation expérimentale coûteuse mais nécessaire.

## V. La cathode NSTAR fonctionne-t-elle avec un émetteur de type $\text{LaB}_6$ ?

Dans l'ensemble de cette étude, nous nous sommes concentrés sur une cathode fonctionnant à partir d'un émetteur fait d'oxyde de baryum ( $\text{BaO-W (411)}$ ). Des émetteurs de nature différente existent bien évidemment, qui se différencient entre autres par leur travail de sortie et donc leur gamme de fonctionnement en termes de température [20]. D'autres paramètres doivent être considérés, comme le taux d'évaporation de l'émetteur : par exemple à courant d'émission identique (inférieur à  $20 \text{ A.cm}^{-2}$ ), un émetteur fait d'héxaborure de lanthane ( $\text{LaB}_6$ ) s'évaporerait plus lentement qu'un émetteur basé sur l'oxyde de baryum ( $\text{BaO}$ ) [20]. Le contact mécanique avec les autres pièces de la cathode est également un élément à prendre en compte, puisque un émetteur basé sur le  $\text{LaB}_6$  par exemple est susceptible de voir son bore diffuser vers le métal du tube de la cathode. Enfin, les émetteurs  $\text{LaB}_6$  sont connus pour être plus résistants aux impuretés du gaz propulsif que les émetteurs  $\text{BaO}$  [3] ce qui en facilite le conditionnement et l'utilisation en conditions réelles (c.-à-d. hors laboratoire).

Ces différentes considérations et contraintes dépassent très largement le cadre de l'étude effectuée ici. Cependant, il faut noter que des cathodes basées sur des émetteurs de type  $\text{LaB}_6$  sont très sérieusement envisagées [21,28] pour répondre aux besoins de la propulsion haute puissance, en particulier en raison de leur plus faible taux d'évaporation que les cathodes  $\text{BaO}$ . Nous nous proposons ici, de manière totalement artificielle, de substituer dans la cathode NSTAR un émetteur  $\text{LaB}_6$  à l'émetteur  $\text{BaO}$  original et d'évaluer les performances de la cathode obtenue. Il est clair que le fonctionnement de la cathode obtenue ne sera probablement pas optimal au regard des critères définis précédemment (température des parois, érosion, rôle de l'ionisation en volume, surface utile de

l'émetteur...). Cependant il reste intéressant de mettre en évidence les différences de fonctionnement induites par la modification de la nature de l'émetteur.

### A. Modifications du modèle

Pour prendre en compte ce nouvel émetteur, quelques modifications doivent être opérées dans le modèle. En particulier, le travail de sortie de l'élément émissif est modifié, et on a fixé sa dépendance envers la température sous la forme suivante (mesurée expérimentalement) [24] :

$$\phi_{WF, LaB_6}(T_w) = 2.66 + 1.23 \times 10^{-4} \cdot T_w [eV] \quad (V.1)$$

où  $\phi_{WF}$  est le travail de sortie de l'émetteur et  $T_w$  est la température de la paroi. Pour rappel, on avait  $\phi_{WF, BaO}(T_w) = 1.67 + 2.82 \times 10^{-4} \cdot T_w [eV]$ . La comparaison des travaux de sortie, associés à la loi de Richardson (qui décrit l'émission thermoionique chapitre II) nous montre que l'émetteur  $LaB_6$  devra être porté à plus haute température que l'émetteur étudié précédemment basé sur le  $BaO$ , puisque la barrière de potentiel qui s'oppose à l'émission électronique dans le cas de ce nouvel émetteur est plus importante.

Les pré-calculs nécessaires au modèle de gaine (cf. chapitre II) sont effectués pour ce nouvel émetteur sur une large gamme de température de la paroi, de 1400 à 2300 K.

En pratique, l'émetteur  $BaO-W$  (411) est constitué d'une matrice couverte d'une couche d'oxyde de baryum de faible travail de sortie qui est l'élément réellement émissif de cathode. Pour ces émetteurs, la couverture de la surface de la matrice par le  $BaO$ , ainsi que des processus chimiques et de migration sont susceptibles de jouer un rôle dans le courant d'émission obtenu [3]. Au contraire, l'émetteur  $LaB_6$  est un matériau cristallin dont l'ensemble du volume est à même d'émettre des électrons. En fonctionnement, il semble qu'une surface stable émissive s'établisse face au plasma grâce à l'évaporation progressive du matériau émissif et ce malgré les impacts ioniques provoqués par le bombardement plasma [3]. Dans ces conditions, il est préférable a priori de ne pas tenir compte d'un effet de porosité (ou ici plutôt de rugosité) éventuel de la surface du  $LaB_6$ , contrairement au cas de l'émetteur  $BaO$ . On fixera donc  $K_{EM} = 1$  dans cette partie (cf. chapitre II). Expérimentalement, il serait intéressant de réaliser une analyse physique de la surface sur un émetteur  $LaB_6$  après qu'il ait été utilisé dans une cathode, afin de caractériser son évolution éventuelle sous l'effet du bombardement par le plasma.

Enfin, la conductivité thermique de l'émetteur  $\lambda_{LaB_6}$  est modifiée afin de s'accorder avec les caractéristiques physiques du matériau. On a pris  $\lambda_{LaB_6} = 45 W.m^{-1}.K^{-1}$ . Les autres paramètres thermiques de la cathode sont inchangés, et notamment la conductivité thermique surfacique entre le tube et l'émetteur. Ce dernier point est évidemment une simplification (voire une erreur) dans la mesure où l'interface thermique entre le tube et l'émetteur serait physiquement certainement modifiée pour ce nouvel émetteur. Cependant, cet exemple sera suffisant à titre illustratif pour notre modèle.

Les différents paramètres géométriques de la cathode sont inchangés.

## B. Comportement d'une cathode à émetteur LaB<sub>6</sub> en fonction du courant extrait

Comme précédemment, le débit de gaz injecté dans la cathode vaut 3.6 SCCM et le courant extrait du keeper est fixé à  $I_K = 1.5$  A. Des simulations ont été réalisées pour la gamme de courant  $I_e \in [5 \text{ A}, 25 \text{ A}]$ .

On a représenté ci-dessous l'évolution du bilan de courant macroscopique (courant d'électrons émis  $I_e^{em}$ , absorbés  $I_e^{ab}$  et courant d'ion absorbés  $I_i^{ab}$ ), ainsi que des potentiels électrique à l'anode  $\phi_{anode}$ , au niveau du keeper  $\phi_{keeper}$  et du potentiel plasma sur l'axe de la cathode dans le plan du keeper  $\phi_{orf,keeper}$ .

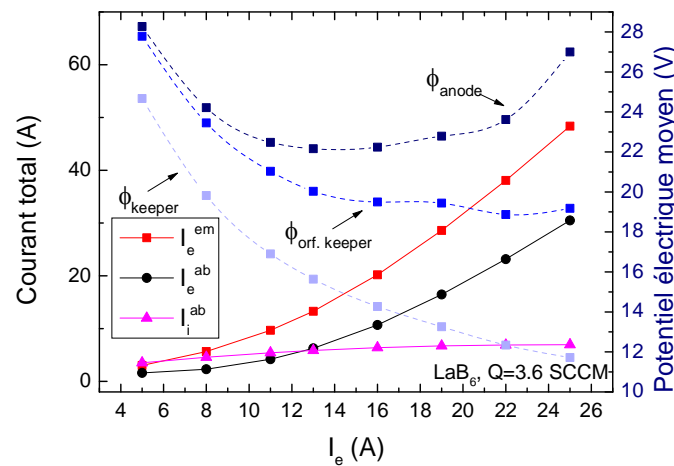


Figure V-27 : Evolution en fonction du courant de décharge  $I_e$  des valeurs moyennes du potentiel électrique à l'anode ( $\phi_{anode}$ ), du potentiel plasma sur l'axe de la cathode dans le plan de sortie du keeper ( $\phi_{orf,keeper}$ ) et du potentiel électrique du keeper ( $\phi_{keeper}$ ). Les courants perdus aux parois (ionique et électronique  $I_i^{ab}$  et  $I_e^{ab}$ ) et émis ( $I_e^{em}$ ) sont également représentés. L'émetteur employé est un émetteur de type LaB<sub>6</sub>.

Les tendances obtenues sur la figure V-27 ci-dessus restent qualitativement similaires à celles présentées pour le cas analogue employant un émetteur à base de BaO (fig. V-1). On retrouve en particulier un minimum local de la caractéristique courant-tension, bordé à faible courant par une remontée brutale du potentiel à l'anode, qui s'explique d'une part par le rôle important de l'ionisation en volume lorsque les parois sont froides pour satisfaire le bilan de courant et d'autre part par la difficulté pour le plasma interne de transporter le courant électronique lorsque la densité plasma est faible. Au contraire, à fort courant de décharge, les parois sont chauffées et l'émission thermoionique prend de l'importance au détriment de l'ionisation en volume. La chute de potentiel dans la région interne peut donc diminuer ( $\phi_{orf,keeper}$ ). Au fur et à mesure que  $I_e$  continue d'augmenter, la résistivité de la plume, et les instabilités plasma, gagnent en importance, ce qui accroît le potentiel électrique à l'anode.

Quantitativement, le fonctionnement de la cathode LaB<sub>6</sub> diffère tout de même de la cathode BaO. En particulier, le potentiel de décharge simulé pour la cathode LaB<sub>6</sub> est supérieur de quelques volts à celui pour la cathode BaO, et le courant d'émission est approximativement deux fois inférieur à celui simulé dans la cathode BaO lorsque  $I_e = 22$  A. La faible valeur de  $I_e^{em}$  est évidemment le résultat du plus grand travail de sortie du LaB<sub>6</sub> par rapport à

l'émetteur BaO (équation (V.1)), bien que la température de l'émetteur dans la cathode LaB<sub>6</sub> soit en fait plus élevée que dans la cathode BaO. En effet, la figure V-28 ci-dessous représente les températures minimale et maximale de l'insert émissif, ainsi que la puissance déposée par les ions et les électrons sur l'insert, et la puissance dépensée dans l'émission électronique.

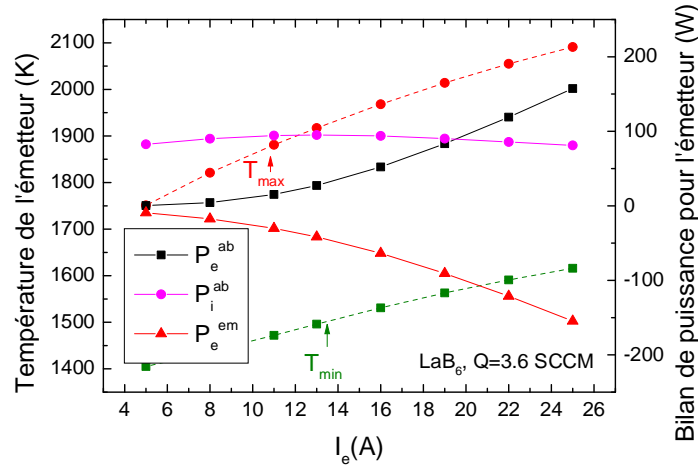


Figure V-28 : Evolution en fonction de  $I_e$  des températures minimale et maximale de l'insert émissif et puissance directement apportée à l'insert émissif par impact électronique ( $P_e^{ab}$ ) et ionique ( $P_i^{ab}$ ) et dissipée dans l'émission électronique ( $P_e^{em}$ ). L'émetteur employé est un émetteur LaB<sub>6</sub>.

Les températures simulées ici sont plus élevées que pour l'émetteur BaO, puisque la température maximale obtenue lorsque  $I_e = 22$  A n'était que de 1600 K (cf. fig. V-2). L'accroissement de la température pour l'émetteur LaB<sub>6</sub> est essentiellement dû au renforcement du bombardement ionique : la puissance déposée par les ions sur l'émetteur atteint ici près de 100 W contre bien moins de 50 W pour l'émetteur BaO. L'énergie dissipée dans l'émission ( $P_e^{em}$ ) est naturellement plus faible que dans la cathode BaO, puisque  $I_e^{em}$  est lui-même plus faible. L'ensemble de ces remarques laisse penser, et en particulier pour les petites valeurs de  $I_e$ , que les ions jouent un rôle de plus grande importance dans cette cathode LaB<sub>6</sub> que pour la cathode BaO originale.

Ceci est confirmé par la figure V-29 ci-dessous. Comme on peut le voir, à faible courant, la majorité du courant de la décharge est fournie par l'ionisation en volume (courbe noire) : 40 % seulement du courant total équivalent produit provient de l'émission. Cette situation contraste avec celle obtenue pour la cathode BaO dans laquelle, même dans le cas  $I_e = 5$  A, 75 % du courant total équivalent produit provenait de l'émission électronique. Dans le même temps, le potentiel de gaine croît à faible  $I_e$  dans la cathode LaB<sub>6</sub> pour tenter d'accroître l'émission (par effet Schottky). Le bombardement ionique s'intensifie alors, ce qui s'ajoute à l'effet d'un flux d'ions créés en volume plus important que dans le cas BaO. Par conséquent, le chauffage ionique de l'émetteur reste dominant jusqu'à 18 A dans la cathode LaB<sub>6</sub> (courbe rouge, figure V-29), alors qu'il représentait approximativement 10 % de l'apport en énergie dans les mêmes conditions dans la cathode BaO.

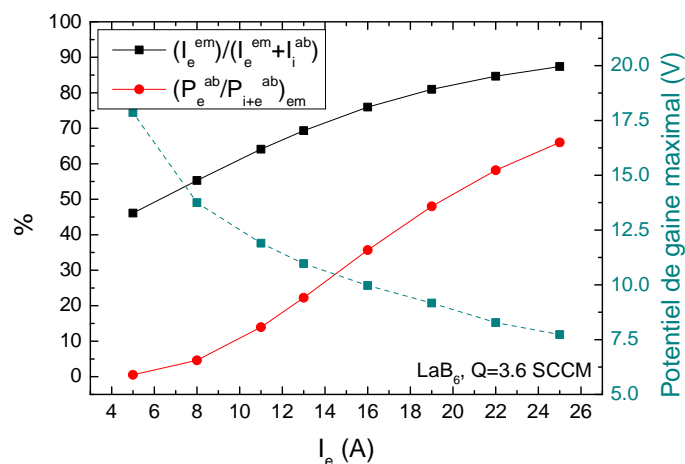


Figure V-29 : Fraction de courant émis aux parois dans le courant électronique total produit, fraction de puissance apportée le bombardement électronique à l'élément émissif (échelle de gauche) et potentiel de gaine maximal face à l'émetteur (échelle de droite). L'émetteur employé est un émetteur LaB<sub>6</sub>.

On constate qu'à plus fort courant, la cathode LaB<sub>6</sub> se rapproche de plus en plus d'un fonctionnement basé sur l'émission aux parois et sur le chauffage électronique de l'émetteur. Si l'émetteur LaB<sub>6</sub> serait probablement plus rapidement dégradé par le bombardement ionique à faible courant  $I_e$  que l'émetteur BaO, la tendance semble s'estomper aux plus fortes valeurs de  $I_e$ .

Pour conclure au sujet du comportement de cette cathode, on a tracé sur la figure V-30 ci-dessous l'évolution de sa pression interne, de la longueur utile de l'élément émissif et de la densité maximale de courant émis :

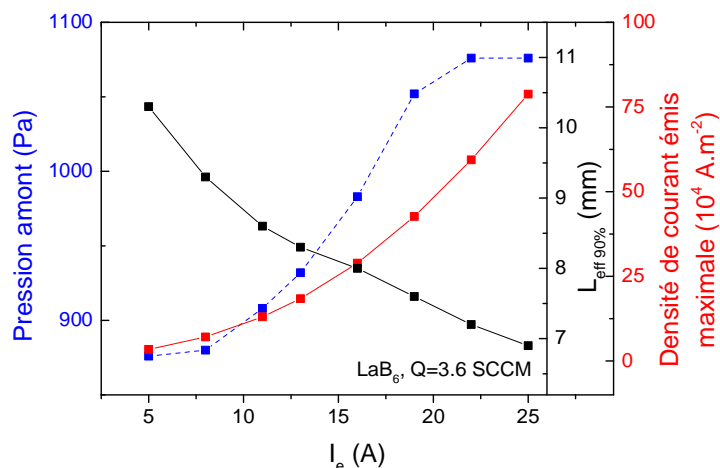


Figure V-30 : Pression de gaz simulée à l'amont de la cathode, longueur effective « utile » de l'élément émissif ( $L_{eff\ 90\%}$ ) et densité maximale de courant d'émission thermoionique en fonction du courant de décharge  $I_e$ . L'émetteur employé est un émetteur LaB<sub>6</sub>.

On retrouve ici les tendances déjà constatées pour l'émetteur BaO d'une augmentation de la pression interne lorsque  $I_e$  croît, tandis que la longueur utile de l'émetteur chute et que la densité de courant augmente. On pourra constater que l'amplitude des variations de pression interne est ici bien plus faible sur la gamme de courant de courant envisagée que pour l'émetteur BaO (autour de 200 Pa contre 700 Pa pour l'émetteur BaO). La chute de la

densité de courant émis dans le cas  $\text{LaB}_6$  relativement à l'émetteur  $\text{BaO}$  s'explique par une surface émissive utile accrue, ainsi que le plus faible courant d'émission total. Cependant, il ne faut pas oublier que là où l'émetteur  $\text{BaO}$  était supposé poreux, ce qui réduisait le courant réel émis depuis un élément de surface microscopique d'un facteur  $K_{EM} = 2$ , ce n'est pas le cas ici puisque l'on a supposé l'émetteur  $\text{LaB}_6$  lisse.

De nouveau, une caractérisation de la surface d'un émetteur  $\text{LaB}_6$  usagé permettrait de clarifier la véracité de cette hypothèse. Si l'émetteur  $\text{LaB}_6$  reste effectivement lisse, le taux d'érosion maximal (lié au pic de courant d'émission) pour la cathode  $\text{LaB}_6$  pourrait être finalement être proche de celui de la cathode  $\text{BaO}$  (cf. fig. V-4) à partir de  $I_e = 16 \text{ A}$ , tandis qu'il pourrait chuter si une rugosité se développe sous l'effet du bombardement plasma et accroît la surface effective de l'émetteur  $\text{LaB}_6$ .

Enfin, nous ne discuterons pas du comportement du plasma de la plume (et du développement de l'instabilité acoustique ionique) dans la mesure où celui-ci n'est pas directement lié à la nature de l'élément émissif : la physique de la plume est avant tout la conséquence de phénomènes liés au transport électronique dans la plume, qui ont été analysés au cours des parties précédentes pour la cathode  $\text{BaO}$  et sont entièrement transposables à la cathode  $\text{LaB}_6$  présentée ici.

### C. Intérêt de l'émetteur $\text{LaB}_6$ vis-à-vis de l'émetteur $\text{BaO}$

A partir des tendances mises en évidence dans les simulations réalisées dans la section précédente, il est possible de formuler un avis sur les intérêts comparés des émetteurs  $\text{LaB}_6$  et  $\text{BaO}$ . On ne reproduira pas ici les remarques formulées en préambule de la partie V et nous nous concentrerons ici sur les grandeurs simulées par le modèle couplé plasma/thermique.

On a pu observer que dans la cathode  $\text{LaB}_6$  analysée, relativement à la cathode  $\text{BaO}$ , un rôle plus important était donné à l'ionisation en volume dans la production du courant électronique à courant de décharge identique. Ceci provient du travail de sortie plus élevé de l'émetteur  $\text{LaB}_6$  qui nécessite indirectement une plus forte température des parois pour émettre efficacement. A faible courant de décharge, l'émetteur est intensément bombardé par les ions du plasma ce qui accélère son érosion. Bien que ce soit également vrai pour l'émetteur  $\text{BaO}$ , la transition vers un bombardement majoritairement électronique de l'émetteur  $\text{LaB}_6$  se fait à courant de décharge  $I_e$  plus intense que pour l'émetteur  $\text{BaO}$ . A titre de comparaison, plus 50 % de la puissance déposée sur l'émetteur provient du bombardement électronique pour la cathode  $\text{BaO}$  dès que le courant de décharge dépasse 8 A, tandis que pour une même conception de cathode mais basée sur un émetteur  $\text{LaB}_6$ , le courant devrait atteindre 18 A pour reproduire un comportement analogue. Il est clair que l'analyse proposée ici ne rend pas justice aux capacités des cathodes  $\text{LaB}_6$  puisqu'une meilleure isolation thermique de la cathode permettrait d'abaisser ce point de transition vers de plus faibles courants de décharge. A fort courant de décharge, l'érosion par impact ionique ne devrait pas conduire à l'usure prématurée de l'émetteur  $\text{LaB}_6$  par rapport à l'émetteur  $\text{BaO}$ .

On a eu l'occasion d'évoquer à plusieurs reprises le taux d'évaporation plus faible ou comparable de l'émetteur  $\text{LaB}_6$  par rapport à l'émetteur  $\text{BaO}$  tant que la densité de courant

émis reste inférieure à  $20 \text{ A.cm}^{-2}$  [20]. Il faut ajouter qu'alors que l'émetteur BaO est constitué d'une matrice sur laquelle est déposé l'élément émissif, l'émetteur LaB<sub>6</sub> est massif, et embarque donc une plus grande masse initiale d'élément émissif. Ainsi, à courant de décharge équivalent (pour  $I_e = 13 \text{ A}$  dans nos simulations, cf. fig. V-4 et V-30), l'émetteur LaB<sub>6</sub> est susceptible d'offrir une meilleure résistance à l'érosion et une meilleure durée de vie que l'émetteur BaO.

Au regard des tendances géométriques exposées dans la partie IV, il est clair que le choix d'un émetteur LaB<sub>6</sub>, associé à un rayon interne large et une pression interne suffisamment basse pour offrir une grande surface émissive utile, pourrait permettre de développer une cathode adaptée aux moyens et forts courants de décharge ( $I_e > 15 \text{ A}$ ), et durable sous réserve de choisir les paramètres pour maintenir la densité de courant d'émission sous la barre des  $20 \text{ A.cm}^{-2}$ . Si le courant de décharge visé est inférieur à  $15 \text{ A}$ , il est évident que l'émission électronique substantielle à faible température de l'émetteur BaO en fait un meilleur candidat du point de vue des simulations plasma, puisque celui-ci sera moins sujet au bombardement ionique.

Par contre, que le choix se porte sur un émetteur à base de BaO ou de LaB<sub>6</sub> n'influence pas le comportement de la plume et des instabilités plasma qui gouvernent la caractéristique courant-tension et l'érosion du keeper à fort courant. Dans tous les cas, les choix du rayon de l'orifice et du débit de gaz devront être adaptés. Le rayon de l'orifice et le débit de gaz devront être suffisamment grands pour limiter l'instabilité acoustique ionique pour un niveau de courant de décharge donné.

Encore une fois on rappelle que les tendances détaillées ici ne sont obtenues qu'à partir des résultats de simulation plasma, et le comportement thermique et mécanique des matériaux est susceptible d'imposer ses propres contraintes. La phase d'allumage de la cathode pourrait également limiter inférieurement la taille de l'orifice autorisée. Enfin, on souligne une nouvelle fois que puisque cette étude se destine aux propulseurs de Hall, aucun champ magnétique externe n'a été appliqué. Cependant, l'application d'un champ magnétique axial dans la plume pourrait possiblement confiner les électrons radialement, accroître la densité plasma, et en définitive faciliter le transport du courant dans la plume en limitant les instabilités.

## VI. Conclusion

Au cours de chapitre nous avons employé le modèle prédictif de cathode développé afin d'évaluer physiquement l'influence de divers paramètres relatifs au point de fonctionnement et à la géométrie d'une cathode à émetteur à oxyde de baryum. Nous avons mis en évidence des tendances qui pourraient permettre de guider le développement de cathodes à fort courant. Le modèle numérique serait également susceptible de fournir des informations physiques utiles pour soutenir ou rejeter une conception potentielle cathode avant de passer à sa réalisation pratique. La possibilité de simuler une cathode basée sur un émetteur de quelque nature que ce soit achève de démontrer la versatilité du modèle proposé.

Il reste néanmoins vrai que le modèle numérique complet reste un outil puissant mais dont l'exploitation nécessite de se pencher individuellement sur chacune des grandeurs simulées



pour appréhender la physique de la cathode. Idéalement, il aurait été souhaitable de pouvoir simplifier le modèle afin d'en dériver un modèle phénoménologique simple capable de reproduire les grandes tendances du modèle complet. Néanmoins, il est vite apparu que les forts gradients de l'ensemble des grandeurs physiques qui gouvernent l'émission (densité plasma, température de l'émetteur, potentiel de gaine), ainsi que leurs interdépendances, rendent impossible la mise au point d'un modèle 0 D représentatif de la complexité du fonctionnement de la cathode. Le passage par une étape de simulation numérique dans le développement de nouvelles cathodes reste probablement une solution plus fiable qu'une extrapolation à partir de lois empiriques nécessairement simplistes.



## Chapitre VI. Une conception alternative de cathode : une cathode à pastille LaB<sub>6</sub>

---

### Table des matières :

I.	Généralités.....	178
II.	Description de la cathode et du modèle .....	178
III.	Simulations.....	179
A.	Point de fonctionnement à faible courant : $I_e = 4.8 A$ .....	180
B.	Point de fonctionnement à fort courant $I_e = 12 A$ .....	186
IV.	Bilan .....	192

### I. Généralités

Au cours des chapitres précédents (chapitres II à V), nous nous sommes concentrés sur la description d'une cathode dont la géométrie est typique des cathodes creuses : la cathode NSTAR développée par la NASA au JPL. Dans la cathode NSTAR, l'émetteur électronique est cylindrique et le plasma s'établit en son sein. D'autres géométries sont cependant possibles, notamment au niveau de la forme de l'insert émissif. Dans ce chapitre, nous proposons d'étudier le cas d'une cathode utilisant un émetteur de type  $\text{LaB}_6$  sous forme de pastille [32,68] développée initialement par l'institut moscovite d'ingénierie radio, électronique et automatique (MIREA). Cette cathode fait l'objet depuis septembre 2015 d'une étude expérimentale au laboratoire ICARE à Orléans [32]. Les simulations réalisées pour cette cathode seront l'occasion pour nous d'illustrer la généralité et la versatilité du modèle de cathode développé, et en particulier sa capacité à simuler tout type de configuration de cathode émissive.

Contrairement à la cathode NSTAR, cette cathode n'a pas été conçue dès le départ pour fonctionner dans un mode auto-thermique : selon le courant de décharge imposé, elle peut nécessiter le chauffage continu de la pastille émissive. De plus, les transferts thermiques entre les différents éléments n'ont pas à ce stade été caractérisés expérimentalement, ce qui limite pour l'instant l'applicabilité d'un modèle thermique de la cathode. Ainsi, dans ce chapitre, nous avons fait le choix d'imposer la température de l'élément émissif en nous appuyant sur les mesures expérimentales [32] réalisées dans la cathode en fonctionnement à l'aide de thermocouples et d'une caméra IR. On supposera dans le modèle que la température de la pastille émissive est uniforme.

### II. Description de la cathode et du modèle

La cathode modélisée dans ce chapitre est schématisée de manière simplifiée sur la figure VI-1 ci-dessous. La cathode se compose d'un ensemble de pièces métalliques (le four) chargé de maintenir la pastille émissive et de la porter à la température adéquate grâce à un filament de chauffage. Ces éléments sont connectés à la masse du système. Le corps externe métallique, à potentiel électrique flottant, vient refermer le tout. Un débit imposé de xénon neutre ( $4\text{ SCCM}$ ) est injecté à l'amont à l'intérieur du corps externe mais à l'extérieur du four. A l'aval de l'orifice du corps externe, les dimensions de la région d'extraction du courant et de l'anode collectrice sont les mêmes que celles employées précédemment pour la cathode NSTAR dans le chapitre III. Les différentes conditions aux limites sont en tous points similaires à celles déjà employées dans le cadre de la cathode NSTAR (chapitres II et chapitre III) et le lecteur pourra se référer à celles-ci pour plus de précisions. Pour résumer, on dira que l'ensemble des éléments qui bordent le domaine plasma sont supposés métalliques, et contribuent à la recombinaison des ions incidents, à l'exception près, comme précédemment, de la frontière du corps externe face à la plume où les ions incidents sont simplement perdus. L'émetteur thermoionique, fait de  $\text{LaB}_6$ , est représenté par le modèle de gaine émissive, associé au travail de sortie (relation (V.1) issue de [24]) déjà exprimé dans le chapitre V lorsque nous nous sommes intéressés à l'utilisation d'un émetteur  $\text{LaB}_6$  dans la cathode NSTAR. On a supposé ici que l'émetteur  $\text{LaB}_6$  est parfaitement lisse et on prendra donc  $K_{EM} = 1$  (voir le chapitre III au sujet du coefficient de surface effective de l'émetteur).

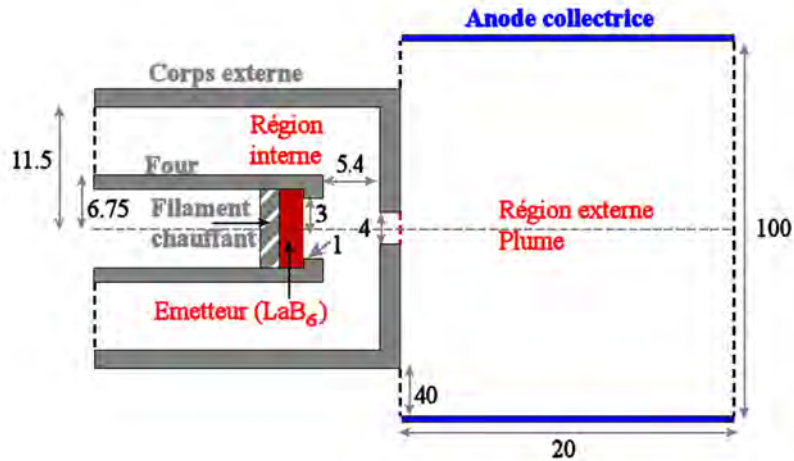


Figure VI-1 : Domaine de simulation de la cathode employant une pastille émissive en LaB<sub>6</sub>. L'amont de la cathode où est injecté le xénon se situe sur la gauche de domaine. Les traits discontinus noirs représentent les frontières non physiques du domaine de simulation. La partie interne du four n'est pas incluse dans le domaine de simulation. Les dimensions sont données en mm et ont été fournies par R. Jousot (laboratoire ICARE, Orléans). Le corps externe est flottant. Le trait discontinu horizontal correspond à l'axe de symétrie cylindrique du domaine.

Expérimentalement, une électrode externe filaire (nommée *igniter*) est placée à l'aval de la cathode dans la plume afin de permettre le claquage du gaz et l'allumage de la cathode. Une fois la cathode en fonctionnement, cette électrode n'est plus utilisée et devient flottante. Nous n'avons pas représenté cette électrode dans le modèle. Enfin, il faut mentionner que dans la situation expérimentale, l'anode du système (pour un tir en mode diode) est un disque (percé sur l'axe) en acier inoxydable placé à 3 cm du plan de sortie de l'orifice. Dans le modèle, une anode cylindrique identique au cas de simulation de la cathode NSTAR a été employée.

Les équations qui gouvernent le comportement du plasma et des neutres sont évidemment les mêmes que précédemment. Dans l'ensemble, le modèle est identique à celui employé à partir de la fin du chapitre III pour obtenir nos résultats de simulation à propos de la cathode NSTAR. Les effets de l'instabilité acoustique ionique sont pris en compte dans ce chapitre, et on conserve le même seuil de saturation de celle-ci que dans le cas de la cathode NSTAR, à savoir  $\alpha_{nT_e} = 3 \times 10^{-3}$  (cf. chapitre III).

D'un point de vue pratique, on notera que les simulations de cette cathode ont été réalisées sans utiliser la méthode d'accélération de l'obtention de l'écoulement neutre stationnaire (cf. chapitre II) : cette méthode conduisait invariablement dans cette cathode à une pression neutre extrêmement faible (quelques Pascals) et à un fonctionnement physiquement incorrect. Le temps de calcul sur cette géométrie nécessaire à l'obtention d'un état stationnaire à partir d'un écoulement neutre établi est l'ordre de la dizaine d'heures.

### III. Simulations

Nous nous intéressons dans cette partie à deux points de fonctionnement de la cathode à pastille LaB<sub>6</sub> : un cas à faible courant ( $I_e = 4.8 \text{ A}$ ) et un second à courant plus important ( $I_e = 12 \text{ A}$ ). Les mesures de température de l'élément émissif pour ces deux points de fonctionnement ont été réalisées par R. Jousot au laboratoire ICARE (Université d'Orléans).

Les paramètres de fonctionnement pour les deux simulations réalisées dans ce chapitre sont résumés dans le tableau ci-dessous :

	Faible courant	Fort courant
<b>Courant de décharge <math>I_e</math></b>	4.8 A	12 A
<b>Débit neutre <math>Q</math></b>	4 SCCM	4 SCCM
<b>Température de l'émetteur</b>	1913 K	2073 K

Tableau VI-1 : Paramètres de fonctionnement pour la cathode à pastille  $\text{LaB}_6$  modélisée dans ce chapitre.

Expérimentalement, le comportement de la cathode diffère visuellement entre ces deux points de fonctionnement. Les photographies ci-dessous illustrent le fonctionnement de la cathode dans les deux conditions considérées ici :

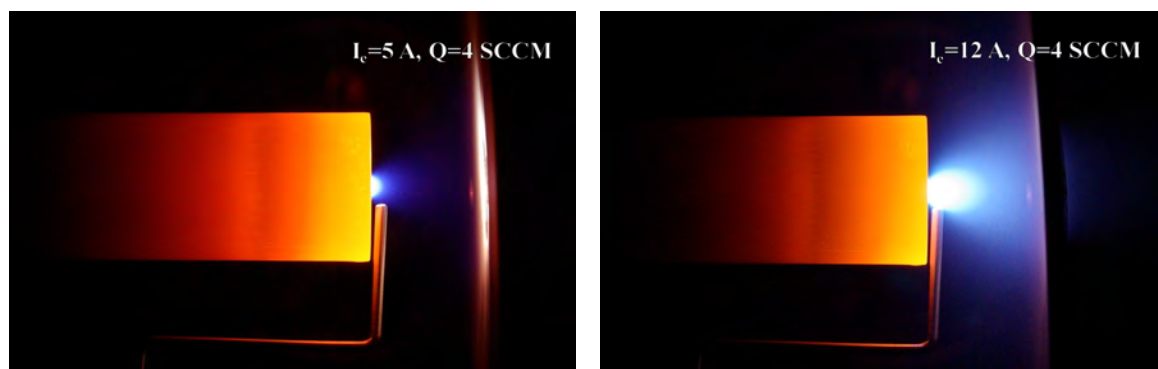


Figure VI-2 : Mode *spot* ( $I_e = 5 A$ ) et mode *plume* ( $I_e = 12 A$ ) pour la cathode  $\text{LaB}_6$ . L'électrode filaire externe (*igniter*) est à potentiel flottant. On aperçoit l'anode sur sa tranche sur la droite des photos. Ces prises de vues ont été réalisées par R. Jousot au laboratoire ICARE [32] et sont reproduites ici avec sa permission.

On remarque immédiatement la forte émission lumineuse à l'aval de l'orifice de la cathode. Cependant, alors qu'elle est limitée à un point lumineux dans le cas à faible courant ( $I_e = 5 A$ ), une zone lumineuse bien plus étendue est visible lorsque le courant est plus intense ( $I_e = 12 A$ ). On verra qu'il est possible de retrouver qualitativement cette différence visuelle dans les résultats de simulation. Du point de vue des paramètres électriques expérimentaux, le mode *plume* est connu pour être associé à des fluctuations du courant de décharge à potentiel de décharge fixé. On cherchera à mettre en évidence ces fluctuations par la simulation. Enfin, on peut mentionner qu'il semble possible expérimentalement de passer du mode *plume* au mode *spot* en faisant varier la puissance de chauffage externe apportée à l'élément émissif.

#### A. Point de fonctionnement à faible courant : $I_e = 4.8 A$

##### 1) Résultats de simulation 2 D

On s'intéresse ici au fonctionnement de la cathode à pastille  $\text{LaB}_6$  dans le cas à faible courant de décharge (cf. tableau VI-1),  $I_e = 4.8 A$ . Les résultats de simulation présentés dans cette section correspondent à une situation stationnaire. Comme pour la cathode NSTAR précédemment, la cathode présente une symétrie de révolution autour de l'axe horizontal (cf. fig. VI-1).

La figure VI-3 ci-dessous représente la densité plasma ainsi que la densité neutre dans le domaine de simulation :

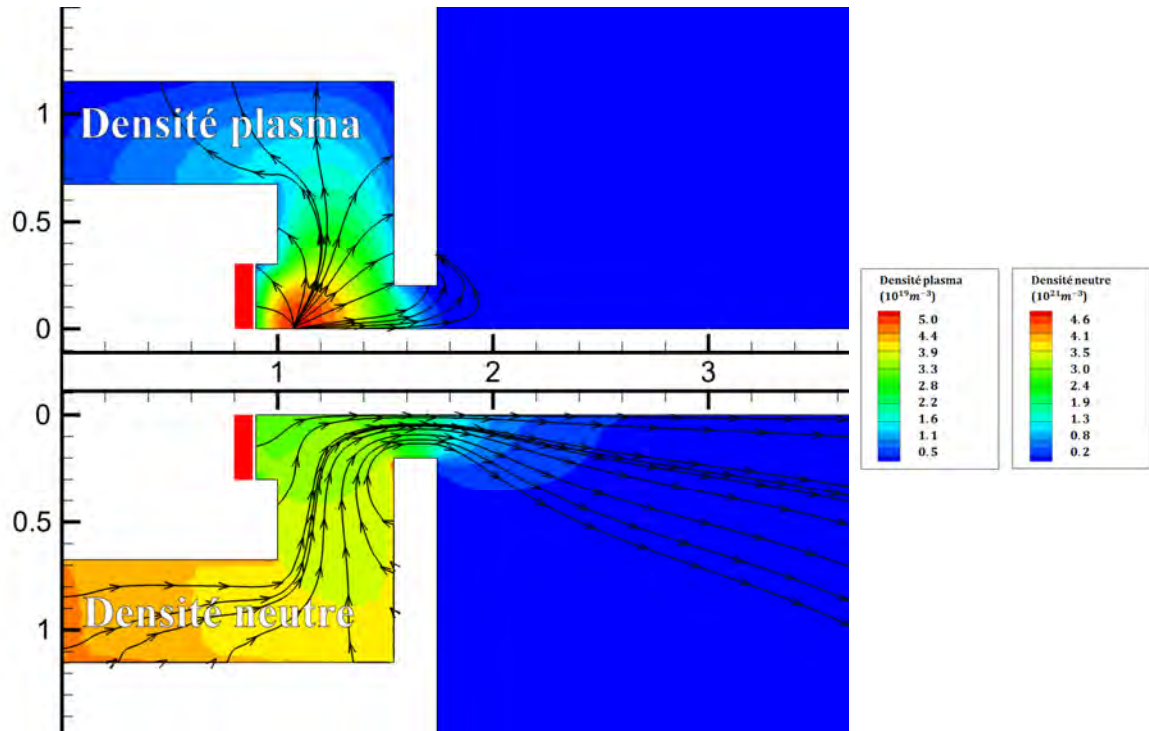


Figure VI-3 : Densité plasma et densité neutre simulées dans la cathode à pastille LaB6 pour le cas  $I_e = 4.8 \text{ A}$ . Les lignes de courant ionique et d'écoulement neutre sont tracées respectivement sur le profil de densité plasma et de densité neutre. La pastille émissive est symbolisée par un pavé rouge. L'aval de la cathode et la région d'extraction se trouvent sur la droite de cette figure.

On constate que le plasma se forme dans une région étroite de la cathode immédiatement face à la pastille émissive. A l'aval de l'orifice, la densité plasma décroît très rapidement tandis que côté amont, le plasma remonte le long des parois latérales du four sur une courte distance. Au niveau du maximum de densité plasma, face à la pastille, les neutres sont « consommés » dans l'ionisation et sont également perdus en grand nombre par l'orifice. En effet, en comparaison de la cathode NSTAR, la cathode à pastille étudiée ici présente un orifice bien plus large (rayon de  $2 \text{ mm}$  contre  $0.5 \text{ mm}$  dans la cathode NSTAR) bien que le débit de gaz à l'amont soit presque identique ( $4 \text{ SSCM}$  contre  $3.6 \text{ SSCM}$  dans la cathode NSTAR). Ainsi, intuitivement, on ne s'attend pas à retrouver ici l'effet de « bouchon » causé par le plasma dans la cathode NSTAR. En effet, les densités plasma et neutre simulées dans la cathode à pastille sont toutes deux plus faibles d'au moins un ordre de grandeur par rapport à la cathode NSTAR.

L'écoulement neutre (lignes d'écoulement sur la figure VI-3) est peu perturbé par le plasma et seule la neutralisation des ions incidents aux parois (principalement sur le corps externe flottant) contribue réellement à modifier le champ de vitesse de l'écoulement. Enfin on peut remarquer la présence d'ions qui viennent frapper à la fois la face interne et la face externe de la paroi de l'orifice. Ces ions sont évidemment susceptibles de provoquer l'érosion de cet élément. Nous reviendrons sur ce point dans la suite.

Pour poursuivre notre analyse, on a tracé sur la figure VI-4 ci-dessous le potentiel plasma et la température électronique simulés dans la cathode :

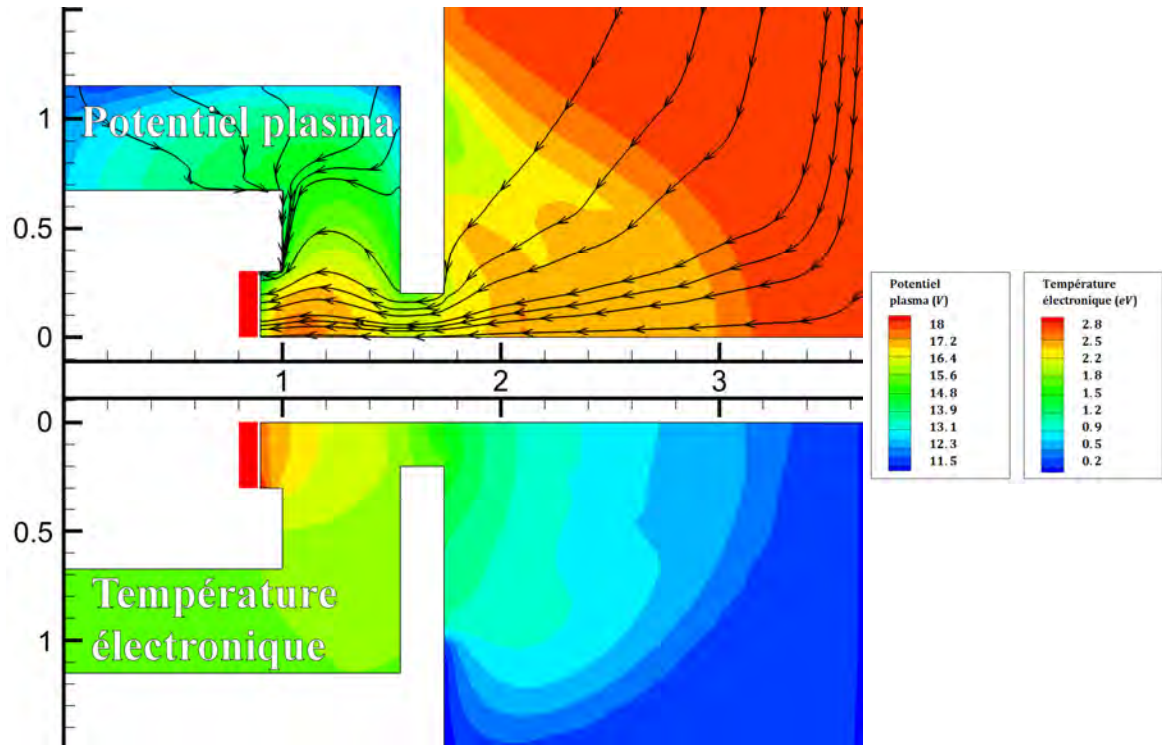


Figure VI-4 : Potentiel plasma et température électronique simulés dans la cathode à pastille  $\text{LaB}_6$  pour le cas  $I_e = 4.8\text{ A}$ . Les lignes de courant électronique sont superposées sur le profil de potentiel plasma. La pastille émissive est symbolisée par un pavé rouge. L'aval de la cathode et la région d'extraction se trouvent sur la droite de cette figure.

Le potentiel plasma est maximal au niveau de l'anode (cylindrique dans la région à l'aval de l'orifice sur la figure VI-4) afin d'extraire le courant électronique. On constate cependant un maximum local du potentiel plasma face à l'émetteur électronique (et un minimum local dans le plan de l'orifice) qui peut s'interpréter en remarquant que les gradients de densité plasma (fig. VI-3) et de température électronique (fig. VI-4) sont tous deux correctement orientés pour permettre aux électrons d'être extraits de la cathode par effet du gradient de pression électronique malgré la décroissance du potentiel plasma. Ceci est confirmé par les lignes de courant électronique (fig. VI-4) qui sont extraites de la cathode comme attendu. On remarquera que les lignes de courant électronique extraites de la cathode prennent appui sur la quasi intégralité de l'émetteur, contrairement au cas de la cathode NSTAR (cf. chapitre III), ce qui illustre ici l'utilisation homogène de la pastille émissive.

Enfin, on notera que la température électronique décroît rapidement à l'aval de l'orifice. En pratique, on en déduit que si une émission lumineuse est visible dans la plume de la cathode (due à l'excitation du xénon par impact électronique), elle sera probablement restreinte à la proximité immédiate de l'orifice. Il est donc légitime d'associer ces résultats de simulation au mode *spot* de la cathode visible sur les résultats expérimentaux à faible courant de décharge (fig. VI-2).

Pour conclure cette présentation des résultats de simulation 2 D dans le cas à faible courant, on a tracé sur la figure VI-5 ci-dessous la pression neutre et le terme source d'ionisation (production de paires électron-ion par unité de volume et de temps) dans le domaine de simulation :



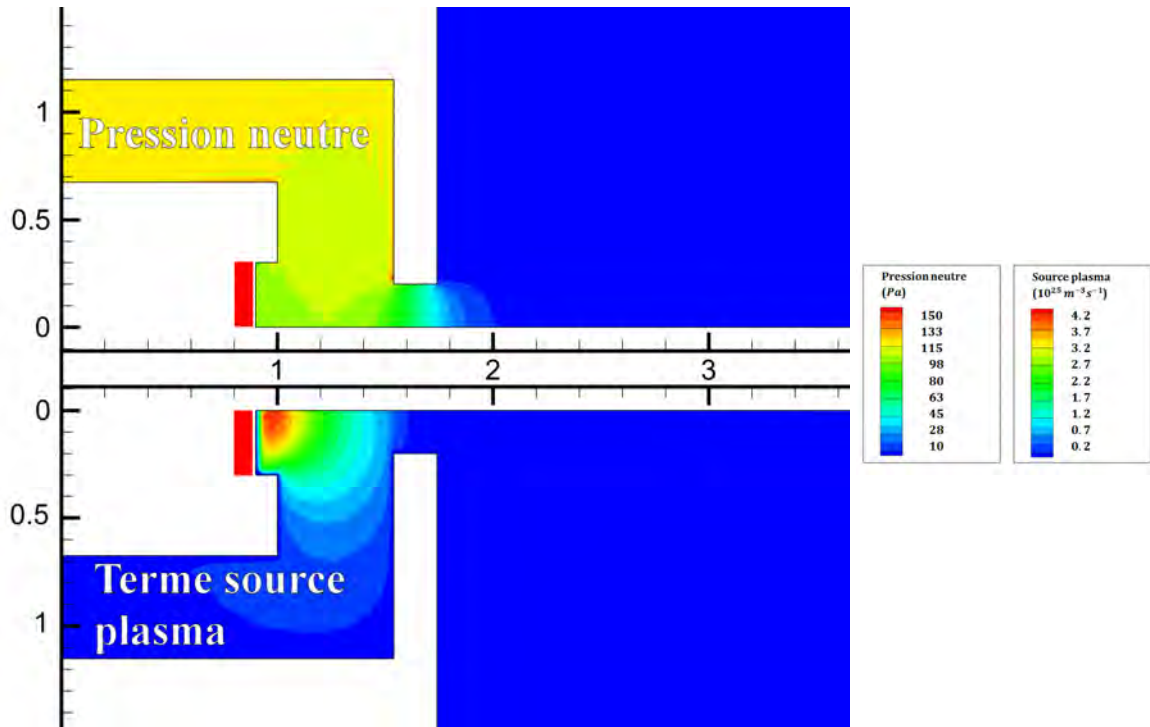


Figure VI-5 : Pression neutre et terme source plasma simulés dans la cathode à pastille LaB<sub>6</sub> pour le cas  $I_e = 4.8 A$ . La pastille émissive est symbolisée par un pavé rouge. L'aval de la cathode et la région d'extraction se trouvent sur la droite de cette figure.

Contrairement au cas de la cathode NSTAR, la pression neutre commence ici à décroître bien avant l'orifice. De manière générale, elle est également partout plus faible dans cette cathode que dans la cathode NSTAR, avec  $120 Pa$  à l'amont dans le cas présent, contre plus de  $1000 Pa$  précédemment. Ceci est bien évidemment une conséquence de l'orifice plus large de la cathode étudiée ici.

On remarquera également que le terme source plasma se concentre immédiatement face à la pastille émissive. En effet, le potentiel de gaine émissive relativement élevé obtenu dans ce cas de simulation (de l'ordre de  $18 V$  contre quelques volts pour la cathode NSTAR) donne suffisamment d'énergie aux électrons émis pour provoquer l'ionisation des neutres à proximité de l'émetteur. Hors de la cathode, à l'aval de l'orifice, la température électronique est trop faible pour engendrer un terme source plasma significatif. Il faut donc prendre garde à certaines schématisations du fonctionnement de cette cathode ([68] notamment) qui tendent à associer l'émission lumineuse dans la région externe de la cathode (et le mode de fonctionnement, spot ou plume) à l'ionisation du xénon : ici l'ionisation du xénon se produit quasi-exclusivement dans la région interne, bien qu'une faible émission lumineuse immédiatement à l'aval de l'orifice soit attendue au regard du profil de température électronique (fig. VI-4).

## 2) Analyse quantitative et bilans macroscopiques

Pour le cas à faible courant de décharge étudié dans cette section ( $I_e = 4.8 A$ ), le comportement de la cathode est presque stationnaire. Quelques oscillations du potentiel plasma dans la plume de la cathode (générées par l'instabilité acoustique ionique) sont visibles mais restent de faible amplitude. On a tracé ci-dessous (figure VI-6) l'évolution du potentiel électrique de l'anode au cours du temps dans le cas  $I_e = 4.8 A$ .

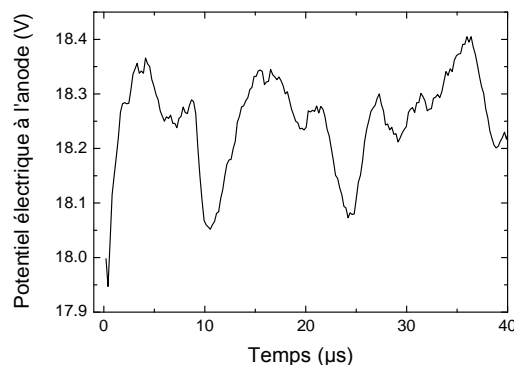


Figure VI-6 : Potentiel électrique de l'anode au cours du temps dans le cas à faible courant de décharge ( $I_e = 4.8 A$ ).

Le potentiel de décharge simulé oscille faiblement autour d'une valeur moyenne de 18.25 V à une fréquence de l'ordre de 60 kHz. Le potentiel du corps externe flottant est stabilisé à 7.9 V. Dans les mêmes conditions expérimentales de fonctionnement en mode *spot* (mais, on le rappelle, avec une anode plane), la tension de décharge au niveau de l'anode vaut 16 V et le potentiel électrique du corps externe 8 V [32].

D'un point de vue macroscopique, dans cette cathode, le courant électronique émis au niveau de la pastille vaut 4.3 A. Le courant électronique absorbé par les différentes parois métalliques (anode exceptée) s'élève à 1.7 A tandis que le courant ionique absorbé par ces mêmes parois vaut 2.1 A. Puisque le courant de décharge imposé vaut  $I_e = 4.8 A$ , l'ionisation en volume doit contribuer à un courant équivalent de 2.2 A, qui diffère légèrement du courant ionique perdu aux parois. Cette différence provient de la non prise en compte dans ce bilan macroscopique des ions perdus sur les parois non métalliques ainsi qu'à l'anode.

On peut procéder comme pour l'étude paramétrique de la cathode NSTAR (chapitre V) et utiliser le courant ionique perdu aux parois comme une estimation du terme source d'ionisation en volume lié à des cycles ionisation/recombinaison des neutres. En notant  $I_e^{em}$  et  $I_i^{ab}$  respectivement les courants électronique émis et ionique perdu aux parois, on estime que la fraction du courant produit par l'émission dans la décharge vaut :  $I_e^{em} / (I_e^{em} + I_i^{ab}) \approx 67 \%$ . A titre de comparaison, dans la cathode NSTAR, qui utilise un émetteur de type BaO, à  $I_e = 5 A$ , la fraction du courant produit par émission à la paroi vaut 75 %. La plus grande contribution de l'ionisation en volume dans la cathode à pastille étudiée ici provient certainement des températures plus élevées nécessaires au bon fonctionnement des émetteurs LaB<sub>6</sub> qui les rendent moins favorables aux points de fonctionnement à faible courant (voir le chapitre V).

La température de l'élément émissif est ici maintenue à 1913 K et les simulations ne prennent pas en compte de modèle thermique pour la cathode. Il est tout de même possible d'estimer les flux d'énergie produit par le bombardement plasma, en particulier sur l'émetteur. L'élément émissif gagne directement 0.3 W et 3.2 W au travers respectivement des bombardements électronique et ionique, contre une perte d'énergie s'élevant à 13.6 W par émission électronique. Le bombardement électronique sur les autres surfaces (corps externe, four) est en fait plus intense et le dépôt d'énergie pour l'ensemble des surfaces (émetteur compris) s'élève à 13.7 W. Or les autres surfaces, et en particulier le corps externe, ne sont pas en contact thermique direct avec l'émetteur. Ainsi, on comprend bien

que l'apport d'énergie par le plasma au niveau de l'émetteur n'est pas suffisant, en tous cas dans ce point de fonctionnement, pour maintenir un fonctionnement auto-thermique : l'apport externe d'une puissance de chauffage est nécessaire.

En surface de l'émetteur, l'émission électronique est relativement uniforme : la densité de courant émis au centre de la pastille vaut  $14.3 \text{ A.cm}^{-2}$  et chute à  $12.8 \text{ A.cm}^{-2}$  sur les bords. Les densités de courant électronique et ionique perdus en surface de la pastille sont partout faibles, en raison de la densité plasma moindre que dans la cathode NSTAR (au maximum de densité plasma en lisière de gaine émissive elle vaut  $2.6 \times 10^{19} \text{ m}^{-3}$  face à la pastille contre  $2.4 \times 10^{20} \text{ m}^{-3}$  dans la cathode NSTAR) et du potentiel de gaine élevé (de l'ordre de  $18 \text{ V}$  ici contre un maximum de  $6 \text{ V}$  dans la cathode NSTAR). Les différentes densités de courant émis et collecté sont représentées sur la figure VI-7 ci-dessous en fonction de la distance radiale à l'axe de la cathode :

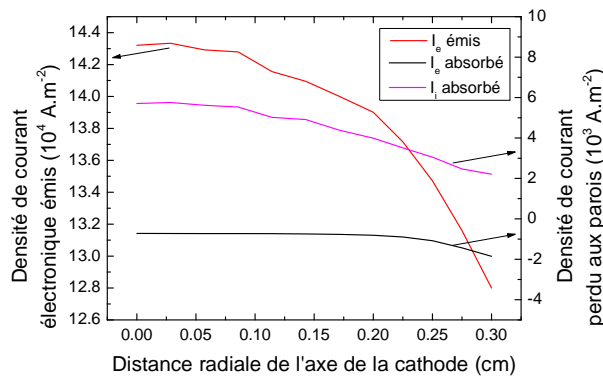


Figure VI-7 : Densités de courant électronique ( $I_e$ ) et ionique ( $I_i$ ) simulées à la frontière entre pastille émissive et plasma. Deux échelles ont été utilisées pour pouvoir distinguer l'évolution radiale du courant collecté.

Comme précédemment (cf. chapitre III), les densités de courant ( $\vec{J}_i = en\vec{u}_i$  et  $\vec{J}_e = -en\vec{u}_e$ ) ont été orientées suivant la normale sortante du domaine plasma, ce qui justifie les valeurs négatives de la densité de courant électronique absorbé.

Les ions et les électrons perdus en surface de la pastille sont collectés de manière homogène sur toute la surface de l'émetteur. Les faibles variations spatiales pourraient aisément être effacées par le choix d'un profil radial de température de l'émetteur plus réaliste (qui, on le rappelle, est supposée uniforme dans cette simulation).

Enfin, le travail de sortie effectif simulé par le modèle est quasi-uniforme en surface de l'émetteur et vaut  $2.84 \text{ eV}$ . Ce calcul du travail de sortie simulé intègre les effets du plasma (effet Schottky et les effets de limitation de charge d'espace, cf. chapitre II) sur l'émission électronique. Pour comparaison, le travail de sortie, en tenant compte de la dépendance à la température de la paroi uniquement (mesurée expérimentalement [24]) vaut  $2.66 + 1.23 \times 10^{-4} \cdot T \approx 2.9 \text{ eV}$ . Puisque la présence du plasma conduit partout à une diminution du travail de sortie effectif par rapport à sa dépendance en fonction de la température (au travers de l'effet Schottky), on en conclut que le plasma est suffisamment dense sur l'ensemble de la surface de l'émetteur pour en extraire le courant émis. Ceci est corroboré indirectement par les lignes de courant électronique extrait qui prennent leur origine sur toute la surface de la pastille émettrice. Pour le courant de décharge requis dans ce cas de simulation ( $I_e = 4.8 \text{ A}$ ), la surface de la pastille est donc bien dimensionnée. La densité de

courant émis, partout inférieure à  $20\text{ A.cm}^{-2}$  (figure VI-7), garantit également une évaporation lente de l'émetteur  $\text{LaB}_6$ . On rappelle que cette densité de courant de  $20\text{ A.cm}^{-2}$  est souvent prise comme la limite supérieure des régimes de fonctionnement dans lesquels l'évaporation de l'émetteur  $\text{LaB}_6$  serait plus lente qu'un émetteur de type  $\text{BaO}$  pour le même courant d'émission [21]. Le potentiel de gaine émissive simulé (de l'ordre de  $18\text{ V}$ ) est cependant plus important que dans la cathode NSTAR par exemple, ce qui peut laisser craindre une érosion accélérée de l'émetteur par impact ionique.

## B. Point de fonctionnement à fort courant $I_e = 12\text{ A}$

Après avoir présenté les résultats de simulation à faible courant de décharge ( $I_e = 4.8\text{ A}$ ), on s'intéresse maintenant au cas d'un courant de décharge plus important ( $I_e = 12\text{ A}$  et voir aussi le tableau VI-1).

### 1) Résultats de simulation 2 D

Les résultats de simulation obtenus pour ce point de fonctionnement sont instationnaires. En particulier, on va voir que l'instabilité acoustique ionique dans la plume de la cathode conduit à une évolution temporelle périodique du potentiel plasma et de la température électronique. Les grandeurs simulées dans la région interne (en particulier la densité plasma) sont par contre peu affectées par cette instabilité. On gardera à l'esprit dans la suite que les résultats présentés ici ne concernent qu'un instant donné de la simulation.

On a tracé sur la figure VI-8. les densités plasma et neutre simulées dans le point de fonctionnement où le courant de décharge vaut  $I_e = 12\text{ A}$ . La température électronique et le potentiel plasma sont également représentés sur la figure VI-9.

Comme pour le cas  $I_e = 4.8\text{ A}$ , le plasma s'établit quasi-exclusivement à l'intérieur de la cathode (fig. VI-8). L'écoulement neutre est également similaire à celui simulé dans le cas à faible courant de décharge. Les ordres de grandeur des densités simulées sont également qualitativement similaires à celles obtenues précédemment.

La figure VI-8 montre une ligne de courant ionique provenant de la plume de la cathode qui vient traverser l'orifice de la cathode pour frapper l'orifice sur sa face interne. On peut justifier la trajectoire de tels ions à partir des profils de température électronique et potentiel plasma simulés pour ce point de fonctionnement (fig. VI-9). En effet, les électrons sont chauffés dans la plume de la cathode par l'instabilité acoustique ionique (cf. chapitre III), ce qui permet une production d'ions plus importante dans cette région (comparativement au cas  $I_e = 4.8\text{ A}$ ). L'instabilité acoustique ionique contribue également à accroître la résistivité effective de la plume, ce qui a pour effet d'accélérer d'autant plus les ions vers la région interne de la cathode, en particulier sur les parois de l'orifice. En conséquence, on peut craindre une érosion accélérée (par rapport au cas  $I_e = 4.8\text{ A}$ ) de la paroi de l'orifice sous l'impact ionique. Ce dernier point sera précisé dans le prochain paragraphe.

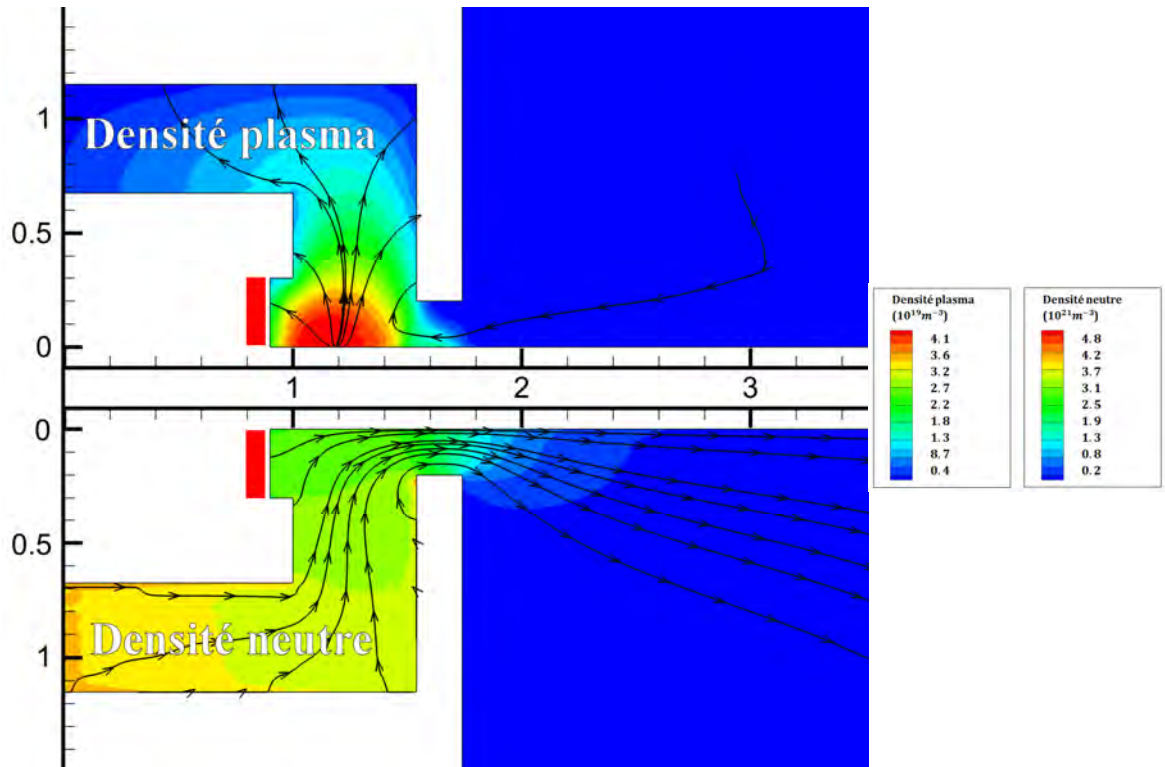


Figure VI-8 : Densité plasma et densité neutre simulées dans la cathode à pastille LaB<sub>6</sub> pour le cas  $I_e = 12 \text{ A}$ . Les lignes de courant ionique et d'écoulement neutre sont tracées respectivement sur le profil de densité plasma et de densité neutre. La pastille émissive est symbolisée par un pavé rouge. L'aval de la cathode et la région d'extraction se trouvent sur la droite de cette figure.

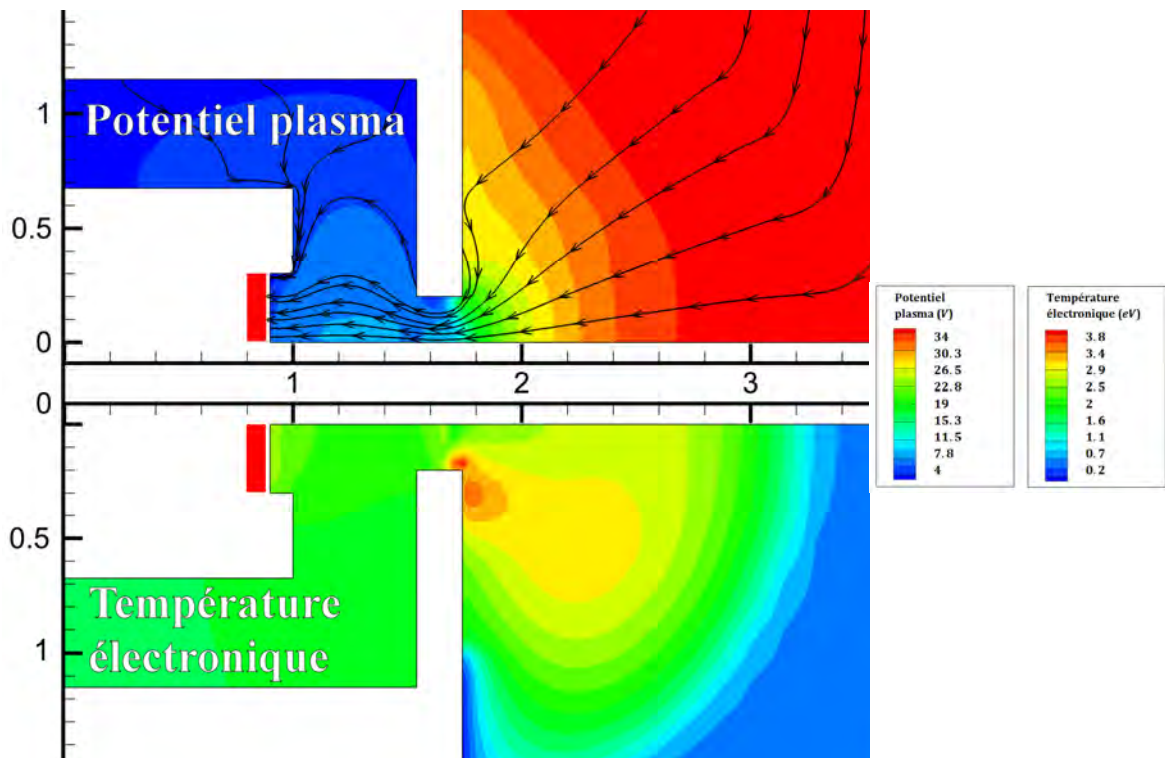


Figure VI-9 : Potentiel plasma et température électronique simulés dans la cathode à pastille LaB<sub>6</sub> pour le cas  $I_e = 12 \text{ A}$ . Les lignes de courant électronique sont superposées sur le profil de potentiel plasma. La pastille émissive est symbolisée par un pavé rouge. L'aval de la cathode et la région d'extraction se trouvent sur la droite de cette figure.

Enfin, du fait de la température électronique bien plus élevée dans la plume de la cathode à fort courant ( $I_e = 12\text{ A}$ ) qu'au cas à faible courant ( $I_e = 4.8\text{ A}$ ), on peut s'attendre à observer une émission lumineuse accrue en aval de l'orifice dans le cas à fort courant. Ainsi, on peut légitimement associer les résultats de simulation obtenus ici pour ce point de fonctionnement à fort courant au mode *plume* de la cathode observé expérimentalement dans les mêmes conditions (figure VI-2).

## 2) Instabilité plasma dans la plume

On a observé sur les simulations 2 D les effets de l'instabilité acoustique ionique dans la plume de la cathode. L'instabilité impacte évidemment les paramètres électriques macroscopiques de la décharge, et en particulier le potentiel électrique à l'anode. On a tracé sur la figure VI-10 ci-dessous l'évolution temporelle du potentiel électrique à l'anode pour le point de fonctionnement à fort courant :

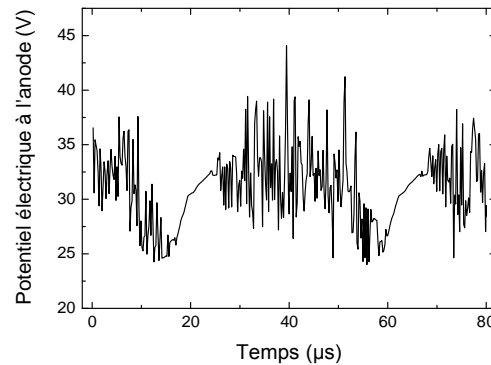


Figure VI-10 : Potentiel électrique de l'anode au cours du temps dans le cas à fort courant de décharge ( $I_e = 12\text{ A}$ ).

Le potentiel de décharge à l'anode subit des fluctuations de grande amplitude (approximativement 15 V crête à crête) autour d'une valeur moyenne proche de 31.1 V. Ces fluctuations se répètent de manière périodique à une fréquence de l'ordre de 50 kHz. Expérimentalement, des fluctuations du courant de décharge de la cathode à potentiel de décharge fixé dans les mêmes conditions de fonctionnement ( $I_e = 12\text{ A}$ , débit de 4 SCCM de xénon) ont été observées à une fréquence de 65 kHz [32].

Dans la cathode NSTAR, on a pu associer la composante basse fréquence des oscillations du potentiel de décharge à la propagation de l'instabilité plasma à la vitesse acoustique ionique (chapitre III), tandis que la composante haute fréquence (et incohérente) est le résultat d'une compétition entre chauffage électronique et ionique par l'instabilité plasma et l'amortissement Landau de l'instabilité. L'instabilité plasma était cependant continuellement présente dans la cathode NSTAR pour le cas étudié dans le chapitre III.

Ici, dans la cathode à pastille  $\text{LaB}_6$ , les fluctuations haute fréquence du potentiel électrique à l'anode disparaissent périodiquement (fig. VI-10) avant de réapparaître une dizaine de  $\mu\text{s}$  plus tard. On a représenté sur la figure VI-11 ci-dessous l'évolution temporelle de la densité plasma et de la densité d'énergie fluctuante normalisée (par rapport au seuil de saturation des fluctuations, voir le chapitre III) sur l'axe de la cathode à 5 mm à l'aval du plan de sortie de l'orifice.

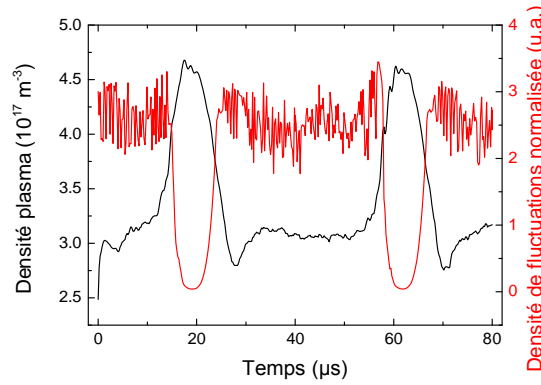


Figure VI-11 : Densité plasma et densité normalisée d'énergie des fluctuations à 5 mm à l'aval du plan de sortie sur l'axe de la cathode à pastille LaB<sub>6</sub> pour le point de fonctionnement à fort courant ( $I_e = 12 A$ ).

On remarque que les pics de densité plasma simulés coïncident temporellement avec la disparition de l'instabilité plasma (figure VI-11) et la disparition de la composante haute fréquence des oscillations du potentiel à l'anode (figure VI-10). Une fois passé le pic de densité plasma, la densité de fluctuations liées à l'instabilité croît de nouveau pour atteindre rapidement sa valeur seuil (3 sur la figure VI-11), et des fluctuations à haute fréquence (notamment sur le potentiel plasma et la température électronique) similaires à celles simulées dans la cathode NSTAR réapparaissent. Physiquement, on peut interpréter l'alternance observée de la façon suivante : lorsque l'instabilité est « active », le chauffage électronique conduit à un terme source de plasma accru dans la plume. L'accroissement progressif de la densité plasma conduit alors à une diminution de la vitesse de dérive électronique, qui finit par chuter sous le seuil de déclenchement de l'instabilité acoustique ionique dans la plume. Les fluctuations associées disparaissent alors, et la température électronique et la densité plasma diminuent. Une fois la densité plasma de nouveau suffisamment basse (et la vitesse de dérive électronique suffisamment importante), l'instabilité réapparaît. En comparaison du cas de simulation de la cathode NSTAR, la situation simulée ici dans la cathode à pastille LaB<sub>6</sub> est intéressante car elle met en évidence deux régimes marqués qui alternent temporellement, ce qui en facilite l'analyse physique.

L'instabilité acoustique ionique dans le plume de la cathode pour le cas  $I_e = 12 A$  conduit à la génération d'ions énergétiques qui viennent frapper les parois de l'orifice (voir aussi le paragraphe 1). A fort courant, l'énergie cinétique maximale simulée pour les ions qui frappent la face externe de la cathode (face à la plume) vaut 41 eV, et en moyenne leur énergie cinétique vaut 28 eV. A titre de comparaison, dans le cas à plus faible courant de décharge, l'énergie cinétique maximale simulée des ions incidents vaut 8.9 eV et en moyenne vaut 7.3 eV. Ainsi, le modèle prédit de manière claire une érosion accélérée de la face externe de la cathode dans son fonctionnement à fort courant par rapport au fonctionnement à faible courant. Expérimentalement, une érosion rapide de l'orifice est effectivement constatée pour les points de fonctionnement à fort courant et semble associée au mode *plume* de fonctionnement de la cathode (communication personnelle, R. Jousot).

Enfin, il faut préciser qu'une stabilisation spontanée de la décharge a parfois été observée pour ce point de fonctionnement aux temps de simulation longs (de l'ordre de quelques dixièmes de ms) selon la condition initiale de la simulation. Plus exactement, l'instabilité simulée se trouvait alors continuellement saturée dans la proche plume de la cathode. Les pics de densité plasma de la figure VI-11 étaient absents de la simulation et le potentiel de



l'anode était stabilisé autour de  $35\text{ V}$ . De légères fluctuations de la densité plasma à l'intérieur de la cathode restaient toutefois visibles (de l'ordre de quelques pourcents du niveau moyen), signe que le comportement de la cathode restait instable. Une faible modification de la température imposée de l'émetteur (en la fixant à  $2053\text{ K}$  contre  $2073\text{ K}$  initialement) a suffi à déstabiliser de nouveau la décharge et redonne un comportement de la cathode en tous points similaire à celui décrit précédemment dans cette partie. La décharge est restée oscillante sans signe de stabilisation sur une durée de simulation de  $0.2\text{ ms}$ . Une augmentation de la température de l'émetteur (à  $2100\text{ K}$ ) a produit un effet similaire bien que la périodicité du signal électrique, bien visible sur la figure VI-10, soit alors moins apparente.

### 3) Analyse quantitative et bilans macroscopiques

Expérimentalement, le potentiel de décharge mesuré pour le point de fonctionnement étudié ici ( $I_e = 12\text{ A}$ , débit de  $4\text{ SCCM}$  de xénon) est de l'ordre de  $35\text{ V}$  [32], contre un potentiel de décharge simulé de l'ordre de  $31\text{ V}$ . On se rappelle que le modèle prédit correctement (en comparaison des mesures expérimentales) un potentiel de décharge dans le cas à faible courant de l'ordre de  $18\text{ V}$ . D'un point de vue qualitatif, le modèle reproduit correctement l'accroissement du potentiel de décharge de la cathode dans le cas à courant plus important, que l'on peut attribuer physiquement au passage en mode *plume* de la cathode et au déclenchement de l'instabilité acoustique ionique en aval de l'orifice.

Dans le cas  $I_e = 12\text{ A}$ , le modèle simule une valeur stable du potentiel flottant du corps externe proche de  $-1.5\text{ V}$ , contre une valeur de  $7\text{ V}$  mesurée expérimentalement. Plus encore que le désaccord quantitatif, il est surprenant de constater que le potentiel du corps flottant décroît brutalement lorsque le courant de décharge est accru (on avait simulé le potentiel flottant du corps externe autour de  $8\text{ V}$  lorsque  $I_e = 4.8\text{ A}$ , voir la section A). Expérimentalement, le potentiel flottant du corps externe est pourtant relativement insensible au courant de décharge sur la gamme  $[5\text{ A}, 20\text{ A}]$  [32]. Les résultats de simulation sur ce point semblent pourtant physiquement justifiés : avec le chauffage électronique dans la plume, la hauteur de gaine face au corps flottant doit s'accroître pour limiter la collection d'électrons du plasma dans le cas  $I_e = 12\text{ A}$  par rapport au cas  $I_e = 4.8\text{ A}$ , ce qui conduit à une diminution du potentiel électrique du corps externe. Il est possible que la chute bien trop importante du potentiel du corps externe entre les cas à faible et fort courant puisse être attribuée à la description fluide « simpliste » du plasma et de l'instabilité acoustique ionique dans la plume de la cathode : on aura pu remarquer notamment la présence dans le cas  $I_e = 12\text{ A}$  d'un pic de température électronique proche de la face externe de la cathode (figure VI-9) dont la réalité physique peut être discutée. Même limité à une région restreinte de l'espace, ce maximum local simulé de la température électronique est susceptible d'accroître fortement le courant électronique collecté à la paroi du corps externe flottant, et donc de faire chuter le potentiel électrique du corps externe.

En s'intéressant maintenant au bilan de courant, on obtient que pour un courant de décharge imposé à la cathode de  $12\text{ A}$ , le courant émis à la pastille vaut  $13.3\text{ A}$ . Le courant électronique perdu aux parois vaut  $3.2\text{ A}$  et le courant ionique  $1.8\text{ A}$ . Contrairement au cas à faible courant, on voit que la pastille délivre maintenant un courant d'émission supérieur au courant de décharge. Lorsque  $I_e = 12\text{ A}$ , l'émission électronique contribue pour  $88\%$  du courant électronique équivalent produit (ionisation en volume comprise).



En termes de bilans énergétiques, l'émission électronique cause une perte énergétique pour la pastille émissive de 43.4 W. Cette perte n'est que partiellement compensée par les bombardements ionique et électronique de la pastille, qui apportent respectivement 2 W et 10 W. Ainsi, dans ce mode de fonctionnement, comme pour le cas simulé avec  $I_e = 4.8$  A, le fonctionnement de la cathode n'est pas auto-thermique.

La densité de courant ionique collecté en surface de la pastille émissive est d'allure similaire au cas de simulation à  $I_e = 4.8$  A (fig. VI-7) et compte pour un total de 0.11 A. La densité de courant ionique maximale vaut  $5 \times 10^3$  A.m<sup>-2</sup>. Dans le cas présent ( $I_e = 12$  A), la densité de courant électronique absorbé à la surface de la pastille est bien plus élevée que dans le cas  $I_e = 4.8$  A et vaut à son maximum  $4.5 \times 10^4$  A.m<sup>-2</sup>. Par rapport au cas de simulation à faible courant de décharge, l'absorption plus importante d'électrons en surface de l'émetteur est permise par un potentiel de gaine moins élevé, qui ne vaut à son maximum que 8.7 V dans le cas  $I_e = 12$  A contre 18 V dans le cas  $I_e = 4.8$  A. La densité plasma en lisière de gaine dans le cas  $I_e = 12$  A est relativement inchangée par rapport au cas  $I_e = 4.8$  A et vaut  $2.3 \times 10^{19}$  m<sup>-3</sup> au centre de la pastille.

On a tracé sur la figure VI-12 ci-dessous la densité de courant émis à la surface de la pastille ainsi que le travail de sortie effectif (c.-à-d. qui inclut les effets du plasma sur l'émission électronique) en fonction de la distance à l'axe de la cathode.

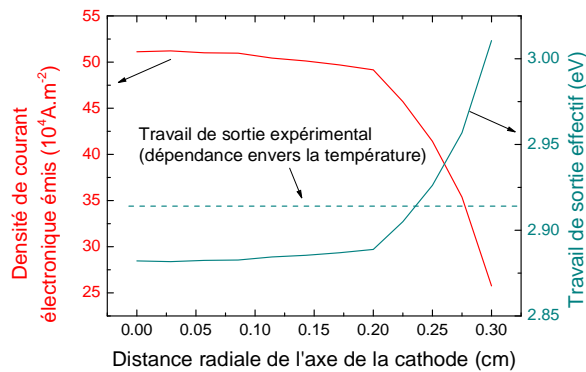


Figure VI-12 : Densité de courant électronique émis, travail de sortie effectif simulé (incluant les effets du plasma sur l'émission) et travail de sortie mesuré expérimentalement pour un émetteur LaB<sub>6</sub> porté à 2073 K.

Comme précédemment pour le cas de simulation  $I_e = 4.8$  A, la densité de courant d'émission est plus importante au centre de la pastille qu'en son bord (ici deux fois plus intense). La décroissance de la densité de courant d'émission au bord est liée à l'accroissement du travail de sortie effectif et à la densité insuffisante du plasma pour porter le courant. On a tracé (trait discontinu) sur la figure VI-12 la valeur mesurée expérimentalement [24] du travail de sortie du matériau pour un émetteur fait de LaB<sub>6</sub> à 2073 K (dans la limite d'un plasma suffisamment dense mais à potentiel de gaine nul). On compare ensuite cette valeur au travail de sortie effectif obtenu dans le modèle. On voit ainsi que si la région centrale de la pastille profite de la présence du plasma à sa surface, et donc de l'effet Schottky qui accroît la densité de courant d'émission, ce n'est pas le cas du bord de la pastille où le travail de sortie effectif simulé croît au-delà de la valeur mesurée expérimentalement pour cette pastille. Ainsi, le plasma au bord de la pastille (pourtant de taille réduite) n'est pas suffisamment dense pour extraire le courant émis et l'émetteur subit un effet de limitation de charge d'espace. Pour être complet, il convient toutefois de modérer

la portée de cette remarque en notant que la distribution uniforme de température de l'émetteur est idéalisée. En tenant compte de manière plus réaliste d'une diminution de la température de la pastille sur son bord, il est probable que la densité de courant émis au bord de la pastille soit plus faible, et donc plus proche de ce que le plasma est susceptible de transporter.

D'un point de vue pratique, le cas de simulation à 12 A nous montre que cette géométrie à pastille est peu favorable à une cathode à fort courant de décharge : puisque l'accroissement du courant de décharge s'accompagne d'une réduction de la surface utile de la pastille (on peut d'ailleurs faire un parallèle avec la cathode NSTAR, voir l'étude paramétrique du chapitre VII), l'utilisation d'une pastille de plus grand rayon n'apporterait pas de réel bénéfice, même si celle-ci était portée uniformément à haute température. Il est par contre plausible qu'un orifice plus étroit de la cathode puisse contribuer à accroître la pression de gaz dans la cathode (elle n'est que de 130 Pa à l'amont du domaine de simulation dans le cas  $I_e = 12$  A) et ainsi permettre la génération d'un plasma plus dense face à l'émetteur et faciliter l'extraction du courant émis.

## IV. Bilan

Dans ce chapitre, nous nous sommes penchés sur le fonctionnement d'une cathode basée sur une géométrie alternative aux géométries tubulaires traditionnelles de cathode creuse. L'émetteur électronique est ici une pastille placée face à l'orifice dont la température a été mesurée expérimentalement pour différents points de fonctionnement. Nous n'avons pas inclus de modèle thermique de la cathode ce qui limite l'aspect prédictif des simulations réalisées. Cependant, les simulations réalisées pour deux points de fonctionnement (pour un courant de décharge fixé à 4.8 A puis 12 A) nous ont permis d'illustrer la versatilité du modèle. Nous avons eu l'occasion d'analyser aussi bien la physique interne de la cathode et de la région d'émission que de la plume. En particulier, on a pu montrer par la simulation la naissance d'instabilités plasma dans la plume de la cathode pour le point de fonctionnement à fort courant dont les effets se transmettent aux paramètres électriques de la décharge. Expérimentalement, le point de fonctionnement à fort courant est caractérisé par une intense émission lumineuse à l'aval de l'orifice de la cathode (le mode *plume*), que confirment qualitativement les résultats de simulation.

Grâce aux simulations, nous disposons d'une gamme d'informations fines, difficilement accessibles à la mesure, qui permettraient de dimensionner au mieux de futures cathodes. Ici, on a pu constater que si la totalité de la surface de l'émetteur est correctement exploitée à faible courant de décharge, un effet de limitation de charge d'espace apparaît sur le bord de la pastille pour un courant de décharge fixé à  $I_e = 12$  A. Pour y remédier, il faudrait bien évidemment accroître la densité plasma face à l'ensemble de la pastille. Intuitivement, on comprend que la géométrie étudiée ici est relativement inefficace sous cet angle, puisque les surfaces métalliques qui occasionnent les pertes de plasma sont essentiellement non émissives (en particulier le corps externe, contrairement à une cathode tubulaire). Cette observation donne un argument évident en faveur des cathodes tubulaires (en plus de l'aspect purement géométrique d'une surface émissive accrue par rapport à une pastille).

Néanmoins, si l'on souhaite tout de même conserver une géométrie de cathode basée sur une pastille émissive, il serait alors primordial de réduire le rayon de l'orifice par rapport à

la cathode étudiée ici : en accroissant la pression neutre dans la cathode, on permettra à la densité plasma de croître et de favoriser l'extraction du courant. Bien évidemment, le choix du rayon de l'orifice est également susceptible de modifier les conditions d'apparition du mode *plume* de la cathode. Cependant, l'étude de la cathode NSTAR nous a appris que cette dernière était tout à fait susceptible de fonctionner correctement pour un courant de décharge de 13 A et un orifice de rayon 0.5 mm. Il apparaît donc tout à fait réaliste de proposer une diminution du rayon de la cathode à pastille étudiée ici. De telles simulations n'ont pas été réalisées faute de modèle thermique adéquat pour décrire la température de l'émetteur. En l'état, le modèle ne permettrait pas de correctement évaluer l'influence du rayon de l'orifice sur le comportement interne de la cathode.



## Chapitre VII. Etude 1 D de la transition vers la plume de la cathode

---

### Table des matières :

I.	Motivations de l'étude de cette région.....	196
II.	Modélisation Particle-In-Cell 1D .....	197
A.	Description du modèle .....	197
B.	Domaine de simulation et conditions aux limites.....	199
C.	Aspects numériques .....	204
III.	Résultats de simulation.....	204
A.	Description générale du cas « cylindrique » .....	204
B.	Instabilité observée et interprétation physique .....	209
C.	Liens avec le modèle fluide .....	212
D.	Décroissance de la densité neutre et cas « conique » .....	215
E.	Cas « cylindrique » simplifié.....	218
IV.	Bilan .....	223

## I. Motivations de l'étude de cette région

Dans le chapitre III nous avons utilisé le modèle fluide proposé dans le chapitre II pour simuler la région de transition entre le plasma interne de la cathode et sa détente rapide dans la plume. Nous avons eu l'occasion de souligner que cette région est propice à la croissance d'instabilités de transport électronique, en raison de l'accroissement soudain de la vitesse de dérive électronique qui conduit au développement de l'instabilité acoustique ionique. Cette dernière a été observée dans diverses cathodes et caractérisée expérimentalement [17–19]. En pratique, l'instabilité plasma est susceptible, d'une part, de se transmettre aux paramètres électriques de la cathode et, d'autre part, de causer l'érosion destructive du keeper de la cathode [26].

Toutefois, le modèle fluide développé dans le chapitre II est incapable, par conception (comme l'ensemble des modèles fluide de cathode de la littérature, cf. [26] par exemple) de rendre compte de ce type de phénomène se déroulant aux courtes échelles temporelles et spatiales, mais d'influence globale sur le comportement de la cathode. Nous avons alors décrit une extension du modèle fluide (développée par Davidson et Krall pour des applications de fusion [65]) basée sur l'introduction d'une grandeur décrivant la croissance des fluctuations acoustiques ioniques et leurs effets sur les différentes espèces du plasma (cf. chapitre III).

Cette approche nouvelle dans les modèles de cathode est intéressante dans la mesure où elle décrit l'apparition de l'instabilité de manière cohérente avec les propriétés du plasma et est susceptible de faire naître un couplage avec ces dernières. On a pu montrer, à la fois dans le chapitre III au travers de l'étude d'un cas de simulation unique, et au sujet de l'étude paramétrique de la cathode NSTAR (chapitre V), que l'instabilité acoustique ionique peut jouer un rôle important dans l'établissement des profils moyens de potentiel et de densité plasma, ainsi que dans la détermination de l'enveloppe de fonctionnement de la cathode.

Cependant, bien qu'elle s'appuie sur une base physique solide (dans la limite de validité de l'approche quasi-linéaire), la prise en compte de l'instabilité acoustique ionique réalisée dans le modèle fluide est avant tout approchée : elle ne décrit qu'un mode en particulier (celui dont la croissance est la plus rapide) et dont les échelles spatiales et temporelles sont très petites devant les variations macroscopiques des propriétés du plasma. Les fonctions de distribution ionique et électronique sont également supposées être maxwelliennes. Ce dernier point en particulier nous empêche de décrire de manière auto-cohérente dans le modèle fluide la saturation de l'instabilité plasma acoustique ionique par des effets non-linéaires tels que le piégeage de particules dans les fluctuations du champ électrique. On a ainsi eu recours à un seuil sur la densité d'énergie maximale des fluctuations (cf. chapitre III et [65]).

Pour aller plus loin, il serait souhaitable de décrire l'instabilité acoustique ionique à une échelle cinétique afin de s'assurer de son existence réelle et de décrire correctement ses processus de saturation. L'approche la plus directe du problème consisterait évidemment en une modélisation particulière de l'intégralité de la cathode. Cela serait toutefois parfaitement irréaliste en termes de temps de calcul du fait, entre autres, des densités importantes et des longs temps caractéristiques d'évolution, même à l'échelle d'une approche numérique fluide. Nous nous proposons dans ce chapitre de décrire un modèle

Particle-In-Cell (PIC) unidimensionnel représentatif de la détente dans le vide d'un plasma dense porteur d'un intense courant électronique. Ces conditions sont susceptibles de correspondre physiquement à celles réalisées au sortir de l'orifice de la cathode et à proximité du keeper.

## II. Modélisation Particle-In-Cell 1D

### A. Description du modèle

Le modèle PIC unidimensionnel mis en place dans ce chapitre ne présente pas de spécificité propre et s'appuie sur une démarche largement détaillée dans la littérature [69,70]. On n'en présentera donc que les points clefs.

Tandis que les ions (simplement chargés) et les électrons sont simulés par une approche particulaire, un profil de densité neutre sera imposé dans le domaine. Celui-ci sera précisé dans le paragraphe traitant du domaine de simulation. Les trois composantes de vitesse des ions et électrons sont simulées (bien que les deux composantes orthogonales à l'axe du domaine soient équivalentes). Les poids statistiques des ions et des électrons sont identiques et fixés pour représenter une densité plasma initiale fixée uniforme avec un nombre de macro-particules donné. Au cours de la simulation et avec l'évolution du nombre de particules dans la simulation (en raison des pertes de particules aux frontières du domaine principalement), le poids statistique a été globalement diminué (et le nombre de macro-particules simulé accru, en « divisant » chaque particule initiale) pour mieux représenter le plasma restant dans le domaine de simulation.

On cherche ici à mettre en évidence des phénomènes électrostatiques. Ainsi, les effets de tout champ magnétique (induit ou appliqué) sont négligés et le potentiel électrique est déterminé par la résolution de l'équation de Poisson. Les équations d'évolution des positions des ions et des électrons sont intégrées explicitement suivant un schéma de type *leap-frog*. Une interpolation linéaire est utilisée aussi bien pour le calcul des densités de particules que du champ électrique qui s'y applique [69,70].

On tient compte des collisions élastiques et inélastiques (excitation et ionisation) entre électrons et atomes de xénon et coulombiennes entre électrons et ions. Ces dernières sont incluses dans la simulation du fait de la faible température électronique (quelques électronvolts) caractéristique du plasma de la cathode. Dans un propulseur de Hall par exemple, les collisions coulombiennes électron-ion seraient négligées en raison de la dépendance de la section efficace associée en  $1/v^3$  et des vitesses électroniques plus élevées que dans la cathode. Bien qu'il faille rigoureusement les prendre en compte, les collisions coulombiennes électron-électron n'ont pas été intégrées dans ce modèle simple.

Les sections efficaces d'interaction électron-neutre sont issues de [37] et la fréquence de collision électron-ion est donnée par [71] :

$$\nu_{ei} = n_i \frac{e^4 \ln(\Lambda)}{4\pi\epsilon_0^2 m_e^2 v^3} \quad (\text{VII.1})$$

où  $n_i$  est la densité ionique locale,  $\ln(\Lambda)$  est le logarithme coulombien (pris égal à 10), et  $v$  la vitesse de l'électron. En raison de la divergence de l'expression (VII.1) à faible vitesse, on a

pris, pour ce processus uniquement :  $\varepsilon_i = \max(0.5 \text{ eV}, \varepsilon_i)$  où  $\varepsilon_i$  est l'énergie cinétique de l'électron incident dans le référentiel de l'ion. Ces collisions sont calculées en supposant un fond moyen ionique  $n_i$  déterminé à partir de la distribution des macro-particules ions dans le domaine de simulation.

Lors d'une collision, la distribution angulaire de l'angle de diffusion de l'électron incident (ainsi que de l'électron émis dans le cas d'une collision ionisante) est obtenue en se basant sur [69]. L'angle de diffusion  $\chi$  est donné par :

$$\cos \chi = \frac{2 + \varepsilon_i - 2 - (1 + \varepsilon_i)^R}{\varepsilon_i} \quad (\text{VII.2})$$

où  $\varepsilon_i$  est l'énergie de l'électron incident en  $\text{eV}$  dans le référentiel de l'atome ou de l'ion avec lequel il entre en collision (selon le type de collision considéré).  $R$  est un nombre aléatoire uniformément distribué entre 0 et 1. Physiquement, ce choix de  $\chi$  conduit à une diffusion isotrope à faible énergie de l'électron incident, et focalisée vers l'avant à forte énergie.

Lors d'une collision inélastique, l'électron diffusé perd simplement l'énergie associée au seuil du processus considéré. Pour le cas d'une collision ionisante, il faut également répartir l'énergie restante entre électron diffusé et émis. On a utilisé l'expression suivante issue de [72] :

$$\varepsilon_e = B(\varepsilon_i) \tan \left[ R \operatorname{atan} \left( \frac{\varepsilon_i - \varepsilon_{io}}{2B(\varepsilon_i)} \right) \right] \quad (\text{VII.3})$$

avec  $\varepsilon_e$  l'énergie (en  $\text{eV}$ ) de l'électron émis,  $\varepsilon_i$  celle de l'électron incident et  $\varepsilon_{io}$  le seuil d'énergie de première ionisation du xénon depuis l'état fondamental.  $R$  est un nombre aléatoire uniformément distribué entre 0 et 1 et  $B(\varepsilon_i)$  est une fonction dépendante du gaz dont la valeur a été prise à  $8.7 \text{ eV}$  pour le xénon [73]. A faible énergie de l'électron incident, l'énergie de l'électron éjecté vaut :

$$\varepsilon_e \simeq R \left( \frac{\varepsilon_i - \varepsilon_{io}}{2} \right) \quad (\text{VII.4})$$

L'énergie est alors répartie équitablement en moyenne entre électron émis et électron diffusé.

Lors d'une collision ionisante, l'ion généré est échantillonné à partir d'une distribution maxwellienne sans vitesse de dérive à la température  $2000 \text{ K}$ .

Le calcul des probabilités de collision en elles-mêmes se fait suivant une méthode de type *collision nulle* [69]. Schématiquement, on commence par calculer globalement sur le domaine de simulation la grandeur suivante :

$$v_{\max} = \max_x (v_T(x)) \quad (\text{VII.5})$$

où  $v_T(x)$  est la fréquence de collision électronique totale (sommée pour l'ensemble des processus) en un point  $x$  du domaine de simulation. En pratique, on prendra simplement :

$$v_T(x) = k_T \times n_n(x) \text{ et } k_T = \max_{0 \leq \varepsilon_i \leq 1000 \text{ eV}} (\sum_{\alpha} \sigma_{\alpha}(\varepsilon_i) v_i) \approx 6 \times 10^{-13} \text{ m}^3 \text{ s}^{-1} \quad (\text{VII.6})$$



où  $n_n$  est le profil de densité neutre,  $\sigma_\alpha$  la section efficace d'interaction électron-neutre pour un processus  $\alpha$  donné et  $v_i$  la vitesse de l'électron incident (déterminée à partir de  $\varepsilon_i$ ). Il est certain que déterminé de cette façon,  $v_T$  surestime grossièrement la fréquence de collision réelle. Il aurait probablement été plus judicieux de supposer une distribution électronique maxwellienne, dont on peut estimer la température à partir des résultats de simulation, pour en déduire un taux de réaction  $k_T$  bien plus faible que la borne supérieure proposée dans (VII.6).

On introduit ensuite un processus collisionnel fictif (ou *nul*) sur l'ensemble du domaine dont la fréquence vaut  $\nu_{nul}(x) = \nu_{max} - \nu_T(x)$ . Ceci nous permet de supposer que chacune des macro-particules (électrons) du domaine de simulation subit des collisions à la fréquence totale  $\nu_{max}$  et ne nécessite donc pas de calculer individuellement pour chacune des macro-particules les fréquences de collision des différents processus. Il suffit en effet de sélectionner aléatoirement  $N_c$  macro-particules qui vont entrer en collision au cours du pas de temps de simulation (de durée  $\Delta t$ ) :

$$N_c = N_e(1 - \exp(-\nu_{max} \Delta t)) \quad (\text{VII.7})$$

Pour chacune de ces collisions, le processus collisionnel (réel ou *nul*) est ensuite sélectionné au prorata de la fréquence de collision du processus considéré par rapport à  $\nu_{max}$ .

## B. Domaine de simulation et conditions aux limites

### 1) Généralités

On se place dans une section unidimensionnelle de l'orifice de la cathode, dont le rayon physique vaut  $0.5 \text{ mm}$ . Dans la cathode, une telle région est traversée d'un courant électronique de densité  $j_e = I_e/S_{orf}$  où  $S_{orf}$  est la section de l'orifice et  $I_e$  le courant imposé, de l'ordre de  $10 \text{ A}$ . Dans les simulations présentées dans ce chapitre, le courant  $I_e$  est fixé à  $12 \text{ A}$ , et on obtient la densité de courant électronique suivante :  $j_e \approx 1.5 \times 10^7 \text{ A.m}^{-2}$ .

Dans le plan de sortie de l'orifice de la cathode, le modèle fluide nous a permis de simuler une densité plasma de l'ordre de  $n_0 \approx 7 \times 10^{20} \text{ m}^{-3}$  (cf. chapitre III). Dans la simulation PIC présentée ici, on va chercher à imposer la densité plasma (et la quasi-neutralité) dans une zone source à proximité d'une frontière du domaine (nommée dans la suite frontière amont) et à extraire le courant électronique souhaité à l'autre extrémité (la frontière aval) en y fixant le potentiel électrique.

### 2) Détail du domaine de simulation cylindrique

Le domaine unidimensionnel de simulation est présenté sur la figure ci-dessous :

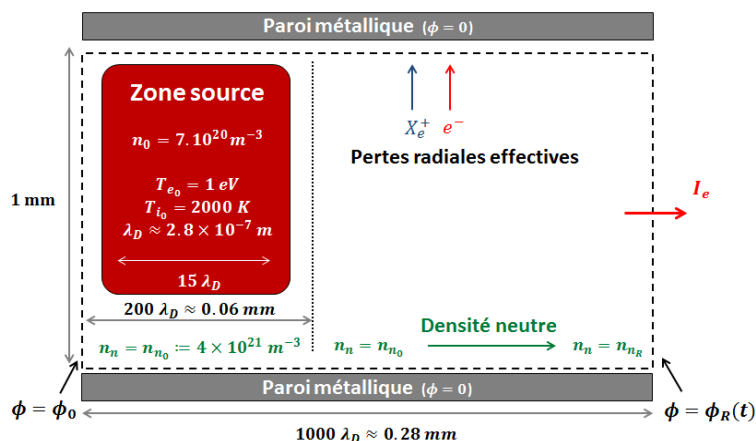


Figure VII-1 : Schéma du domaine de simulation PIC « cylindrique ».  $n_0$  est la densité plasma dans la zone source et  $T_{e0}$  et  $T_{i0}$  sont les températures électronique et ionique dans cette zone.  $n_n$  est la densité de neutres (profil imposé).  $I_e$  est le courant de décharge. L'amont du domaine se situe sur la gauche (en direction de la région interne de la cathode) et l'aval (en direction de la plume) sur la droite.

Le domaine de simulation est long de 1000 longueurs de Debye ( $\lambda_D$ ), c'est-à-dire environ 0.3 mm. La zone source, représentative du plasma avant la détente (composé d'ions  $X_e^+$  et d'électrons), est longue de  $15 \lambda_D$ . Le profil de densité neutre imposé est constant sur une zone longue de  $200 \lambda_D$  ( $n_n = n_{n0}$ ) avant de chuter linéairement jusqu'à atteindre  $n_n = n_{nR}$  au niveau de la frontière droite du domaine. On considérera deux cas : dans un premier temps, on supposera la densité neutre constante dans tout le domaine ( $n_n = n_{n0} = n_{nR} = 4 \times 10^{21} \text{ m}^{-3}$  qui est un ordre de grandeur correct de la densité neutre dans l'orifice de la cathode) puis, dans un second temps, on introduira une décroissance de la densité neutre linéaire spatialement en fixant  $n_{nR} = 0.1 \times n_{n0} = 4 \times 10^{20} \text{ m}^{-3}$ . Le domaine de simulation est discrétisé en 3000 points uniformément répartis.

On verra plus loin la signification de la dimension radiale représentée sur la figure VII-1. Pour l'instant, on peut préciser qu'elle nous permet de définir la densité de courant électronique dans le domaine à partir de la valeur de  $I_e$ .

### 3) Zone source

Dans le domaine de simulation de la figure VII-1, des particules sont créées à chaque pas de temps dans la zone source du plasma afin d'y maintenir la densité plasma proche de  $n_0$ . Les électrons et les ions sont injectés en volume à des températures respectives  $T_{e0}$  et  $T_{i0}$  et à une vitesse de dérive non-nulle représentative du modèle fluide : Pour les électrons, celle-ci vaut  $1.36 \times 10^5 \text{ m.s}^{-1}$  (en accord avec le courant électronique imposé sur la section de l'orifice,  $I_e = 12 \text{ A}$ ), tandis que pour les ions, elle vaut  $568 \text{ m.s}^{-1}$  (ce qui correspond à l'ordre de grandeur de la vitesse ionique simulée dans l'orifice par le modèle fluide). Tout comme dans les résultats du modèle fluide, les vitesses de dérive de ces deux espèces sont dirigées vers l'aval (voir notamment le chapitre III).

Afin de maintenir la température des électrons dans la zone source proche de  $T_{e0}$ , on introduit une fréquence arbitraire de chauffage globale (c.-à-d. de collision) pour les électrons ( $\nu_c = 10^{11} \text{ s}^{-1}$ ). A chaque pas de temps, les composantes de vitesse orthogonales à l'axe du domaine des électrons concernés par le chauffage qui se trouvent dans la zone

source sont redistribuées aléatoirement à partir d'une distribution de vitesse maxwellienne à la température  $T_{e0}$ .

Au cours de la simulation, des ions et des électrons franchissent la frontière amont du domaine (à gauche sur la figure VII-1) et sont perdus tandis que d'autres quittent la zone source sous l'effet du champ électrique. Afin de distribuer au mieux les particules injectées spatialement et de stabiliser la densité plasma à la valeur  $n_0$  dans la zone source, on applique la méthode de la transformée inverse (*inverse transform sampling*). On commence par calculer numériquement pour les ions et les électrons (notés  $s$ ) la distribution spatiale cumulative  $F_s$  dans la zone source (de dimension  $L_s$ ) :

$$F_s(x \leq L_s) = \int_0^x \max(n_0 - n_s(u), 0) du / \int_0^{L_s} \max(n_0 - n_s(u), 0) du \quad (\text{VII.8})$$

avec  $n_s$  la densité de particules de l'espèce considérée.

Il suffit ensuite pour chacune des particules à injecter de tirer un nombre aléatoire  $R$  (uniformément distribué entre 0 et 1) puis d'injecter la particule à la position suivante :

$$x_R := \sup_{0 \leq y \leq L_s} \{F_s(y) \leq R\} \quad (\text{VII.9})$$

Ainsi les particules injectées seront préférentiellement distribuées dans les régions de plus faible densité, ce qui permet une stabilisation efficace de la densité dans cette zone, le maintien de la quasi-neutralité et évite l'apparition de fluctuations du potentiel plasma malgré la proximité de la frontière du domaine.

#### 4) Pertes radiales

Physiquement, les parois de l'orifice sont des parois métalliques connectées à la masse de la cathode. Pour représenter de manière effective leur présence dans le domaine de simulation, on introduit une fréquence de pertes radiales de particules associées pour les ions et les électrons. Cette approche est parfois nommée « modèle 1.5 D ».

En supposant qu'il se forme en frontière « radiale » du domaine de simulation un analogue d'une gaine plasma, il est raisonnable de supposer qu'un flux d'ions se dirige dans cette direction à la vitesse de Bohm,  $u_B = \sqrt{k_B T_{e0} / M}$  (cf. chapitre II). Nous nous sommes fixés plus haut une dimension radiale fictive du domaine de simulation (qu'on notera  $r_{orf}$ ) : pour chaque section de longueur unité du domaine de simulation, on a alors le flux radial d'ions perdu en direction des parois :  $\Gamma_i = 2\pi r_{orf} n_i u_B$ . Rapporté à la densité volumique dans cette section (de volume  $\pi r_{orf}^2$ ), on peut alors définir une fréquence équivalente de perte pour les ions :

$$v_{ip} := 2 u_B / r_{orf} \quad (\text{VII.10})$$

En pratique, la fréquence de perte  $v_{ip}$  est tellement faible pour les ions (de l'ordre de  $3.4 \times 10^6 \text{ s}^{-1}$ ) qu'à l'échelle d'un pas de temps de simulation (de durée  $\Delta t = 0.2 / \omega_{pe0} \approx 10^{-13} \text{ s}$  où  $\omega_{pe0} = \sqrt{n_0 e^2 / \epsilon_0 m_e}$  est la fréquence plasma électronique), les pertes ioniques sont négligeables. En calculant le nombre de macro-particules (ions) perdues par pas de

temps (de manière analogue à l'approche de collision nulle pour les électrons, relation (VII.7), mais appliquée ici aux ions), on aboutit, pour un nombre de particules simulé raisonnable (quelques centaines de milliers) à une absence de perte de macro-particules (ions) à chaque instant (en appliquant la relation (VII.7)). Pour résoudre ce problème, on s'assure de considérer à chaque pas de temps un nombre de macro-particules potentiellement perdues suffisamment important à partir de la fréquence de collision macroscopique suivante :

$$\bar{v}_{iP} := \max(v_{iP}, 10/(N_i \Delta t)) \quad (\text{VII.11})$$

avec  $N_i$  le nombre de macro-particules ions simulées. Ainsi, à chaque pas de temps de simulation, la perte d'au moins 10 ions sera considérée dans le modèle. Pour les ions « sélectionnés » (cf. section A), on procède alors de la même manière que pour la méthode de collision nulle pour déterminer si ceux-ci sont réellement perdus, c'est-à-dire en comparant le rapport  $v_{iP}/\bar{v}_{iP}$  à un tirage aléatoire uniformément distribué entre 0 et 1.

Pour estimer les pertes radiales d'électrons, on procède de la même manière que pour les ions en se donnant une fréquence de pertes macroscopique effective :

$$\bar{v}_{eP} := 5 v_{the} \cdot 2/r_{orf} \text{ avec } v_{the} = \sqrt{k_B T_{e0}/m_e} \quad (\text{VII.12})$$

Ici  $v_{the}$  est la vitesse thermique des électrons dans la zone source.

Pour chacun des électrons concernés par les pertes au travers de la fréquence de pertes globale  $\bar{v}_{eP}$ , on calcule alors une fréquence de perte électronique microscopique  $v_{eP} = 2v_{\perp}/r_{orf}$  où  $v_{\perp}$  est la vitesse perpendiculaire à la paroi de la macro-particule. De nouveau, un tirage aléatoire (et la comparaison à  $v_{eP}/\bar{v}_{eP}$ ) permet alors de décider si cet électron est susceptible d'être perdu. Enfin, pour tous les électrons passant ce dernier test, on considère perdus ceux dont  $v_{\perp}$  est suffisamment grand pour leur permettre de franchir la barrière de potentiel local  $\phi(x)$  (en supposant la paroi à potentiel électrique nul).

Dans l'expression de  $\bar{v}_{eP}$  plus haut, on a pris  $5 v_{the}$  pour la « vitesse » caractéristique des pertes, afin de considérer initialement un nombre suffisamment grand de particules (en supposant que la distribution de vitesse perpendiculaire à la paroi des électrons reste approximativement maxwellienne à la température  $T_{e0}$ ) et de ne pas sous-estimer les pertes électroniques aux parois. Les simulations se sont révélées peu sensibles à la valeur exacte de  $\bar{v}_{eP}$  pour des valeurs égales ou supérieures à celle proposée ici.

Evidemment, les pertes électroniques sont très dépendantes du potentiel plasma local  $\phi(x)$ , et donc en particulier de sa valeur dans la zone source et sur la frontière amont du domaine,  $\phi_0$ . Cette dernière a été choisie pour représenter un ordre de grandeur de la hauteur de la gaine plasma au niveau des parois de l'orifice, et on a pris dans les simulations  $\phi_0 = 9 V$ .

## 5) Extraction du courant électronique

Physiquement, le courant électronique imposé (noté ici  $I_{e\text{ consigne}}$ ) doit être extrait au travers de la frontière droite du domaine. Pour ce faire, on contrôle le potentiel électrique  $\phi_R$  appliqué au niveau de la frontière aval du domaine (cf. fig. VII-1) de la façon suivante :

$$\frac{d}{dt}\phi_R = -K (I_{e_{sim}} - I_{e_{consigne}}) \quad (\text{VII.13})$$

avec  $K = 10^8$  une constante de temps d'évolution et  $I_{e_{sim}}$  le courant d'électrons simulé qui franchit la frontière aval du domaine. On verra dans la partie III que le contrôle du courant obtenu en valeur moyenne grâce à cette approche est satisfaisant. Dans les simulations, la différence de potentiel  $\phi_R - \phi_0$  moyenne entre amont et aval du domaine s'est trouvée être de l'ordre de quelques volts.

## 6) Domaine de simulation alternatif

Le domaine de simulation présenté dans le paragraphe 2) est de manière effective « cylindrique ». On peut se poser la question de l'influence de la géométrie du domaine, et en particulier du choix d'un domaine « conique ». Une telle situation est réaliste dans la mesure où l'on s'intéresse à l'expansion du plasma dans le vide, pour laquelle l'éloignement progressif des lignes de courant électronique peut éventuellement avoir un rôle à jouer.

Ainsi, après avoir présenté les simulations liées au domaine de simulation « cylindrique », on s'intéressera également au domaine « conique » suivant :

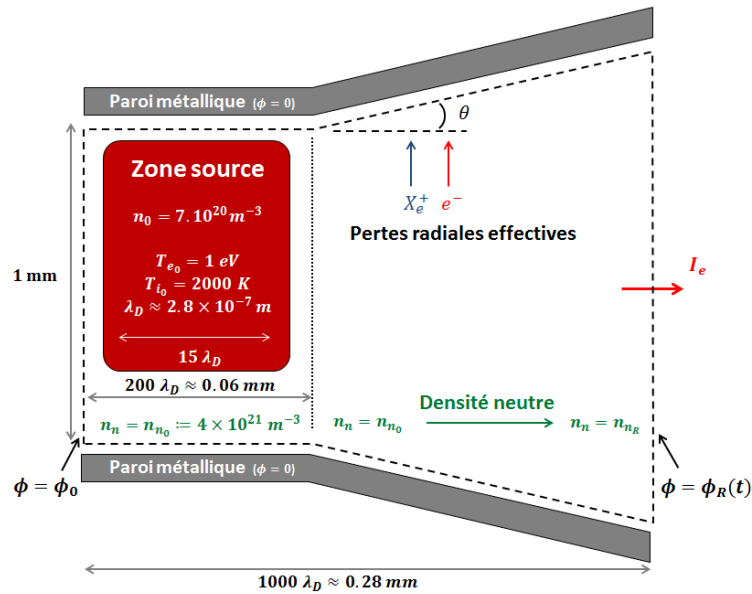


Figure VII-2 : Schéma du domaine de simulation PIC « conique ». Après une section conique (longue de  $200 \lambda_D$ ), le domaine s'ouvre en direction de l'aval s'ouvre avec un angle  $\theta = 45^\circ$ . Les autres grandeurs sont identiques au domaine « cylindrique » précédent.

Afin de rendre compte de la modification géométrique du domaine il suffit d'inclure, dans le calcul des densités de particules, un facteur géométrique sous la forme suivante :

$$f_g(x) = \left( \frac{r_{orf}}{r(x)} \right)^2 \quad (\text{VII.14})$$

où  $r(x)$  est le rayon local du domaine à l'abscisse  $x$ .

Ce facteur intervient notamment dans le calcul de la densité de charge lié à l'équation de Poisson, et dans le calcul de la fréquence de collision coulombienne électron-ion (équation (VII.1)) au travers de la densité ionique.

En ce qui concerne les pertes radiales, il suffit, pour inclure l'effet géométrique du cône, de tenir compte du rayon local du domaine de simulation lors du calcul des fréquences de pertes microscopiques, et de correctement projeter la vitesse électronique suivant la normale à la paroi au point considéré.

#### C. Aspects numériques

Dans les simulations réalisées ici, une fois le régime permanent établi, le domaine de simulation contient selon les cas entre 350 000 et 400 000 particules (au minimum 175 000 ions et électrons) pour 3000 cellules. Pour la situation initiale d'un plasma de densité uniforme, cela correspond à un peu plus de 50 ions et électrons par cellule. Le poids statistique, (identique pour les ions et les électrons) correspond à environ  $4 \times 10^{11}$  particules réelles par macro-particule. Le pas de temps d'intégration a été fixé à  $\Delta t = 0.2/\omega_{pe_0}$  avec  $\omega_{pe_0}$  la fréquence plasma électronique dans la zone source. Dans les simulations qui vont être présentées, le temps  $t = 0$  ne correspond pas à l'état initial de la simulation mais à un instant jugé représentatif du régime établi. On ne se focalisera donc pas sur la phase de croissance initiale de l'instabilité plasma mais plutôt sur son régime établi.

Les simulations sont effectuées en parallèles sur 12 cœurs de calcul, répartis de manière hybride entre 2 nœuds utilisant l'interface *Message Passing Interface* (MPI), et 6 nœuds *Open Multi-Processing* (OpenMP) contenus dans chacun des nœuds MPI parents. Du fait de la simplicité de ce modèle 1 D, les particules sont uniformément réparties entre les nœuds indépendamment de leur position spatiale dans le domaine. Les particules ne sont pas non plus équilibrées de manière « active » entre les nœuds (au travers d'échanges) mais sont simplement réparties lors de leur génération de la manière la plus équitable possible entre les nœuds de calcul (en fonction de la charge de calcul actuelle). L'essentiel des tâches (déplacement des particules, collisions) s'effectue au niveau OpenMP tandis que celles nécessitant une communication globale (résolution de l'équation de Poisson) sont réalisées au niveau MPI.

Enfin, on peut préciser que le modèle PIC a été validé en considérant le cas simple de la formation d'une gaine unidimensionnelle, pour lequel les frontières du domaine ont été fixées à potentiel électrique nul, et où un terme source de production de particules en volume a été imposé. Les pertes radiales ont également été annulées, et un terme de chauffage électronique introduit afin de maintenir la température électronique constante. Le modèle reproduit alors correctement le potentiel de gaine calculé analytiquement.

### III. Résultats de simulation

#### A. Description générale du cas « cylindrique »

Nous nous intéressons tout d'abord au cas de simulation le plus simple d'un domaine « cylindrique » (paragraphe II.B.2)). La densité neutre dans le domaine est fixée à une valeur constante :  $n_n = 4 \times 10^{21} \text{ m}^{-3}$ .

On commence par représenter ci-dessous l'évolution temporelle du courant électronique extrait à l'aval du domaine de simulation, ainsi que le potentiel électrique d'extraction  $\phi_R$  qui y est appliqué :

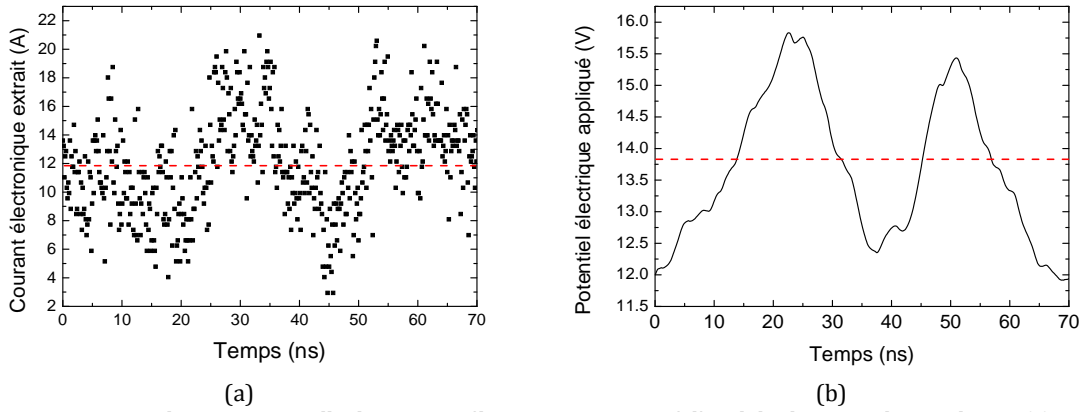


Figure VII-3 : Evolution temporelle du courant électronique extrait à l'aval du domaine de simulation (a) et potentiel électrique d'extraction  $\phi_R$  (b). On rappelle que le potentiel électrique au niveau de la frontière amont vaut  $\phi_0 = 9 V$ . Les valeurs moyennes sont représentées par les traits rouges discontinus. La simulation correspond au cas « cylindrique » avec une densité neutre constante. L'instant  $t = 0$  n'est pas le début de la simulation mais un instant représentatif de l'atteinte d'un régime permanent de la simulation.

La figure VII-3 (a) ci-dessus illustre la bonne régulation du courant extrait proche de sa valeur de consigne ( $I_e = 12 A$ , le courant moyen simulé valant  $11.9 A$ ). La condition aux limites en courant est donc correctement respectée par la simulation. Le potentiel électrique appliqué au niveau de la frontière aval est légèrement fluctuant (figure VII-3 (b)), autour d'une valeur moyenne égale à  $13.8 V$ . Ceci correspond à une chute de potentiel le long du domaine de simulation (long de  $0.3 mm$ ) de l'ordre de  $5 V$ . Ainsi la chute de potentiel simulée dans ces conditions le long du domaine de simulation apparaît d'emblée bien supérieure à celle obtenue le long de l'orifice dans le modèle fluide en l'absence de processus anormaux (cf. chapitre III).

On a représenté sur la figure VII-4 ci-dessous les profils de densité ionique et de potentiel plasma dans le domaine de simulation au cours du temps.

On constate tout d'abord que la densité ionique dans la zone source (1.5 % de la longueur totale du domaine, à l'amont) sur la figure VII-4 (a) est correctement maintenue autour de sa valeur de consigne, c'est-à-dire,  $n_0 = 7 \times 10^{20} m^{-3}$ . Il en va de même pour la densité électronique dans la zone source (cette figure n'est pas montrée ici). En conséquence, la quasi-neutralité est bien respectée à l'amont du domaine de simulation et le potentiel plasma y est relativement plat, comme on peut le constater sur la figure VII-4 (b). Plus loin en direction de l'aval, la densité plasma décroît principalement sous l'effet de l'accélération des particules chargées. En effet, les pertes radiales effectives jouent un rôle secondaire, puisque le courant électronique moyen perdu dans les gaines (représentées, on le rappelle, de manière approximative par une fréquence de pertes de particules effective) n'est que de  $0.03 A$ .

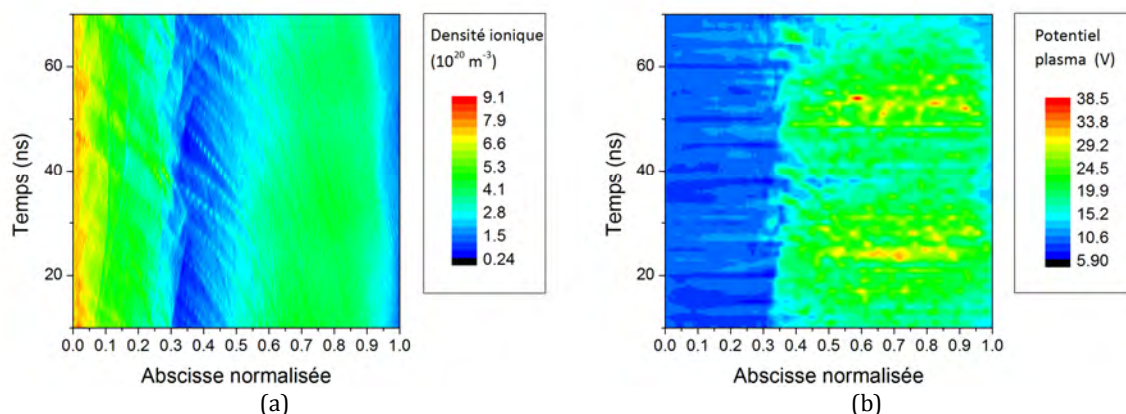


Figure VII-4 : Densité plasma (a) et potentiel plasma (b) dans le domaine de simulation au cours du temps. Le cas de simulation correspond à la situation « cylindrique » avec une densité neutre constante. L'amont du domaine (où est maintenue la densité plasma) est situé à l'abscisse 0 tandis que le potentiel d'extraction est appliqué à l'abscisse 1 (en unités normalisées).

Il est surprenant de remarquer qu'après une phase de décroissance de la densité plasma (jusqu'à la moitié du domaine de simulation), la densité plasma croît de nouveau, et fait apparaître un maximum de densité dans le dernier tiers du domaine (figure VII-4 (a)). Cette augmentation de la densité coïncide avec une augmentation brutale du potentiel plasma moyen (figure VII-4 (b)) dans la seconde moitié du domaine, et l'apparition d'oscillations du potentiel plasma à haute fréquence temporelle et courte longueur d'onde. Des fluctuations cohérentes de la densité ionique sont également visibles sous la forme de stries qui prennent naissance et « remontent » le domaine depuis le second maximum de densité plasma (à une abscisse comprise entre 0.5 et 0.6 sur la figure VII-4 (a)) à une vitesse de phase de l'ordre de  $4000 \text{ m.s}^{-1}$ . On poursuivra l'analyse des fluctuations de la densité ionique dans la suite.

Pour mieux visualiser les fluctuations du potentiel plasma à un instant donné, on a représenté ci-dessous (figure VII-5) le profil de potentiel plasma moyenné temporellement ainsi qu'un profil de potentiel plasma instantané. L'énergie électronique moyenne est également tracée.

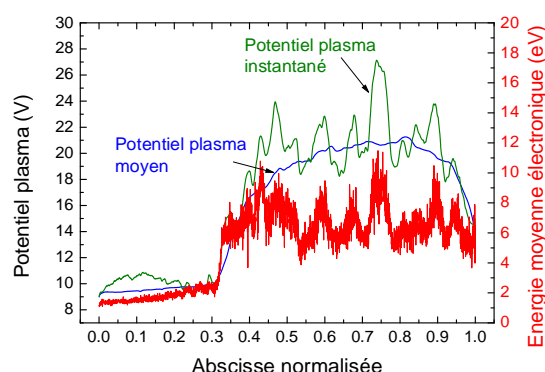


Figure VII-5 : Potentiel plasma instantané, moyenné temporellement et énergie moyenne des électrons le long du domaine au même instant. Cette simulation correspond au cas « cylindrique » avec une densité neutre constante.

On peut distinguer deux régions sur la figure VII-5 ci-dessus : Tout d'abord, une région s'étendant sur le premier tiers du domaine où le potentiel plasma moyen croît linéairement et de manière douce. Parallèlement l'énergie électronique moyenne croît dans les mêmes



proportions. La résistivité et l'échauffement des électrons dans cette région sont essentiellement liés aux collisions avec les autres particules. Puis, à partir du second tiers du domaine, le potentiel plasma moyen croît brutalement (tout comme sur la figure VII-4 (b) plus haut) et des fluctuations du potentiel plasma d'amplitude de l'ordre de quelques volts apparaissent. Sans surprise, les électrons gagnent de l'énergie dans ces fluctuations, et on en retrouve donc la trace sur l'énergie moyenne électronique. L'échauffement des électrons dans le deuxième tiers du domaine leur fournit suffisamment d'énergie pour permettre à certains d'entre eux d'effectuer des collisions ionisantes avec les neutres, ce qui explique l'accroissement de la densité plasma constaté dans la deuxième moitié du domaine (figure VII-4 (a)). Dans le dernier quart du domaine, la chute du potentiel plasma moyen simulé est probablement provoquée par la proximité de la condition aux limite aval qui suppose les particules perdues une fois la frontière du domaine franchie. Une telle frontière n'est pas présente dans la situation réelle.

Les fluctuations de potentiel plasma ont également un effet microscopique sur la fonction de distribution électronique. On a représenté sur la figure VII-6 (a) ci-dessous la densité de l'espace des phases électronique avec en abscisse la position axiale des électrons et en ordonnée leur énergie cinétique liée à la dérive axiale. Les valeurs positives correspondent à des électrons dirigés vers l'aval, et négatives vers l'amont. Sur la figure VII-6 (b), on a tracé l'espace des phases pour la vitesse radiale des électrons. De nouveau, le signe de l'énergie cinétique correspond à l'orientation du vecteur vitesse.

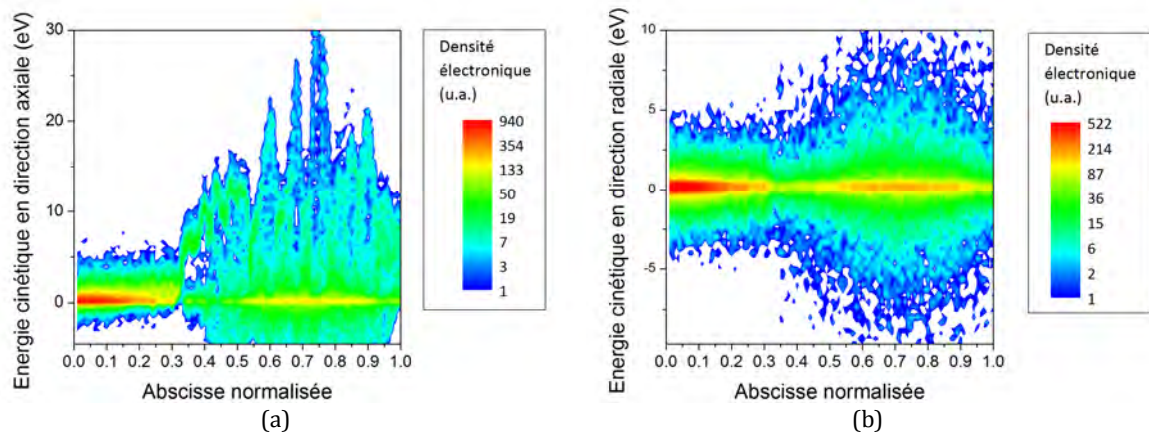


Figure VII-6 : Espace des phases des électrons : couple position-énergie cinétique (en eV) en direction axiale (a) et radiale (b). Les unités de densité sont arbitraires et l'échelle est logarithmique. La simulation correspond au cas « cylindrique » avec une densité neutre constante. En direction axiale, les valeurs positives correspondent à des électrons dirigés vers l'aval (région d'extraction).

L'espace des phases dans la direction axiale (figure VII-6 (a)) correspond à ce à quoi on pouvait s'attendre au regard de l'énergie électronique moyenne axiale (figure VII-5) : les électrons sont initialement injectés avec une distribution maxwellienne (à température égale à 1 eV). L'aspect légèrement asymétrique entre électrons dirigés vers l'aval et l'amont est lié aux pertes électroniques au niveau de la frontière amont. Puis les électrons sont accélérés par le champ électrique afin de les extraire du domaine. Leur vitesse d'ensemble croît légèrement (on le verra plus clairement dans la suite) puis finalement, à l'abscisse 0.3 (normalisée), on observe un éclatement de la distribution en vitesse axiale et l'accélération des électrons dans les fluctuations du potentiel déjà présentées (figure VII-5). La majorité de ces électrons accélérés va subir des collisions inélastiques avec les neutres, ce qui réduit

leur énergie de dérive et fait réapparaître une population (majoritaire) d'électrons à basse énergie à partir de l'abscisse 0.4 (normalisée). Globalement, on observe tout de même un élargissement de la distribution d'énergie cinétique axiale des électrons, qui était retranscrit précédemment sur le tracé de leur énergie moyenne (figure VII-5). A partir de l'abscisse 0.3, certains électrons sont brutalement accélérés, et on constate l'apparition d'une population d'électrons qui se déplace à grande vitesse (de l'ordre de  $2 \times 10^6 \text{ m.s}^{-1}$ ) en effectuant peu de collisions, qu'on peut rapprocher du phénomène d'électrons « runaway ». La vitesse élevée de ces électrons, supérieure à la vitesse thermique électronique dans cette région (à l'abscisse 0.5, on a  $v_{th,e} \approx 8.4 \times 10^5 \text{ m.s}^{-1}$  d'après la figure VII-5), est susceptible de créer des conditions propices au déclenchement de l'instabilité Buneman, ce qui expliquerait la présence de profondes structures de piégeage électrostatique à partir du deuxième tiers du domaine (figures VII-5 et VII-6 (a)). L'excitation d'une telle instabilité à grande vitesse de dérive électronique est au moins partiellement liée à la vitesse initiale des électrons injectés dans la zone source et on considérera au paragraphe E une simulation similaire mais sans vitesse de dérive à l'injection.

Radialement, la situation est évidemment moins intéressante physiquement, puisque le plasma est simplement bordé par une gaine équivalente, et que la non-résolution de cette direction ne permet pas de faire apparaître d'instabilités de transport éventuelles. Dans le plan radial, la distribution d'énergie cinétique des électrons reste similaire à son aspect à l'injection (distribution maxwellienne) et on constate simplement un échauffement à partir du deuxième tiers du domaine. Cela est simplement dû aux électrons qui, accélérés par les fluctuations axiales de potentiel électrique, voient leur vitesse redirigée par les collisions (élastiques principalement) en direction radiale.

Enfin, on a représenté l'espace de phase des ions pour le couple position-vitesse en direction axiale (figure VII-7).

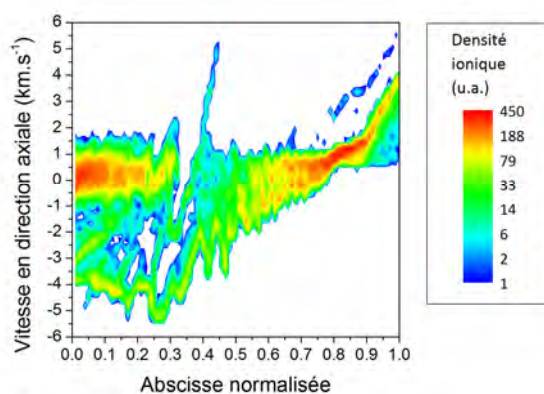


Figure VII-7 : Espace des phases des ions : couple position-vitesse en direction axiale. Les unités de densité sont arbitraires et l'échelle est logarithmique. La simulation correspond au cas « cylindrique » avec une densité neutre constante. Les valeurs positives de vitesse correspondent à des ions dirigés vers l'aval (région d'extraction).

On retrouve ici sur l'espace des phases le maximum de densité ionique déjà observé précédemment dans la zone source (figure VII-4 (a)). Puis, on observe une zone à l'abscisse 0.8 où les vitesses de tous les ions (créés localement par ionisation) sont faibles. Cette zone correspond au second maximum de densité plasma et au plateau de potentiel plasma moyen (figure VII-4 (a) et VII-5). De part et d'autre, les ions sont accélérés vers l'amont et l'aval par

le champ électrique moyen. Les ions accélérés vers l'amont traversent une région (abscisses 0.2 à 0.5 sur la figure VII-7) où sont déjà présents les ions injectés dans la zone source. Si  $v_{d,i-i}$  est la vitesse de dérive des deux populations d'ions (de l'ordre de  $1 \text{ km.s}^{-1}$  d'après la figure VII-7 à l'abscisse 0.4),  $v_{th,i}$  un ordre de grandeur de leur vitesse thermique (similaire pour les deux populations d'après la figure VII-7, de l'ordre de  $0.5 \text{ km.s}^{-1}$ ) et  $c_{s,i}$  la vitesse acoustique ionique (comprise entre  $1 \text{ km.s}^{-1}$  et  $1.8 \text{ km.s}^{-1}$  d'après les résultats de fig. VII-5), on a :  $v_{th,i} < v_{d,i-i} < c_{s,i}$ . Ces conditions sont favorables à l'excitation d'une instabilité de dérive ion-ion [74] responsable des modulations visible sur l'espace des phases ionique (fig. VII-7) et probablement à l'origine d'une partie des perturbations du potentiel plasma dans la zone comprise à l'amont de l'abscisse 0.3.

Pour conclure cette section, on a tracé la distribution en vitesse des électrons extraits du domaine à l'aval (figure VII-8) :

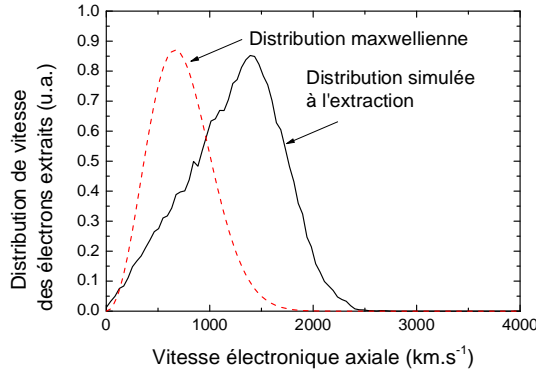


Figure VII-8 : Distribution en vitesse des électrons extraits à l'aval du domaine. Les unités sont arbitraires. Le profil rouge discontinu correspond à la distribution de vitesse des électrons attendue pour une distribution électronique maxwellienne à température  $T_{e0}$  et à la vitesse d'ensemble  $v_{e0} = I_e / (en_0 S_{orf})$ . La simulation correspond au cas « cylindrique » avec une densité neutre constante.

On constate que l'allure de la distribution électronique simulée n'est pas radicalement modifiée par le transit des électrons au travers du domaine de simulation par rapport à la distribution attendue pour des électrons maxwelliens en dérive à la vitesse d'ensemble  $v_{e0} = I_e / (en_0 S_{orf})$  (profil rouge discontinu sur la figure VII-8). Par contre, les électrons sont chauffés, comme on l'a constaté à plusieurs reprises, par les fluctuations du champ électrique. Ceci correspond à l'accroissement observé de l'énergie moyenne électronique s'élevant à  $6 \text{ eV}$  à l'aval contre  $1.5 \text{ eV}$  initialement à l'amont (figure VII-5).

## B. Instabilité observée et interprétation physique

On a présenté dans la section précédente un aperçu des simulations réalisées dans le cas « cylindrique » avec une densité neutre constante. On a pu constater, dans le cas « cylindrique » qu'après une zone de faible résistivité (comparativement au reste du domaine), le potentiel plasma croît brutalement et des fluctuations apparaissent aussi bien sur l'évolution temporelle du potentiel plasma que sur celle de la densité ionique. L'objectif pour nous est maintenant de mieux comprendre l'origine de ces fluctuations, de les caractériser et de nous appuyer sur cette compréhension pour en définitive justifier l'approche du transport anormal développée dans le modèle fluide de la cathode.

On cherche à mettre en évidence ici une instabilité de dérive acoustique ionique, dont la relation de dispersion pour des ions en dérive à la vitesse  $V_{d,i}$  :

$$\omega = k(c_{s,i} + V_{d,i}) \quad (\text{VII.15})$$

où  $\omega$  et  $k$  sont la pulsation et le nombre d'onde du mode considéré et  $c_{s,i} = \sqrt{k_B T_e / M}$  est la vitesse acoustique ionique. Nous nous sommes placés dans des conditions telles que  $c_{s,i} \ll V_d \ll v_{th,e}$  avec  $V_d$  la vitesse de dérive électronique par rapport aux ions et  $v_{th,e}$  la vitesse thermique électronique.

On a vu dans le chapitre III que la croissance de l'instabilité se produit lorsque le nombre de Mach électronique excède l'unité ( $M_e = V_d / c_{s,i}$ ). Ainsi, on a tracé ci-dessous, à partir des résultats de simulations PIC, la valeur de  $M_e$  moyennée sur la fonction de distribution électronique en fonction de l'abscisse dans le domaine. On a pris  $c_{s,i} = \sqrt{k_B T_e(x) / M}$ , avec  $T_e(x)$  la température électronique locale, estimée en supposant la distribution électronique maxwellienne et en prenant  $T_e(x) = \frac{1}{k_B} \times \frac{2}{3} \langle \varepsilon_e(x) \rangle$  où  $\langle \varepsilon_e(x) \rangle$  est l'énergie cinétique électronique moyenne (voir la figure VII-5).

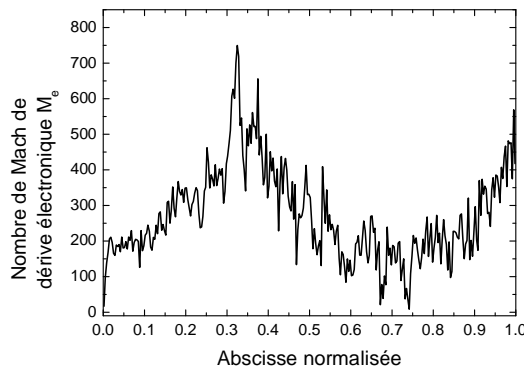


Figure VII-9 : Nombre de Mach de dérive électronique en fonction de la position dans le domaine. La simulation correspond au cas « cylindrique » avec une densité neutre constante.

On retrouve, comme précédemment pour les autres grandeurs, une évolution brutale de  $M_e$  à la fin du premier tiers du domaine de simulation. Puisque les électrons accélèrent d'abord progressivement sous l'effet du champ électrique, le tracé VII-9 plaide pour un effet de seuil sur la valeur de  $M_e$  qui conduit ensuite au déclenchement de l'instabilité acoustique ionique. Cependant, alors que ce seuil serait de l'ordre de 1 dans le modèle fluide pour l'instabilité acoustique ionique, le déclenchement de l'instabilité se produit ici lorsque  $M_e$  atteint approximativement 350. On peut éventuellement justifier ceci en remarquant que les collisions des électrons avec les neutres et les ions sont susceptibles de retarder le déclenchement de l'instabilité acoustique ionique, de même que la modification de la fonction de distribution des ions et donc l'amortissement Landau. Cependant, la valeur du seuil de déclenchement paraît excessive pour l'instabilité acoustique ionique, même en présence de collisions, et on s'attend, d'après la VII-9, à observer l'instabilité acoustique ionique sur la majeure partie du domaine.

Jusqu'ici, l'analyse proposée suppose que la vitesse de dérive des ions est faible, ce qui est acceptable dans la zone source, mais faux dans la région à l'abscisse 0.3 qui est traversée par

les ions produits à l'aval et remontant le domaine à une vitesse de l'ordre de  $2 \text{ km.s}^{-1}$  (cf. fig. VII-7). Ainsi, cette configuration pourrait également provoquer le déclenchement de l'instabilité acoustique ionique (puisque l'on a localement  $T_e \approx 1 \text{ eV}$  et donc  $c_{s,i} \approx 850 \text{ m.s}^{-1}$ ) et justifier les instabilités observées à partir de l'abscisse 0.3. Enfin, comme mentionné précédemment, une instabilité de type Buneman n'est pas non plus à exclure à partir de cette même abscisse. En effet, cette dernière est susceptible de se déclencher lorsque la vitesse de dérive électronique est grande devant la vitesse thermique électronique  $v_{th,e}$ . Or, on  $v_{th,e} = \sqrt{M/m} c_{s,i} \approx 490 c_{s,i}$ . Ainsi, une instabilité Buneman est susceptible d'apparaître pour  $M_e > 500$ , c'est-à-dire entre les abscisses 0.3 et 0.4 d'après la figure VII-9.

A elle seule, la figure VII-9 est insuffisante pour démontrer la présence de l'instabilité acoustique ionique dans la simulation PIC. On a tracé sur la figure VII-10 ci-dessous le diagramme de dispersion pour la grandeur  $\delta n_i = (n_i(x, t) - \bar{n}_i(x))/\bar{n}_i(x)$  où  $n_i(x, t)$  et  $\bar{n}_i(x)$  sont respectivement la densité ionique instantanée et la densité ionique moyennée temporellement. On a directement représenté l'amplitude des différents modes, avec en ordonnée la pulsation et en abscisse le nombre d'onde. La figure VII-10 a été obtenue à partir de l'intégralité du domaine de simulation.

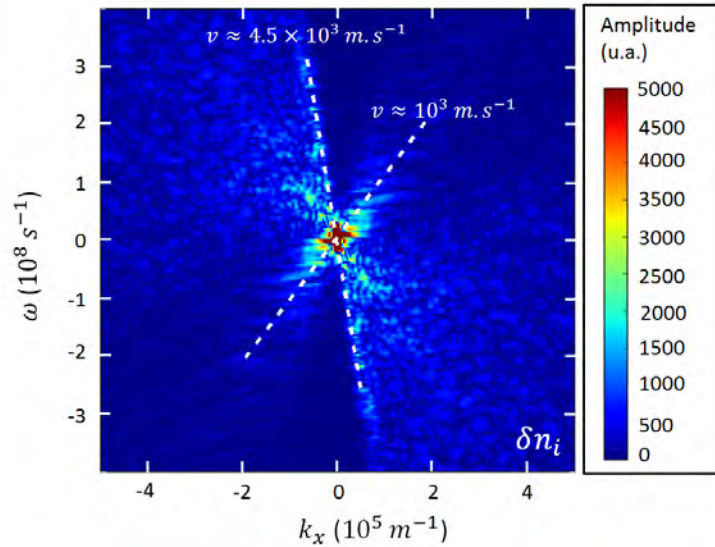


Figure VII-10 : Diagramme de dispersion pour  $\delta n_i$ . L'amplitude des différents modes est représentée en fonction du nombre d'onde dans la direction axiale  $k_x$  et de la pulsation  $\omega$ . La simulation correspond au cas « cylindrique » avec une densité neutre constante.

La figure VII-10 fait clairement apparaître deux modes distincts : un premier, se propageant vers l'amont du domaine, dont la vitesse de phase vaut approximativement  $4.5 \times 10^3 \text{ m.s}^{-1}$  et un second dirigé vers l'aval dont la vitesse de phase est proche de  $10^3 \text{ m.s}^{-1}$ . La présence de collisions et l'intégration réalisées sur l'ensemble du domaine de simulation rend cependant son contenu bruité et on présentera une analyse similaire mais plus fine dans le paragraphe E.

On peut associer le premier mode (celui remontant vers l'amont) aux perturbations de la densité ionique remarquées plus tôt (figure VII-4 (a)) qui prennent naissance dans la seconde moitié du domaine et se dirigent vers l'amont. La vitesse de phase obtenue à partir du diagramme VII-10 concorde d'ailleurs avec l'estimation que l'on en avait faite

précédemment à partir de l'évolution temporelle de  $n_i$ . Physiquement, on peut justifier l'existence de ce mode orienté vers l'amont par la création d'ions en volume dans la seconde moitié du domaine de simulation : en effet, on y a observé l'existence d'un plateau du potentiel plasma moyen, ainsi qu'un accroissement brutal de l'énergie électronique moyenne (figure VII-5). La majorité des ions créés en volume le sont donc en haut de ce plateau du potentiel moyen, avant d'être accélérés entre autres vers l'amont. Les vitesses des ions obtenues ( $4.5 \times 10^3 \text{ m.s}^{-1}$ ) concordent approximativement avec l'ordre de grandeur de la chute de potentiel moyen, c'est-à-dire autour de 10 volts (figure VII-5). Ensuite, on a mentionné précédemment le déclenchement probable d'une instabilité ion-ion autour de l'abscisse 0.3 (cf. fig. VII-7) provoquée par ces ions remontant de l'aval du domaine et il est probable que les fluctuations du quadrant inférieur droit de la figure VII-10 y soient liées.

Le second mode, dirigé vers l'aval et dont la vitesse de phase vaut approximativement  $10^3 \text{ m.s}^{-1}$  est moins facilement décelable dans les profils de densité et potentiel plasma réalisés précédemment. On remarque sur le diagramme de dispersion que sa vitesse de phase est proche de la vitesse acoustique ionique  $c_{s,i} \approx \sqrt{k_B T_e / M} \approx 850 \text{ m.s}^{-1}$  calculée dans la zone source. Cette remarque, additionnée à la relation de dispersion (VII.15), nous permet d'associer de manière relativement claire ce mode dirigé vers l'aval à l'instabilité acoustique ionique dans le premier tiers du domaine (où le chauffage électronique est encore peu intense). Il semble également possible de distinguer un mode additionnel remontant vers l'amont dont la vitesse de phase serait de l'ordre de  $1 \text{ km.s}^{-1}$ . La présence de ce mode pourrait de nouveau s'expliquer par la déclenchement d'une instabilité acoustique ionique provoquée par les ions dérivant vers l'amont à une vitesse de l'ordre de  $2 \text{ km.s}^{-1}$  (cf. fig. VII-7 et éq. (VII.15)).

Pour être complet, on peut préciser que le diagramme de dispersion pour  $\delta n_e$  (figure non présentée ici) ne met pas en évidence de mode purement électronique.

Bien entendu, la comparaison entre le diagramme de phase VII-10 et la relation de dispersion attendue pour l'onde acoustique ionique (VII.15) ne peut être qu'approximative, puisque le chauffage des électrons en particulier est susceptible de modifier la valeur locale de la vitesse acoustique ionique. On peut tout de même raisonnablement conclure que le modèle PIC nous a permis de mettre en évidence le déclenchement de l'instabilité acoustique ionique dans des conditions représentatives de l'orifice de la cathode et de la proche plume. Toutefois, l'excitation d'autres instabilités (ion-ion, Buneman) et la prise en compte des collisions compliquent l'analyse des résultats (en particulier du diagramme de dispersion) et rendent le parallèle avec les simulations du modèle fluide indirect.

### C. Liens avec le modèle fluide

Pour finir, on peut chercher à estimer la densité d'énergie contenue dans les fluctuations du champ électrique simulées dans le code PIC. Ces fluctuations du champ électrique sont la conséquence des instabilités plasma dans le domaine.

Nous avons introduit dans la simulation fluide un seuil qui lie la saturation de l'instabilité par des effets non-linéaires à l'énergie thermique électronique (cf. chapitre III). Si on note  $\varepsilon_F$  la densité de fluctuations liée à l'instabilité acoustique ionique, on a fixé le seuil sous la



forme suivante [65] :  $[\varepsilon_f]_{MAX} = \alpha_{nT_e} n k_B T_e$ . Le paramètre qui caractérise ce seuil,  $\alpha_{nT_e} := 3 \times 10^{-3}$ , a été ajusté sur la base de comparaisons entre simulations fluides et résultats expérimentaux. On peut maintenant utiliser les résultats de la simulation PIC pour valider indirectement l'ordre de grandeur de ce choix dans des conditions représentatives de la cathode.

La densité d'énergie contenue dans les fluctuations du champ électrique dans le domaine peut être estimée à un instant donné en calculant :

$$\varepsilon_F = \frac{2}{L} \int_{L/2}^L \frac{1}{2} \varepsilon_0 \delta E^2 dx \quad (\text{VII.16})$$

avec  $\varepsilon_0$  la permittivité du vide,  $\delta E$  les fluctuations du champ électrique dans le domaine et  $L$  la longueur du domaine. On a choisi ici arbitrairement d'intégrer uniquement sur la seconde moitié du domaine afin d'inclure dans le calcul uniquement les régions où l'instabilité acoustique ionique est présente et bien « développée ».

On a tracé sur la figure VII-11 ci-dessous l'évolution temporelle de  $\varepsilon_F$  calculée à partir des résultats de simulation (cas « cylindrique ») et de la définition (VII.16). Le potentiel électrique appliqué afin d'extraire le courant électronique  $y$  est également représenté :

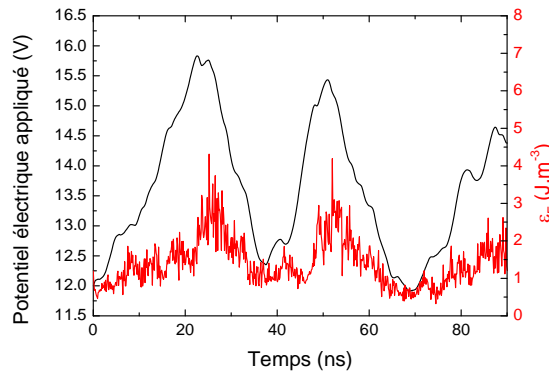


Figure VII-11 : Potentiel électrique appliqué et densité d'énergie  $\varepsilon_F$  des fluctuations du champ électrique. Ces résultats correspondent au cas de simulation « cylindrique » avec densité neutre constante.

On observe une corrélation évidente entre les évolutions temporelles de la densité d'énergie fluctuante et du potentiel appliqué pour extraire le courant électronique imposé ( $I_e = 13$  A) à l'aval du domaine. Cela justifie le lien direct qui existe entre résistivité (et fréquence de collision anormale) et densité d'énergie des fluctuations, et fait écho au modèle fluide de l'instabilité acoustique ionique que nous avons introduit dans le chapitre III.

Pour le dernier pas de temps présenté sur la figure VII-11, on a  $\varepsilon_F = 1.55 \text{ J.m}^{-3}$ . Ce pas de temps correspond au profil d'énergie moyenne électronique tracé sur la figure VII-5. Si on calcule la valeur moyenne de  $n k_B T_e$  sur la moitié aval du domaine de simulation (tout comme pour  $\varepsilon_F$ ), on obtient  $\langle n k_B T_e \rangle \approx 208 \text{ J.m}^{-3}$ . On peut alors estimer  $\alpha_{nT_e} = \varepsilon_F / \langle n k_B T_e \rangle \approx 7 \times 10^{-3}$ . Cette valeur correspond à une fréquence de collision anormale électronique maximale (lorsque l'instabilité acoustique ionique est saturée, et dans la limite

des grandes vitesses de dérive électronique) de l'ordre de  $v_{eAN} \approx 2.5 \times 10^{-2} \cdot \omega_{pe}$  (cf. chapitre III), soit environ  $v_{eAN} \approx 5 \times 10^9 \text{ s}^{-1}$  dans des conditions plasma représentatives de la proche plume de la cathode ( $n = 1.2 \times 10^{19} \text{ m}^{-3}$ ).

On pourra remarquer que la valeur simulée de  $\alpha_{nT_e}$  est supérieure à celle employée dans le modèle fluide dans le chapitre III (on avait choisi  $\alpha_{nT_e} = 3 \times 10^{-3}$ ). Néanmoins, la valeur que nous venons d'obtenir à partir des simulations PIC reste dans la plage de valeurs attendue d'après la littérature ( $\alpha_{nT_e} \in [10^{-3}, 10^{-2}]$ , cf. [65]). Il faut également souligner le fait que le seuil  $\alpha_{nT_e}$  décrit un phénomène complexe de saturation de l'instabilité d'origine cinétique. A ce titre, l'estimation que nous avons proposée de  $\alpha_{nT_e}$  est susceptible de varier temporellement sur les courtes échelles de temps.

Pour finir, on peut estimer la fréquence de collision « anormale » simulée dans les conditions du modèle PIC. Si on définit la résistivité  $\eta = \frac{\langle E \rangle}{\langle j_e \rangle}$ , on obtient la fréquence de collision électronique totale :  $v_{e, PIC} = v_{eAN, PIC} + v_{e, CL} = \frac{e^2 n}{m_e} \eta$  (en négligeant les effets du gradient de pression électronique). En se basant sur la zone comprise entre les abscisses 0.3 et 1 (sur laquelle la chute de potentiel moyennée temporellement est de l'ordre de 10 V et la densité plasma de l'ordre de  $4 \times 10^{20} \text{ m}^{-3}$ ), on obtient  $v_{e, PIC} \approx 1.8 \times 10^{10} \text{ s}^{-1}$ . Dans la même zone, avec  $T_e \approx 4 \text{ eV}$ , on obtient une fréquence de collision « classique »  $v_{e, CL}$  ( $e-i$  et  $e-n$ ) de l'ordre de  $2 \times 10^9 \text{ s}^{-1}$  (en supposant des distributions de particules maxwelliennes) et donc  $v_{eAN, PIC} \approx 1.6 \times 10^{10} \text{ s}^{-1}$ .

Cette estimation concorde avec l'ordre de grandeur de celle qu'on peut faire à partir de l'expression du modèle fluide (III.14) : en supposant  $\alpha_{nT_e} = 3 \times 10^{-3}$  et l'instabilité acoustique ionique saturée (voir le chapitre III), on obtient  $v_{eAN, fluide} \approx 1.2 \times 10^{10} \text{ s}^{-1}$  (pour  $n = 4 \times 10^{20} \text{ m}^{-3}$ ).

On retiendra donc de la modélisation PIC présentée ici qu'elle a permis de mettre en évidence le phénomène d'instabilité acoustique ionique dans des conditions représentatives de celles obtenues dans la région d'extraction de la cathode. On a également obtenu une estimation du seul paramètre du modèle fluide de l'instabilité ( $\alpha_{nT_e}$ ) qui, bien que légèrement supérieure à celle employée dans le cadre du modèle de la cathode, nous conforte dans la description de l'instabilité acoustique ionique que nous avons proposée. On souligne tout de même une nouvelle fois que d'autres instabilités sont excitées dans le domaine de simulation ce qui rend inexacte la détermination du paramètre  $\alpha_{nT_e}$ .



### D. Décroissance de la densité neutre et cas « conique »

Pour conclure ce chapitre sur la modélisation PIC de l'instabilité acoustique ionique dans l'orifice de la cathode, nous allons brièvement présenter des résultats de simulation obtenus, tout d'abord lorsqu'une décroissance spatiale de la densité de neutre est prise en compte, puis en introduisant un accroissement du « rayon effectif » de la région simulée, afin de reproduire de plus près la situation physique de la détente du plasma.

#### 1) Cas « cylindrique » avec décroissance de la densité neutre

Le domaine de simulation est de nouveau celui présenté sur la figure VII-1 mais on introduit cette fois une chute de la densité neutre à partir d'une abscisse correspondant à 20 % de la longueur totale du domaine (depuis l'amont) : la densité neutre à l'amont de cette limite vaut toujours  $n_n = n_{n_0} = 4 \times 10^{21} \text{ m}^{-3}$  mais à décroît linéairement à l'aval jusqu'à la valeur  $n_n = n_{n_R} = 4 \times 10^{20} \text{ m}^{-3}$  au niveau de la frontière d'extraction. Les autres paramètres sont les mêmes que précédemment pour le cas « cylindrique ».

Dans ces conditions, on obtient les résultats de simulation suivants pour l'évolution temporelle de la densité ionique et du potentiel plasma dans le domaine de simulation :

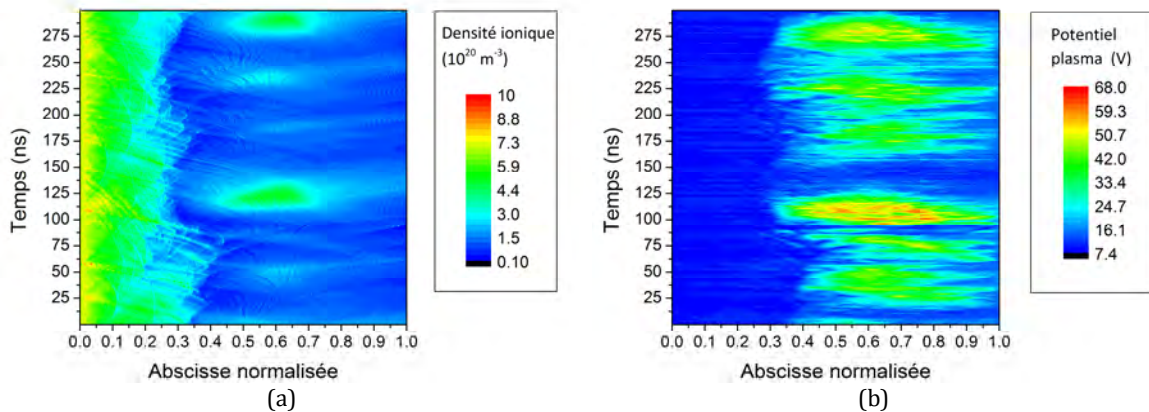


Figure VII-12 : Densité plasma (a) et potentiel plasma (b) dans le domaine de simulation au cours du temps. Le cas de simulation correspond à la situation « cylindrique » avec un profil de densité neutre décroissant. L'amont du domaine (où est maintenue la densité plasma) est situé à l'abscisse 0 tandis que le potentiel d'extraction est appliqué à l'abscisse 1 (en unités normalisées).

La répartition spatiale du plasma en un instant donné (par exemple à 110 ns sur la figure VII-12 (a) ci-dessus) reste qualitativement similaire à celle obtenue dans le cas « cylindrique » avec une densité neutre constante (fig. VII-4 (a)). Toutefois, on observe maintenant l'apparition d'une modulation (autour de 6 MHz) de la densité plasma et du potentiel plasma (figure VII-12 (a) et (b)) qui s'ajoute aux fluctuations liées à l'instabilité acoustique ionique.

On remarque que l'amplitude des variations dans la seconde moitié du domaine pour l'ensemble des grandeurs (densité et potentiel plasma) est bien plus importante que dans le cas cylindrique. Cela peut s'expliquer par la chute de la densité neutre, qui conduit à une diminution de la fréquence de collision électron-neutre. Deux facteurs contribuent alors à une intensification de l'instabilité par rapport au cas précédent (avec un profil de densité neutre constant). D'une part, la fréquence moindre des collisions élastiques électron-neutre,

qui tendent à maxwellianiser la distribution électronique, permet à la distribution électronique d'être plus largement affectée par l'instabilité et limite la dissipation collisionnelle d'énergie. D'autre part, les collisions ionisantes étant moins fréquentes, la densité plasma est plus faible et la vitesse électronique de dérive plus importante. Ainsi l'instabilité acoustique ionique croît plus intensément que dans le cas à densité neutre constante.

Ceci n'explique pas cependant la composante autour de 6 MHz de la figure VII-12, qui était absente des simulations précédentes. On peut proposer le mécanisme suivant : dans les simulations où la densité neutre était constante, on avait également observé la formation d'un maximum de densité plasma dans la seconde moitié du domaine. Cependant, l'ionisation continue en volume dans cette région (permise par le chauffage électronique lié à l'instabilité acoustique ionique) permettait d'y maintenir le plasma malgré la perte d'ions (qui chutent dans le profil de potentiel moyen) et d'électrons qui sont extraits au niveau de la frontière aval. Au contraire, on observe sur la figure VII-12 (a) que le plasma dans la seconde moitié du domaine est constamment « consommé » par l'extraction à l'aval et sa densité chute progressivement. Une fois arrivé au minimum de densité (au temps 150 ns sur la figure VII-12 (a) par exemple), l'instabilité plasma croît de nouveau, ce qui conduit à une résistivité électronique plus importante, et un potentiel plasma plus élevé (VII-12 (b) peu après 150 ns). Cette évolution « cyclique » est plus facilement visible sur le tracé ci-dessous (figure VII-13), qui représente la densité d'énergie des fluctuations du champ électrique  $\varepsilon_F$  ainsi que le potentiel électrique d'extraction à l'aval :

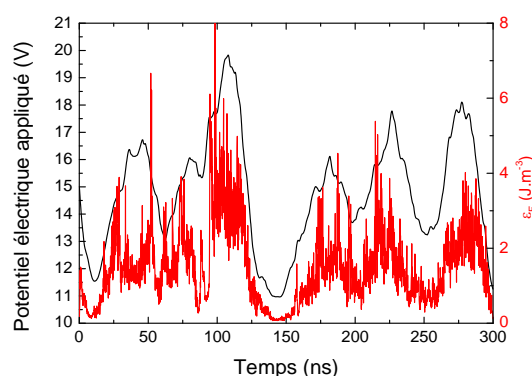


Figure VII-13 : Potentiel électrique appliqué et densité d'énergie  $\varepsilon_F$  des fluctuations du champ électrique. Il s'agit du cas de simulation « cylindrique » avec profil de densité neutre décroissant.

On observe effectivement que  $\varepsilon_F$  passe par un minimum au temps 150 ns qui coïncide avec la fin de la déplétion de la « poche » de plasma dans la seconde moitié du domaine (cf. figure VII-12). Ceci laisse une situation favorable à la croissance de l'instabilité (forte vitesse de dérive électronique, faible densité plasma), et initie le cycle suivant par un chauffage électronique intense et l'accumulation de plasma dans la seconde moitié du domaine.

Enfin, pour conclure par rapport à ce cas de simulation, il est intéressant de faire le parallèle avec les résultats obtenus dans le modèle fluide (cf. chapitre III) : dans le cas de la cathode NASA NSTAR, on avait remarqué la présence d'une composante haute fréquence (pour les échelles de temps de la simulation fluide) autour de 2 MHz dans les fluctuations du plasma. Cette composante était liée semble-t-il à la croissance puis la saturation de l'instabilité sous les effets combinés du chauffage électronique et ionique et des variations de la densité

plasma. On retrouve ici un comportement similaire, avec la présence discontinue de l'instabilité plasma (figure VII-13), contrairement au cas à densité neutre constante pour lequel l'instabilité acoustique ionique restait soutenue tout du long de la simulation (figure VII-11).

## 2) Cas « conique » avec décroissance de la densité neutre

Enfin, nous présentons un dernier cas de simulation obtenu cette fois pour le domaine de simulation « conique » (paragraphe II.B.6). La densité neutre chute toujours linéairement avec  $n_{n0} = 4 \times 10^{21} \text{ m}^{-3}$  et  $n_{nR} = 4 \times 10^{20} \text{ m}^{-3}$ . Les autres paramètres de simulations sont identiques à ceux employés précédemment.

La densité plasma et le potentiel plasma simulés au cours du temps sont représentés sur la figure VII-14 ci-dessous :

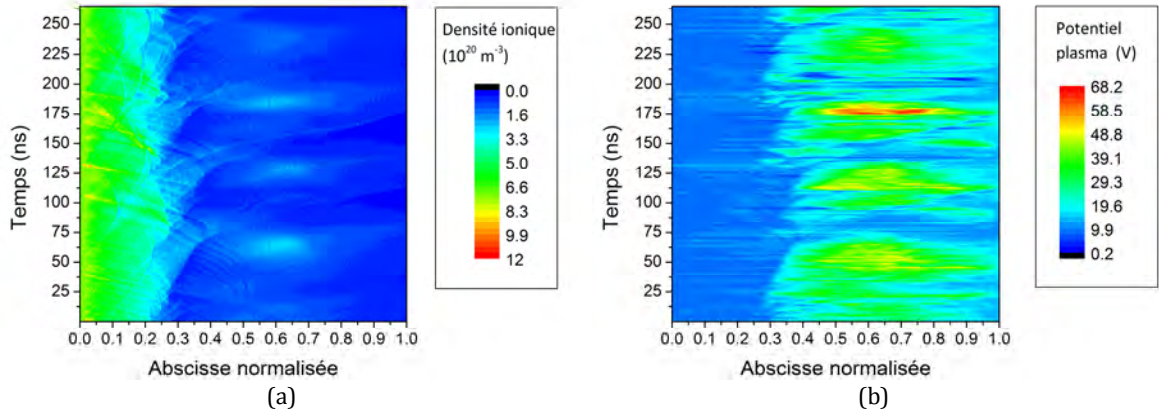


Figure VII-14 : Densité plasma (a) et potentiel plasma (b) dans le domaine de simulation au cours du temps. Le cas de simulation correspond à la situation « conique » avec un profil de densité neutre décroissant. L'amont du domaine (où est maintenue la densité plasma) est situé à l'abscisse 0 tandis que le potentiel d'extraction est appliqué à l'abscisse 1 (en unités normalisées).

Les profils simulés de densité ionique et potentiel plasma au cours du temps dans le cas « conique » sont qualitativement similaires à ceux obtenus au paragraphe précédent pour le cas « cylindrique » (dans les deux cas avec une décroissance spatiale de la densité neutre). Le plasma est toutefois moins dense dans le cas « conique ». Ceci peut s'interpréter en remarquant que dans le cas « conique », la densité de courant électronique axial chute le long du domaine. Les conditions dans la région « conique » sont alors moins favorables à l'excitation de l'instabilité acoustique ionique, et le chauffage électronique qui en résulte moins intense. En conséquence, l'ionisation en volume est moins importante que dans le cas « cylindrique ».

La faiblesse relative de l'instabilité acoustique ionique dans ce dernier cas de simulation est illustrée sur la figure VII-15 ci-dessous où l'on a de nouveau représenté la densité d'énergie des fluctuations  $\varepsilon_F$  ainsi que le potentiel électrique appliqué à l'aval :

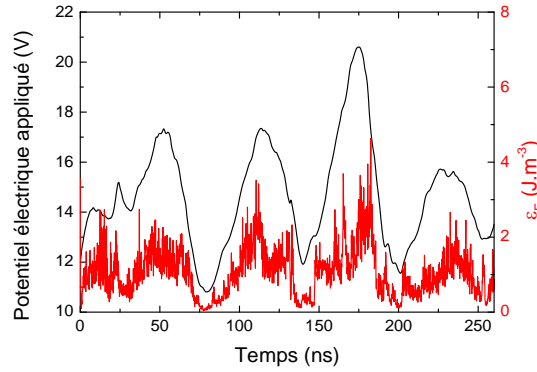


Figure VII-15 : Potentiel électrique appliqué et densité d'énergie  $\varepsilon_F$  des fluctuations du champ électrique. Il s'agit du cas de simulation « conique » avec profil de densité neutre décroissant.

On pourra remarquer que les fluctuations liées à l'instabilité  $\varepsilon_F$  sont légèrement moins présentes dans le cas de simulation « conique » que dans le cas analogue « cylindrique » précédent (figure VII-13). L'effet sur le potentiel appliqué n'est toutefois pas significatif. Qualitativement, l'évolution temporelle du potentiel électrique reste similaire à celle que nous avons pu observer précédemment.

Il serait bien entendu possible de poursuivre plus finement l'analyse de ces résultats de simulation. Cependant, devant le côté approximatif du modèle PIC proposé ici, et en particulier en raison de la non-résolution de la coordonnée radiale, il est préférable de ne pas chercher à comparer trop en détail des résultats de simulation qui ne se différencient finalement que par le rayon effectif employé.

### E. Cas « cylindrique » simplifié

On a souligné dans les paragraphes précédents (en particulier le paragraphe B) la richesse des phénomènes observés dans une situation de départ a priori simple. Cela rend l'analyse physique des résultats peu commode et en particulier, l'instabilité acoustique est peu mise en avant (ce qui constitue pourtant l'objectif de ce chapitre).

Dans ce paragraphe, afin de mieux mettre en évidence les instabilités plasma (notamment sur le diagramme de dispersion), on choisit de ne plus tenir compte des collisions élastiques entre électrons et neutres et coulombiennes entre électrons et ions. Les collisions inélastiques (excitation, ionisation) entre électrons et neutres sont maintenues. On se place dans des conditions similaires à celles du cas « cylindrique » avec une densité neutre uniforme (paragraphe A), à l'exception de la température électronique, fixée à  $T_e = 3 \text{ eV}$  (ce qui modifie la longueur du domaine de simulation, qui vaut maintenant  $1000 \lambda_D \approx 4.87 \times 10^{-7} \text{ m}$ ), et de la vitesse initiale des particules dans la zone source qui est maintenant nulle. Dans ce paragraphe, le rapport  $T_e/T_i$  a été accru afin de limiter les effets dissipatifs de l'amortissement Landau sur l'instabilité acoustique ionique. Les pertes radiales sont maintenues. Conserver les pertes radiales et les collisions inélastiques nous permet d'obtenir un profil de densité ionique réaliste sans avoir à nous fixer son allure a priori.

La figure VII-16 ci-dessous présente l'évolution temporelle de la densité ionique et du potentiel plasma dans le domaine. Le temps  $t = 0$  n'est pas l'état initial de la simulation mais un état jugé représentatif du régime établi.

Qualitativement, on retrouve la décroissance de la densité plasma attendue de la zone source vers la région d'extraction, ainsi qu'un accroissement du potentiel plasma moyen à partir de la seconde moitié du domaine. Contrairement aux cas précédents, on observe clairement le passage de perturbations dans la seconde moitié du domaine, aisément visibles sur l'évolution temporelle du potentiel plasma. Des fluctuations sont également visibles dans la première moitié du domaine (cf. fig. VII-16 (a)) mais à une vitesse de phase approximativement deux fois moins grande. On aura l'occasion de mettre clairement en évidence ces perturbations sur les diagrammes de dispersion tracés plus loin.

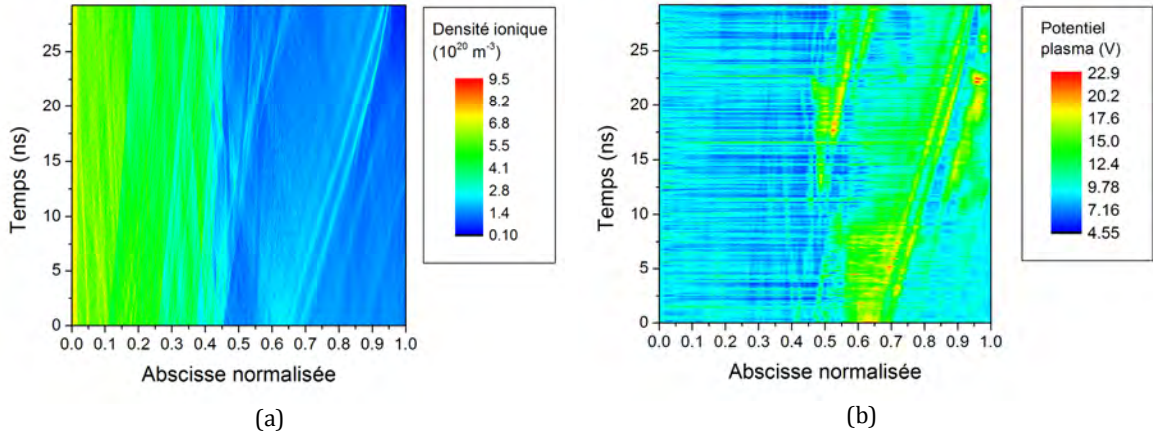


Figure VII-16 : Densité plasma (a) et potentiel plasma (b) dans le domaine de simulation au cours du temps. La simulation correspond à la situation « cylindrique » simplifiée. L'amont du domaine (où est maintenue la densité plasma) est situé à l'abscisse 0 tandis que le potentiel d'extraction est appliqué à l'abscisse 1 (en unités normalisées). Les collisions élastiques (e-n) et coulombiennes ne sont pas prises en compte.

On a tracé sur la figure VII-17 ci-dessous le potentiel plasma moyen ainsi que le profil de potentiel correspondant au dernier instant sur la figure VII-16. L'énergie électronique moyenne y est également représentée.

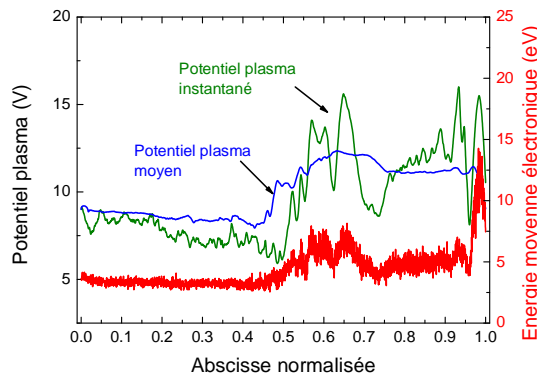


Figure VII-17 : Potentiel plasma instantané, moyenné temporellement et énergie moyenne des électrons le long du domaine au même instant. Cette simulation correspond au cas « cylindrique » simplifié.

Les profils obtenus sont similaires à ceux du cas « cylindrique » : on retrouve notamment un accroissement du potentiel plasma moyen dans la seconde moitié du domaine ainsi qu'un échauffement des électrons. On observe également des fluctuations de faible amplitude du potentiel plasma dans la première moitié du domaine, plus facilement visibles que dans les simulations précédentes, du fait, notamment, de la non prise en compte des collisions élastiques.



Les espaces des phases électronique et ionique correspondants à l'instant représenté sur la figure VII-17 ont été tracés sur la figure VII-18 ci-dessous :

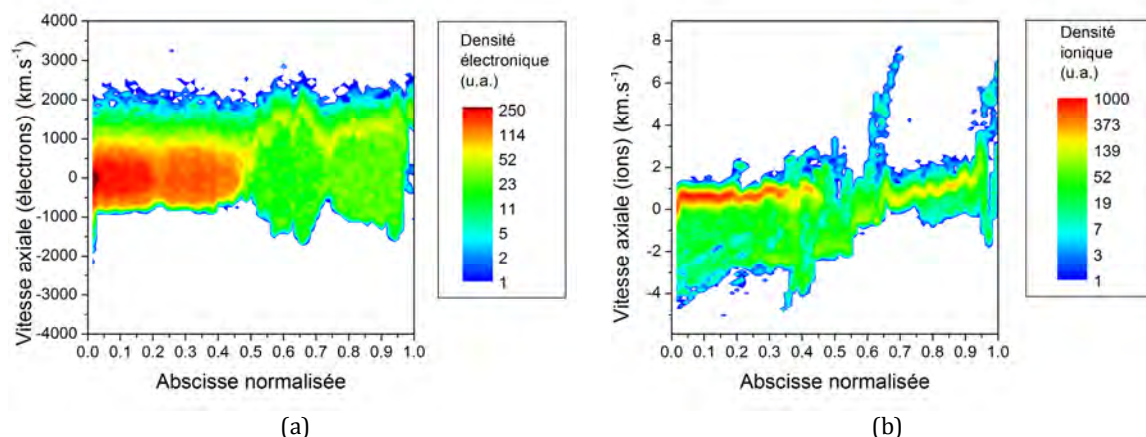


Figure VII-18 : Espace des phases des électrons (a) et ions (b) : couple position-vitesse axiale. Les unités de densité sont arbitraires et l'échelle est logarithmique. La simulation correspond au cas « cylindrique » simplifié. Les collisions élastiques (e-n) et coulombiennes ne sont pas prises en compte.

L'espace des phases électronique dans le premier tiers du domaine est très similaire à celui obtenu dans le cas « cylindrique » incluant les collisions (paragraphe B). Dans le reste du domaine, on constate la disparition de la population majoritaire d'électrons à faible vitesse axiale (du fait de l'absence de collisions) et des structures de piégeage électrostatique bien visibles dans le cas « cylindrique » du paragraphe B.

On remarque aussi la présence d'un faisceau d'électrons qui porte l'essentiel du courant extrait. La vitesse de ces électrons ( $1200 \text{ km.s}^{-1}$ ) est insuffisamment supérieure à la vitesse thermique électronique dans cette partie du domaine ( $v_{th,e} \approx 660 \text{ km.s}^{-1}$ ) pour déclencher une instabilité de type Buneman. Ceci pourrait expliquer l'aspect plus « homogène » de l'espace des phases électroniques par rapport au cas « cylindrique » du paragraphe B.

Des structures restent toutefois visibles dans l'espace des phases électronique dans la seconde moitié du domaine. On peut comparer leur longueur d'onde (de l'ordre de 0.05 à 0.1 en longueur normalisée) à celle attendue pour le mode de croissance la plus rapide de l'instabilité acoustique ionique. Pour ce dernier, on attend une longueur d'onde qui vaut  $\lambda_M = 2\pi \sqrt{2} \lambda_D \approx 0.002$  (en longueur normalisée et en tenant compte des conditions plasma locales) [65], c'est-à-dire bien moins que la longueur d'onde des fluctuations simulées. Néanmoins, des processus non-linéaires comme la coalescence de plusieurs puits électrostatiques qui peuvent intervenir à temps long (comme c'est le cas ici) sont susceptibles d'expliquer cette différence.

L'espace des phases ionique est très similaire à celui du cas « cylindrique » (paragraphe B), et on y retrouve des structures dans la région des abscisses comprises entre 0.3 et 0.6 que l'on peut relier probablement à une instabilité ion-ion provoquée par l'accélération des ions créés à l'aval du domaine vers la zone source. On peut constater que bien que les ions soient créés dans la zone source avec une vitesse initiale nulle, ceux-ci sont presque immédiatement accélérés jusqu'à une vitesse de l'ordre de  $500 \text{ m.s}^{-1}$ .

On a représenté sur la figure VII-19 ci-dessous le nombre de Mach électronique calculé en estimant  $c_{s,i}$  et  $T_e$  à partir des résultats de la figure VII-17.

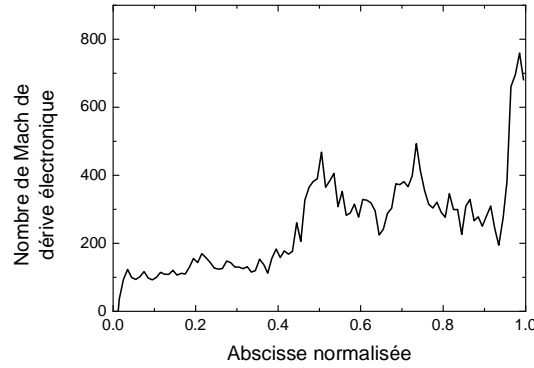


Figure VII-19 : Nombre de Mach de dérive électronique en fonction de la position dans le domaine. La simulation correspond au cas « cylindrique » simplifié.

Comme dans le cas « cylindrique » du paragraphe B,  $M_e$  est bien plus grand que 1 dans tout le domaine, et on s'attend à exciter l'instabilité acoustique en tout point du domaine. Le seuil attendu pour l'excitation de l'instabilité Buneman (500, voir le paragraphe B) n'est par contre véritablement franchi qu'à l'extrémité aval du domaine, ce qui pourrait expliquer l'absence de structures bien marquées dans l'espace des phases électronique (figure VII-18 (a)).

Pour mettre clairement en évidence les instabilités plasma qui se déclenchent dans la simulation, on a tracé sur la figure VII-20 ci-dessous le diagramme de dispersion des fluctuations de la densité ionique  $\delta n_i$  autour du profil moyen de  $n_i$  pour la région d'abscisses comprises entre 0 et 0.3 (fig. VII-20 (a)) et 0.65 et 0.92 (fig. VII-20 (b)).

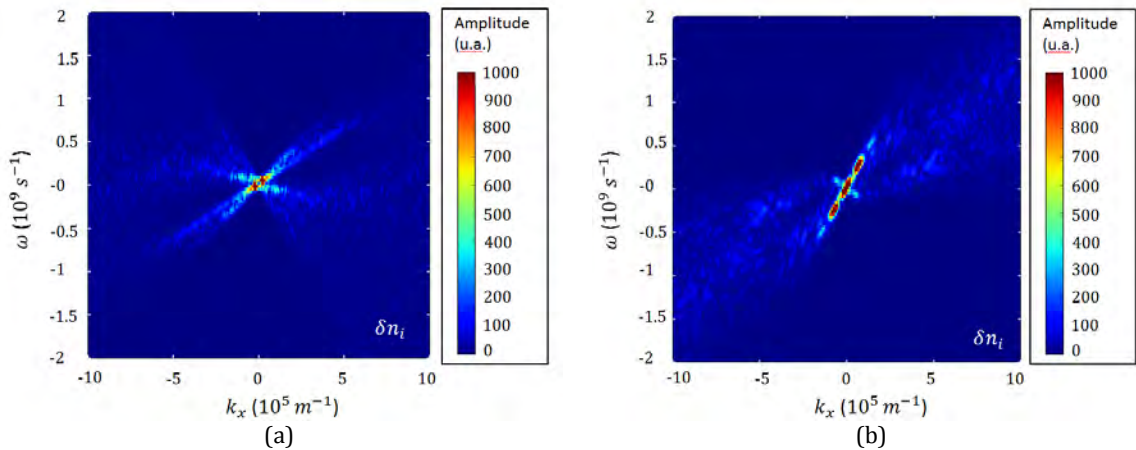


Figure VII-20 : Diagramme de dispersion pour  $\delta n_i$  sur la région [0,0.3] (a) et [0.65,0.92] (b) (en abscisses normalisées). L'amplitude des différents modes est représentée en fonction du nombre d'onde dans la direction axiale  $k_x$  et de la pulsation  $\omega$ . La simulation correspond au cas « cylindrique » simplifié. Les collisions élastiques (e-n) et coulombiennes ne sont pas prises en compte.

Plusieurs modes dirigés vers l'aval de vitesse de phase comprise entre  $1.4 \text{ km.s}^{-1}$  et  $2 \text{ km.s}^{-1}$  sont visibles sur le diagramme de dispersion VII-20 (a) (premier tiers du domaine). Dans cette région, on a  $c_{s,i}(T_e = 2.5 \text{ eV}) \approx 1.3 \text{ km.s}^{-1}$  (cf. fig. VII-17), tandis que la vitesse de dérive de la majorité des ions est de l'ordre de  $500 \text{ m.s}^{-1}$  (cf. fig. VII-18 (b)).

Ainsi, on peut associer ces différents modes à l'instabilité acoustique ionique, tandis que la diversité des vitesses de phase observées peut être expliquée par l'étalement de la distribution en vitesse des ions visible sur la figure VII-18 (b).

On observe dans le quadrant inférieur droit de la figure VII-20 (a) un ensemble de fluctuations se propageant vers l'amont, et on distingue en particulier un mode dont la vitesse de phase est de l'ordre de  $500 \text{ m.s}^{-1}$  (orientée vers l'amont). On peut de nouveau justifier l'existence de ce mode par une instabilité acoustique ionique (avec  $c_{s,i} \approx 1.3 \text{ km.s}^{-1}$ ) mais associée cette fois aux ions remontant vers l'amont du domaine (cf. fig. VII-18 (b)) avec une vitesse de dérive de l'ordre de  $2 \text{ km.s}^{-1}$ . Ces ions sont visibles sur la figure VII-18 (b) et leur présence peut également être comprise au travers du profil de potentiel plasma moyen de la figure VII-17.

Plus à l'aval (figure VII-20 (b)), entre les abscisses 0.65 et 0.92, on observe la présence de fluctuations dont la vitesse de phase est de l'ordre de  $4 \text{ km.s}^{-1}$ . Ces fluctuations sont clairement visibles dans l'évolution temporelle du potentiel plasma (figure VII-16 (b)). Il est surprenant de constater que ce mode est le plus intense pour deux pulsations bien définies, autour de  $0.25 \times 10^9 \text{ s}^{-1}$  et  $0.5 \times 10^9 \text{ s}^{-1}$  et il est tentant de relier ceci à la régulation du potentiel appliqué au niveau de la frontière droite du domaine afin d'y maintenir le courant extrait (cf. paragraphe II.B.5). Pour confirmer ceci, une simulation a été réalisée avec en modifiant la constante de temps associée à la régulation ( $K = 2 \times 10^8$ , cf. paragraphe II.B.5). Les résultats ont montré une atténuation de ce mode de vitesse de phase  $4 \text{ km.s}^{-1}$  sans pour autant modifier l'allure des diagrammes de dispersion de la figure VII-20.

Enfin, on observe également (fig. VII-20 (b)) deux branches avec des vitesses de phase respectives de l'ordre de  $500 \text{ m.s}^{-1}$  et  $2500 \text{ m.s}^{-1}$ . Dans cette région du domaine, la vitesse acoustique ionique vaut  $c_{s,i}(Te = 3.3 \text{ eV}) \approx 1550 \text{ m.s}^{-1}$  tandis que la majorité des ions ont leur vitesse comprise entre 500 et  $1000 \text{ m.s}^{-1}$  (vers l'aval). La branche centrée sur la vitesse de phase la plus élevée semble ainsi pouvoir être reliée à l'instabilité acoustique ionique. L'origine de la seconde branche visible sur ce diagramme est moins claire. On peut cependant envisager un effet de réflexion sur la frontière droite du domaine du fait de la condition aux limites en potentiel.

On ajoute enfin que des diagrammes similaires tracés pour les fluctuations de densité électronique, mais n'ont pas fait apparaître de mode purement électronique sur la gamme de fréquences discutée ici.

Les résultats présentés dans ce paragraphe illustrent le déclenchement de l'instabilité acoustique ionique dans des conditions représentatives de l'orifice de la cathode mais en l'absence de collisions élastiques et coulombiennes. Pour faire le parallèle avec le cas incluant les collisions, on peut de nouveau estimer à partir des simulations le paramètre  $\alpha_{nT_e}$  du modèle fluide qui caractérise la saturation des instabilités. En appliquant la définition (VII.16), on obtient la densité d'énergie contenue dans les fluctuations du champ électrique  $\varepsilon_F$  pour l'instant de simulation représenté sur les figures VII-17 à VII-19 (sur la seconde moitié du domaine). On a  $\varepsilon_F \approx 0.7 \text{ J.m}^{-3}$ . Pour ce même instant, on obtient dans la même région du domaine de simulation  $\langle nk_B T_e \rangle \approx 73 \text{ J.m}^{-3}$ . On obtient ainsi  $\alpha_{nT_e} = \varepsilon_F / \langle nk_B T_e \rangle \approx 10^{-3}$ . Cette valeur est bien inférieure à celle obtenue en présence de collisions ( $\alpha_{nT_e} \approx 7 \times 10^{-3}$  au paragraphe C), ce qui illustre la difficulté à obtenir une estimation



rigoureuse de ce paramètre, ainsi que l'impact des collisions sur sa valeur exacte. Bien que l'ordre de grandeur de  $\alpha_{nT_e}$  reste le même, un tel résultat incite tout de même à la prudence vis-à-vis des résultats du modèle fluide pour le comportement de la plume, et on se gardera bien de chercher une valeur prédictive fine dans ceux-ci, au-delà de grandes tendances qualitatives que l'on a pu mettre en évidence.

#### IV. Bilan

On a décrit dans ce chapitre un modèle Particle-In-Cell (PIC) unidimensionnel, représentatif d'un court segment de la région d'expansion en sortie de l'orifice de la cathode. La région physique réelle étant cylindrique (ou conique) et non pas infinie transversalement, des pertes radiales effectives ont été introduites pour représenter les gaines plasma.

Le modèle PIC nous a permis, de manière convaincante, de mettre en évidence l'instabilité acoustique ionique, son effet sur la résistivité macroscopique du plasma, ainsi que sa saturation dans des conditions réalistes typiques de la cathode. Ces résultats confortent la modélisation fluide de l'instabilité dans le chapitre III.

Nous avons également brièvement analysé l'influence de la densité neutre dans le domaine de simulation PIC et montré qu'une chute de la densité neutre est susceptible de faire apparaître certaines des caractéristiques fréquentielles de l'instabilité fluide dans la simulation PIC. Cela renforce une nouvelle fois certains aspects de la simulation de l'instabilité acoustique ionique dans le modèle fluide.

Ensuite, avons discuté l'effet sur la simulation PIC du paramètre géométrique qui représente le rayon effectif du domaine de simulation, au travers d'une expansion « conique » du plasma. Sur ce dernier point, les simulations n'ont pas montré de différence flagrante avec le cas purement « cylindrique ». Qualitativement, il semble tout de même que les instabilités plasma soient moins intenses dans le cas « conique », ce qui illustre une croissance plus faible de l'instabilité acoustique ionique comparativement au cas « cylindrique », due probablement à la chute géométrique de la densité de courant électronique.

Enfin, l'influence des collisions subies par les électrons sur le déclenchement de l'instabilité acoustique ionique a été mise en évidence grâce à une simulation réalisée en ne prenant pas en compte les collisions élastiques et coulombiennes. L'instabilité acoustique ionique apparaît alors plus clairement dans les résultats de simulation, notamment sur les diagrammes de dispersion, ce qui a permis d'en faire une analyse physique fine et d'illustrer l'influence des collisions sur le niveau de saturation de l'instabilité.

Pour conclure, ce modèle PIC a permis d'ouvrir quelques pistes de réflexion et de fournir une première justification de la modélisation de l'instabilité acoustique ionique dans le modèle fluide. Cependant, les phénomènes mis en jeu, du fait de leur richesse, mériteraient certainement une étude plus approfondie, notamment au sujet du mécanisme de saturation de l'instabilité acoustique ionique en relation avec les collisions électroniques.



## Chapitre VIII. Bilan et perspectives

---

Au cours de cette étude, nous avons mis en place un modèle numérique fluide quasi neutre générique de cathode creuse émissive capable de décrire le plasma généré dans la région interne de la cathode et dans sa proche plume, sous réserve de fixer le profil de température de l'émetteur électronique et le point de fonctionnement de la cathode. Afin de valider ce modèle numérique, nous nous sommes appuyés sur les mesures expérimentales du plasma et de la température de l'émetteur disponibles dans la littérature pour la cathode creuse émissive NSTAR (développée au Jet Propulsion Laboratory par la NASA). La description de la proche plume de la cathode s'est avérée primordiale pour la bonne reproduction des mesures expérimentales par le modèle. Dans la région de la plume de la cathode, des mesures expérimentales ont mis en évidence l'excitation de l'instabilité acoustique ionique, et l'impact de celle-ci sur les signaux électriques et en définitive les performances de la cathode. Nous avons proposé une description fluide auto-cohérente de cette instabilité plasma au sein du modèle numérique de la cathode et sommes parvenus à reproduire certaines caractéristiques du fonctionnement instationnaire de la cathode lorsque le courant de décharge est suffisamment important. Une analyse physique du plasma interne de la cathode, ainsi que du mécanisme d'excitation des instabilités a été proposée. Le rôle central de l'émission électronique aux parois de la cathode a été de nombreuses fois souligné.

Toutefois, le modèle numérique de la cathode obtenu n'était alors pas complet puisqu'il nécessitait de spécifier le profil spatial de température de l'émetteur électronique à partir de mesures réalisées pour chaque point de fonctionnement. Pour aller plus loin, un modèle thermique simple de la cathode a alors été mis en place afin de calculer de manière auto-cohérente la température de l'émetteur à partir des flux d'énergie à l'interface entre plasma et paroi. Les résultats de simulation du modèle couplé associant modèle plasma et modélisation thermique ont montré un accord satisfaisant avec les résultats expérimentaux publiés dans la littérature pour la cathode NSTAR dans un point de fonctionnement particulier. Une seconde analyse physique du fonctionnement de la cathode a été proposée, focalisée cette fois sur son bilan énergétique.

Grâce au modèle numérique auto-cohérent de cathode creuse émissive mis en place, nous avons procédé à une étude paramétrique de l'enveloppe de fonctionnement de la cathode et de ses paramètres de conception autour d'un type de cathode de départ (la cathode NSTAR développée par la NASA). De grandes tendances utiles d'un point de vue pratique à la conception de futures cathodes de haute puissance ont été dégagées, et on a pu remarquer notamment l'importance cruciale du rayon interne de l'émetteur dans le courant de décharge qu'il est possible d'extraire tout en préservant la durée de vie de la cathode. Afin d'élargir le cadre de cette étude, l'influence du choix de l'élément émissif sur la physique de la cathode creuse a également été analysée. Pour ce faire, un émetteur fait d'héxaborure de lanthane ( $\text{LaB}_6$ ) a été substitué à l'émetteur original en oxyde de baryum ( $\text{BaO}$ ) de la cathode NSTAR. En résumé, les résultats de simulation ont permis de montrer qu'un

---

émetteur de type  $\text{LaB}_6$  semble plus adapté à la réalisation de cathodes creuses émissives de forte puissance qu'un émetteur de type  $\text{BaO}$ , principalement pour des raisons de durée de vie à fort courant de décharge. Dans le cas contraire, à courant de décharge inférieur à une quinzaine d'ampères, il est bien plus aisé de réaliser une cathode dont le fonctionnement est stable et durable à partir d'un émetteur de type  $\text{BaO}$ . La cathode NSTAR en est un très bon exemple.

Bien que le modèle de cathode creuse développé ici soit générique, les cas d'application présentés se sont concentrés jusqu'alors autour de la géométrie de la cathode creuse NSTAR. Pour illustrer la généralité du modèle, le fonctionnement d'une cathode employant un émetteur électronique de type pastille (fait de  $\text{LaB}_6$ ) a été étudiée. Cette cathode a fait parallèlement à cette thèse l'objet d'une étude expérimentale au laboratoire ICARE (Université d'Orléans). Deux points de fonctionnement de la cathode ont été simulés pour lesquels la température de l'émetteur électronique a été déterminée expérimentalement puis imposée dans le modèle. Ces résultats de simulation ont permis d'illustrer le fonctionnement de ce type alternatif de cathode et de comparer son intérêt par rapport aux géométries usuelles de cathodes creuses. Les deux points de fonctionnement simulés (à courant de décharge faible puis plus important) ont également mis en évidence les phénomènes instationnaires qui limitent l'enveloppe de fonctionnement de la cathode lorsque le courant de décharge croît.

Enfin, nous avons proposé une simulation Particle-In-Cell représentative de l'extraction du courant électronique dans l'orifice de la cathode. L'objectif était de mettre en évidence de manière rigoureuse le déclenchement de l'instabilité acoustique ionique dans cette région. En effet, bien que cette instabilité ait été observée et caractérisée expérimentalement dans une cathode émissive de forte puissance, sa légitimité au sein du modèle fluide développé ici et appliqué à des cathodes dont le courant de décharge est relativement peu important pouvait être mise en question. Les simulations Particle-In-Cell ont permis d'effacer ces doutes, de caractériser numériquement certaines propriétés de l'instabilité et de fournir un appui additionnel à la modélisation fluide employée ici de l'instabilité acoustique ionique.

Au terme de cette étude, nous avons obtenu un modèle fluide générique prédictif de cathode creuse qui reproduit de manière satisfaisante les mesures du plasma, de la thermique, et des propriétés globales de fonctionnement des cathodes creuses émissives. D'un point de vue pratique, le modèle est à même de fournir une aide précieuse à la conception de futures cathodes de haute puissance, en permettant, à partir d'une géométrie supposée de cathode, de prédire ses performances, sa plage de fonctionnement probable et des tendances en termes de durée de vie. Une optimisation des paramètres géométriques et de fonctionnement de la cathode à l'aide du modèle est également envisageable en un temps court. Utilisé en synergie avec le développement de prototypes de cathodes creuses émissives et la caractérisation expérimentale de leurs propriétés, ce modèle numérique est susceptible d'accélérer considérablement l'obtention d'un design viable pour les futures cathodes émissives de forte puissance dédiées à la propulsion de Hall.

Il reste cependant évident que le modèle numérique pourrait profiter de développements additionnels là où ses hypothèses simplificatrices sont les plus contestables. En particulier, même si les simulations réalisées de la cathode NSTAR sont en bon accord avec les mesures dans la région interne de la cathode, le traitement rigoureux de l'émission électronique s'est

heurté à la difficulté de prendre en compte l'état de surface du matériau (puisque l'émetteur de la cathode NSTAR est poreux). Le traitement grossier utilisé ici mériterait très certainement d'être approfondi, d'une part au travers d'une étude spécifique de la formation du plasma dans un milieu poreux, et d'autre part par la caractérisation des surfaces de divers types d'émetteur électronique ( $\text{BaO-W (411)}$ ,  $\text{LaB}_6$ ...) et de leur évolution une fois plongés dans le bombardement plasma. Toujours au sujet du plasma interne, on a pu constater la forte influence sur ce dernier du couplage qui se met en place avec les aspects thermiques de la cathode. Or le modèle thermique de conduction qui décrit la température de la cathode reste assez sommaire et surtout s'appuie sur un certain nombre de caractéristiques mal déterminées, ou non publiées, des matériaux constitutifs de la cathode NSTAR. Ainsi, réaliser des mesures plasma sur une cathode creuse auto-thermique dont la conception serait parfaitement connue pourrait permettre de valider le modèle numérique dans de meilleures conditions.

En poursuivant dans la direction de la plume, il est clair que le maintien de l'hypothèse fluide dans le modèle numérique y est plus que discutable. L'approche physiquement correcte consisterait bien entendu à coupler le modèle fluide à l'amont de l'orifice avec un modèle cinétique décrivant ions, électrons et neutres. Un tel modèle permettrait notamment de retrouver les phénomènes instationnaires dans la plume de manière bien plus rigoureuse. Malheureusement, une telle approche serait probablement totalement irréaliste en termes de temps de calcul, du fait des fortes densités de particules et des temps caractéristiques d'évolution du système extrêmement longs. Une solution intermédiaire pourrait passer par la mise en place d'un modèle hybride (ions et neutres cinétiques et électrons fluides) qui permettrait de bien mieux décrire la densité plasma dans la proche plume de la cathode que l'approche fluide actuelle. Un tel modèle ne permettrait toutefois pas de résoudre les instabilités dans la plume plus précisément que dans l'approche actuelle et conduirait probablement à un allongement des temps de calcul incompatible avec une étude paramétrique.

Lors de notre étude de la plume de la cathode NSTAR, nous avons également eu l'occasion de constater l'influence de l'application d'un champ magnétique axial. Les mesures expérimentales dont nous disposons étant toutes réalisées en présence de ce champ magnétique, il s'est avéré difficile de discerner les différents effets physiques et d'estimer leur importance relative (confinement électronique induit par le champ magnétique, mais aussi effets des instabilités plasma). Bien entendu, on pourra écarter ce problème en avançant que le champ magnétique appliqué n'a que peu d'importance dans la plume de la cathode d'un propulseur de Hall, auquel cas de nouvelles mesures réalisées en l'absence de champ magnétique pourraient permettre de poursuivre la validation du modèle numérique. Cependant, si l'on cherche à poursuivre le développement du modèle dans une visée générale, le traitement du champ magnétique dans la plume pourra être approfondi, au niveau notamment de la topologie du champ magnétique (actuellement simpliste) et de l'extraction du courant à l'anode qui s'en trouvera modifiée dans sa distribution. Enfin, la description des instabilités plasma dans la plume de la cathode devra être remaniée du fait de la présence d'un champ magnétique appliqué.

Pour finir, on soulignera une dernière fois que si toutes les possibilités d'extension du modèle numérique suggérées ci-dessus semblent dignes d'intérêt, seules celles qui recevront l'appui de résultats expérimentaux pourront être implémentées sur des bases

---

solides. En l'état, sans la réalisation de nouvelles mesures sur des cathodes de conception bien connue au sein d'un dispositif expérimental maîtrisé, il serait certainement ardu d'obtenir un meilleur accord modèle/expérience, tant les incertitudes et le manque d'informations disponibles dans la littérature relatifs aux conditions expérimentales voire même à la conception des cathodes étudiées sont criants.

## Références

- [1] Duchemin, Olivier, Zurbach, Stéphan, Lorand, Anthony, Caratge, Antoine, et Cornu, Nicolas, « The PPS®5000 Hall-Effect Plasma Thruster: Development Status and Mission Applications », présenté à 33rd International Electric Propulsion Conference, Washington, DC, 2013.
- [2] Boniface, Claude et Arcis, Nicolas, « An overview of electric propulsion activities at CNES, IEPC 2015-05 », présenté à 34th International Electric Propulsion Conference and 6th Nano-satellite Symposium, Hyogo-Kobe, Japon, 2015.
- [3] D. M. Goebel et I. Katz, *Fundamentals of electric propulsion: ion and Hall thrusters*. John Wiley & Sons, 2008.
- [4] L. Cultrera, « Cathodes for photoemission guns », *Laser*, vol. 22, p. 24, 2011.
- [5] M. D. Williams, K. N. Leung, C. A. Matuk, S. B. Wilde, V. M. Benveniste, M. A. Graf, T. N. Horsky, K. Saadatmand, et others, « Development of an RF Driven Plasma Cathode for Ion Sources », in *Particle Accelerator Conference, 1997. Proceedings of the 1997*, 1997, vol. 3, p. 2767.
- [6] W. B. Nottingham, *Thermionic emission*. Springer, 1956.
- [7] G. Stockhausen et M. Kock, « Proof and analysis of the pendulum motion of beam electrons in a hollow cathode discharge », *J. Phys. D: Appl. Phys.*, vol. 34, n° 11, p. 1683, 2001.
- [8] D. M. Goebel, K. K. Jameson, R. M. Watkins, et I. Katz, « Hollow cathode and keeper-region plasma measurements using ultra-fast miniature scanning probes, AIAA 2004-3430 », présenté à 40th AIAA/ASME/SAE/ASEE Joint Propulsion Conference and Exhibit, Fort Lauderdale, Florida, 2004.
- [9] D. M. Goebel, I. Katz, J. E. Polk, I. G. Mikellides, K. K. Jameson, T. Liu, et R. Dougherty, « Extending hollow cathode life for electric propulsion in long-term missions, AIAA 2004-5911 », présenté à Space 2004 Conference and Exhibit, San Diego, CA, USA, 2004.
- [10] J. Polk, C. Marrese, B. Thornber, L. Dang, et L. Johnson, « Temperature distributions in hollow cathode emitters, AIAA-2004-4116 », présenté à 40th AIAA/ASME/SAE/ASEE Joint Propulsion Conference and Exhibit, Fort Lauderdale, FL, USA, 2004.
- [11] D. M. Goebel, K. K. Jameson, R. M. Watkins, I. Katz, et I. G. Mikellides, « Hollow cathode theory and experiment. I. Plasma characterization using fast miniature scanning probes », *J. Appl. Phys.*, vol. 98, n° 11, p. 113302, 2005.
- [12] I. G. Mikellides, I. Katz, D. M. Goebel, J. E. Polk, et K. K. Jameson, « Plasma processes inside dispenser hollow cathodes », *Phys. Plasmas*, vol. 13, n° 6, p. 63504, 2006.
- [13] I. Katz, J. E. Polk, I. G. Mikellides, et S. E. Hornbeck, « Combined plasma and thermal hollow cathode insert model, IEPC-2005-228 », présenté à The 29th International Electric Propulsion Conference, Princeton, NJ, USA, 2005.
- [14] I. G. Mikellides, « Effects of viscosity in a partially ionized channel flow with thermionic emission », *Phys. Plasmas*, vol. 16, n° 1, p. 13501, 2009.
- [15] Polk, J, Goebel, D M, Watkins, R, Jameson, K K, et Yoneshige, L, « Characterization of Hollow Cathode Performance and Thermal Behavior, AIAA-2006-5150 », présenté à 42nd AIAA/ASME/SAE/ASEE Joint Propulsion Conference & Exhibit, Sacramento, CA, USA, 2006.
- [16] A. Sengupta, « Destructive physical analysis of hollow cathodes from the deep space 1 flight spare ion engine 30,000 hr life test, IEPC-2005-026 », présenté à The 29th International Electric Propulsion Conference, Princeton, NJ, USA, 2005.

- [17] D. M. Goebel, K. K. Jameson, I. Katz, et I. G. Mikellides, « Potential fluctuations and energetic ion production in hollow cathode discharges », *Phys. Plasmas*, vol. 14, n° 10, p. 103508, 2007.
- [18] I. G. Mikellides, I. Katz, D. M. Goebel, et K. K. Jameson, « Evidence of nonclassical plasma transport in hollow cathodes for electric propulsion », *J. Appl. Phys.*, vol. 101, n° 6, p. 63301, 2007.
- [19] B. A. Jorns, I. G. Mikellides, et D. M. Goebel, « Ion acoustic turbulence in a 100-A LaB6 hollow cathode », *Phys. Rev. E*, vol. 90, n° 6, p. 63106, 2014.
- [20] D. M. Goebel, R. M. Watkins, et K. K. Jameson, « LaB6 Hollow Cathodes for Ion and Hall Thrusters », *J. Propul. Power*, vol. 23, n° 3, p. 552, 2007.
- [21] E. Chu et D. M. Goebel, « High-Current Lanthanum Hexaboride Hollow Cathode for 10-to-50-kW Hall Thrusters », *IEEE Trans. Plasma Sci.*, vol. 40, n° 9, p. 2133, 2012.
- [22] D. M. Goebel et E. Chu, « High-Current Lanthanum Hexaboride Hollow Cathode for High-Power Hall Thrusters », *J. Propul. Power*, vol. 30, n° 1, p. 35, 2014.
- [23] J. L. Cronin, « Modern dispenser cathodes », *IEE Proc. Solid-State Electron Devices*, vol. 128, n° 1, p. 19, 1981.
- [24] J. M. Lafferty, « Boride Cathodes », *J. Appl. Phys.*, vol. 22, n° 3, p. 299, 1951.
- [25] I. G. Mikellides, I. Katz, D. M. Goebel, et J. E. Polk, « Hollow cathode theory and experiment. II. A two-dimensional theoretical model of the emitter region », *J. Appl. Phys.*, vol. 98, n° 11, p. 113303, 2005.
- [26] I. G. Mikellides, I. Katz, D. M. Goebel, K. K. Jameson, et J. E. Polk, « Wear Mechanisms in Electron Sources for Ion Propulsion, II: Discharge Hollow Cathode », *J. Propul. Power*, vol. 24, n° 4, p. 866, 2008.
- [27] I. G. Mikellides et I. Katz, « Wear Mechanisms in Electron Sources for Ion Propulsion, I: Neutralizer Hollow Cathode », *J. Propul. Power*, vol. 24, n° 4, p. 855, 2008.
- [28] I. G. Mikellides, D. M. Goebel, B. Jorns, J. E. Polk, P. Guerrero, et others, « Numerical Simulations of the Partially Ionized Gas in a 100-A LaB 6 Hollow Cathode », *IEEE Trans. Plasma Sci.*, vol. 43, n° 1, p. 173, 2015.
- [29] I. Katz, I. G. Mikellides, J. E. Polk, D. M. Goebel, et S. E. Hornbeck, « Thermal Model of the Hollow Cathode Using Numerically Simulated Plasma Fluxes », *J. Propul. Power*, vol. 23, n° 3, p. 522, 2007.
- [30] R. Albertoni, D. Pedrini, F. Paganucci, et M. Andrenucci, « A Reduced-Order Model for Thermionic Hollow Cathodes », *IEEE Trans. Plasma Sci.*, vol. 41, n° 7, p. 1731, 2013.
- [31] D. M. Goebel, K. Jameson, I. Katz, et I. Mikellides, « Energetic ion production and electrode erosion in hollow cathode discharges, IEPC-2005-266 », présenté à 29th International Electric Propulsion Conference, Princeton, NJ, USA, 2005.
- [32] R. Jousot, L. Grimaud, S. Mazouffre, C. Boniface, S. Oriol, et F. Masson, « Physics of a disk-shaped LaB6 emitted heated cathode for Hall thrusters, SP2016-3124900 », présenté à 5th Space Propulsion Conference, Rome, Italy, 2016.
- [33] D. A. Herman et A. D. Gallimore, « Discharge Chamber Plasma Structure of a 30-cm NSTAR-type Ion Engine, AIAA 2004-3794 », présenté à 40th AIAA/ASME/SAE/ASEE Joint Propulsion Conference & Exhibit, Fort Lauderdale, FL, USA, 2004.
- [34] A. K. Malik, P. Montarde, et M. G. Haines, « Spectroscopic measurements on xenon plasma in a hollow cathode », *J. Phys. D: Appl. Phys*, vol. 33, n° 16, p. 2037, 2000.
- [35] J. D. Huba, « NRL: Plasma formulary », NAVAL RESEARCH LAB WASHINGTON DC BEAM PHYSICS BRANCH, 2004.
- [36] M. E. Conde, S. I. Kwon, A. T. Young, K. N. Leung, et K.-J. Kim, « Photoemission studies with barium and LaB6 photocathodes and polarized laser light », *Appl. Phys. Lett.*, vol. 65, n° 21, p. 2660, 1994.
- [37] « SIGLO database », 23-avr-2014. [En ligne]. Disponible sur: [www.lxcat.net](http://www.lxcat.net).



- 
- [38] D. Piscitelli, A. V. Phelps, J. de Urquijo, E. Basurto, et L. C. Pitchford, « Ion mobilities in Xe/Ne and other rare-gas mixtures », *Phys. Rev. E*, vol. 68, n° 4, 2003.
  - [39] P. M. Banks et G. Kockarts, *Aeronomy Part A*. Elsevier, 2013.
  - [40] N. Oudini, G. J. M. Hagelaar, J.-P. Boeuf, et L. Garrigues, « Physics and modeling of an end-Hall (gridless) ion source », *J. Appl. Phys.*, vol. 109, n° 7, p. 73310, 2011.
  - [41] E. Bich, J. Millat, et E. Vogel, « The viscosity and thermal conductivity of pure monatomic gases from their normal boiling point up to 5000 K in the limit of zero density and at 0.101325 MPa », *J. Phys. Chem. Ref. Data*, vol. 19, n° 6, p. 1289, 1990.
  - [42] S. Braginskii, « Transport processes in a plasma », *Rev. Plasma Phys.*, vol. 1, p. 205, 1965.
  - [43] D. L. Morris, L. Hannon, et A. L. Garcia, « Slip length in a dilute gas », *Phys Rev A*, vol. 46, n° 8, p. 5279, 1992.
  - [44] M. A. Lieberman et A. J. Lichtenberg, *Principles of plasma discharges and materials processing*. Hoboken, N.J.: Wiley-Interscience, 2005.
  - [45] C. Davisson et L. H. Germer, « The Thermionic Work Function of Tungsten », *Phys Rev*, vol. 20, n° 4, p. 300, 1922.
  - [46] S. Dushman, « Electron emission from metals as a function of temperature », *Phys. Rev.*, vol. 21, n° 6, p. 623, 1923.
  - [47] R. Vaughan, « A synthesis of the Longo and Eng cathode emission models », *Electron Devices IEEE Trans. On*, vol. 33, n° 11, p. 1925, 1986.
  - [48] G. Eng, « A new correction to Schottky barrier lowering in cathodes », *J. Appl. Phys.*, vol. 58, n° 11, p. 4365, 1985.
  - [49] P. D. Prewett et J. E. Allen, « The Double Sheath Associated with a Hot Cathode », *Proc. R. Soc. Math. Phys. Eng. Sci.*, vol. 348, n° 1655, p. 435, 1976.
  - [50] T. Lin et G. Eng, « Thermionic emission including both space-charge and image forces », *J. Appl. Phys.*, vol. 65, n° 8, p. 3205, 1989.
  - [51] C. Herring et M. H. Nichols, « Thermionic Emission », *Rev Mod Phys*, vol. 21, n° 2, p. 185, 1949.
  - [52] A. Kurganov et E. Tadmor, « New High-Resolution Central Schemes for Nonlinear Conservation Laws and Convection–Diffusion Equations », *J. Comput. Phys.*, vol. 160, n° 1, p. 241, 2000.
  - [53] V. Alexiades, G. Amiez, et P.-A. Gremaud, « Super-time-stepping acceleration of explicit schemes for parabolic problems », *Commun. Numer. Methods Eng.*, vol. 12, n° 1, p. 31, 1996.
  - [54] D. L. Scharfetter et H. Gummel, « Large-signal analysis of a silicon read diode oscillator », *Electron Devices IEEE Trans. On*, vol. 16, n° 1, p. 64, 1969.
  - [55] I. G. Mikellides, I. Katz, D. M. Goebel, et J. E. Polk, « Theoretical model of a hollow cathode plasma for the assessment of insert and keeper lifetimes, AIAA 2005-4234 », présenté à 41st AIAA/ASME/SAE/ASEE Joint Propulsion Conference & Exhibit, Tucson, AZ, USA, 2005.
  - [56] T. Aida, H. Tanuma, S. Sasaki, T. Yaguchi, S. Taguchi, N. Koganezawa, et Y. Nonaka, « Emission life and surface analysis of barium-impregnated thermionic cathodes », *J. Appl. Phys.*, vol. 74, n° 11, p. 6482, 1993.
  - [57] A. M. Capece, J. E. Polk, I. G. Mikellides, et J. E. Shepherd, « Oxygen transport in the internal xenon plasma of a dispenser hollow cathode », *J. Appl. Phys.*, vol. 115, n° 15, p. 153302, 2014.
  - [58] Y.-R. Zhang, K. Van Laer, E. C. Neyts, et A. Bogaerts, « Can plasma be formed in catalyst pores? A modeling investigation », *Appl. Catal. B Environ.*, vol. 185, p. 56, 2016.
  - [59] Y. Zhu, « Modeling of a microwave plasma electron source for neutralization of ion thrusters », Université de Toulouse, Université Toulouse III-Paul Sabatier, 2013.
  - [60] I. G. Mikellides, D. M. Goebel, J. S. Snyder, I. Katz, et D. A. Herman, « The discharge plasma in ion engine neutralizers: Numerical simulations and comparisons with laboratory data », *J. Appl. Phys.*, vol. 108, n° 11, p. 113308, 2010.

- [61] J. G. Andrews et R. H. Valey, « The sheath at an electrode close to plasma potential », *J. Phys. Gen. Phys.*, vol. 3, n° 4, p. 413, 1970.
- [62] R. E. Wirz, « Discharge plasma processes of ring-cusp ion thrusters », Ph.D. Thesis, California Institute of Technology, 2005.
- [63] I. G. Mikellides, D. M. Goebel, B. A. Jorns, J. E. Polk, et P. Guerrero, « Numerical simulations of the partially-ionized gas in a 100-A LaB<sub>6</sub> hollow cathode, IEPC-2013-142 », présenté à 33rd International Electric Propulsion Conference, Washington, D.C., USA, 2013.
- [64] R. Z. Sagdeev et A. A. Galeev, *Nonlinear Plasma Theory*. New York W.A. Benjamin, 1969.
- [65] R. C. Davidson et N. A. Krall, « Anomalous transport in high-temperature plasmas with applications to solenoidal fusion systems », *Nucl. Fusion*, vol. 17, n° 6, p. 1313, 1977.
- [66] D. J. Warner, « Advanced cathodes for next generation electric propulsion technology », DTIC Document, 2008.
- [67] J. C. De Vos, « A new determination of the emissivity of tungsten ribbon », *Physica*, vol. 20, n° 7-12, p. 690, 1954.
- [68] Luc Albarède, « Etudes expérimentales d'un propulseur à effet Hall - Comportement stationnaire et dynamique du flux d'électrons », Manuscrit de thèse.
- [69] J. P. Verboncoeur, « Particle simulation of plasmas: review and advances », *Plasma Phys. Control. Fusion*, vol. 47, n° 5A, p. A231, 2005.
- [70] G. Lapenta, « Particle simulations of space weather », *J. Comput. Phys.*, vol. 231, n° 3, p. 795, 2012.
- [71] J. P. Boeuf, B. Chaudhury, et L. Garrigues, « Physics of a magnetic filter for negative ion sources. I. Collisional transport across the filter in an ideal, 1D filter », *Phys. Plasmas*, vol. 19, n° 11, p. 113509, 2012.
- [72] V. Vahedi et M. Surendra, « A Monte Carlo collision model for the particle-in-cell method: applications to argon and oxygen discharges », *Comput. Phys. Commun.*, vol. 87, n° 1-2, p. 179, 1995.
- [73] C. B. Opal, « Measurements of Secondary-Electron Spectra Produced by Electron Impact Ionization of a Number of Simple Gases », *J. Chem. Phys.*, vol. 55, n° 8, p. 4100, 1971.
- [74] D. W. Forslund et C. R. Shonk, « Numerical simulation of electrostatic counterstreaming instabilities in ion beams », *Phys. Rev. Lett.*, vol. 25, n° 5, p. 281, 1970.

# Annexe A. Equation de conservation pour l'énergie interne

Dans cette partie, on reprendra sans les expliciter les notations du modèle fluide de la cathode. (cf. chapitre II)

En toute généralité, l'équation de conservation de l'énergie totale pour une espèce  $s$  s'écrit :

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \left( n_s m_s \frac{u_s^2}{2} + \frac{3}{2} p_s \right) + \vec{\nabla} \cdot \left( \left( \frac{5}{2} p_s + \frac{1}{2} n_s m_s u_s^2 \right) \vec{u}_s + \vec{q} \right) \\ = \vec{\nabla} \cdot (\vec{T} \vec{u}_s) + n_s \vec{F}_s \cdot \vec{u}_s + Q_s + \frac{1}{2} S_s m_s u_{initiale,s}^2 + S_s \frac{3}{2} k_B T_{initiale,s} \end{aligned} \quad (A.1)$$

Les deux derniers termes de cette équation représentent respectivement les énergies cinétique de dérive et thermique initiales des particules créées.

On rappelle ici les équations de conservation de la matière et de la quantité de mouvement :

$$\frac{\partial}{\partial t} (n_s) + \vec{\nabla} \cdot (n_s \vec{u}_s) = S_s \quad (A.2)$$

$$m_s \left( \frac{\partial}{\partial t} (n_s \vec{u}_s) + \vec{\nabla} \cdot (n_s \vec{u}_s \otimes \vec{u}_s) \right) = n_s \vec{F}_s - \vec{\nabla} p_s + \vec{\nabla} \cdot \vec{T} + \vec{R}_s + m_s (\vec{S} u)_s \quad (A.3)$$

On va chercher à éliminer les termes d'énergie cinétique de dérive de l'équation (A.1) (terme  $n_s m_s \frac{u_s^2}{2}$ ) pour obtenir une équation de conservation pour l'énergie interne du fluide.

On remarque que le premier terme peut s'écrire :  $\frac{\partial}{\partial t} (n_s u_s^2) = 2 \vec{u}_s \cdot \frac{\partial}{\partial t} (n_s \vec{u}_s) - u_s^2 \frac{\partial}{\partial t} (n_s)$ . En combinant (A.1) avec l'équation de conservation de la quantité de mouvement (A.3) et l'équation de conservation de la matière (A.2), ce terme disparaît immédiatement. Au membre de droite, les termes de forces  $n_s \vec{F}_s$  sont annulés dans la combinaison avec (A.3) et (A.2), et le membre de droite devient :

$$\begin{aligned} \vec{\nabla} \cdot (\vec{T} \vec{u}_s) - \vec{u}_s \cdot (\vec{\nabla} \cdot \vec{T}) + \vec{u}_s \cdot \vec{\nabla} p_s \\ + Q_s + \frac{1}{2} S_s m_s u_{initiale,s}^2 + S_s \frac{3}{2} k_B T_{initiale,s} - \vec{R}_s \cdot \vec{u}_s + \frac{1}{2} m_s S_s (\vec{u}_s - \vec{u}_{initiale,s})^2 \end{aligned} \quad (A.4)$$

Sous cette forme, le terme de contraintes visqueuses  $\vec{\nabla} \cdot (\vec{T} \vec{u}_s)$  est peu commode à évaluer numériquement et peut éventuellement mener à des erreurs numériques. On va chercher à le développer pour le réécrire le plus directement possible à partir du champ de vitesse  $\vec{u}_s$  et de ses dérivées spatiales. Le terme  $\vec{\nabla} \cdot \vec{T}$  doit nécessairement être évalué lors du calcul du terme source de quantité de mouvement (cf. chapitre II) et n'est donc pas problématique pour cette équation en particulier.

On peut utiliser l'identité suivante :

$$\vec{\nabla} \cdot \left( \frac{\bar{A}\vec{x}}{\|\vec{x}\|} \right) = \frac{Tr(\bar{A})}{\|\vec{x}\|} - \frac{\vec{x}^T \bar{A} \vec{x}}{\|\vec{x}\|^3} \quad (\text{A.5})$$

où  $\|\vec{x}\|$  est la norme de  $\vec{x}$  et  $\bar{A}$  un tenseur quelconque d'ordre 2.

En prenant  $\bar{A} = \bar{T}$  et en exploitant le fait que  $\bar{T}$  est sans trace (par définition) :

$$\vec{\nabla} \cdot (\bar{T}\vec{u}_s) = \vec{\nabla}(\|\vec{u}_s\|) \cdot \frac{\bar{T}\vec{u}_s}{\|\vec{u}_s\|} + \|\vec{u}_s\| \vec{\nabla} \cdot \left( \frac{\bar{T}\vec{u}_s}{\|\vec{u}_s\|} \right) = \vec{\nabla}(\|\vec{u}_s\|) \cdot \left( \frac{\bar{T}\vec{u}_s}{\|\vec{u}_s\|} \right) - \frac{\vec{u}_s^T \bar{T} \vec{u}_s}{\|\vec{u}_s\|^2} \quad (\text{A.6})$$

Enfin, le terme  $\vec{\nabla}(\|\vec{u}_s\|)$  sera réécrit dans le modèle numérique sous la forme suivante :

$$\vec{\nabla}(\|\vec{u}_s\|) = \vec{\nabla}(\sqrt{\vec{u}_s \cdot \vec{u}_s}) = \frac{1}{2} \frac{\vec{\nabla}(\vec{u}_s \cdot \vec{u}_s)}{\|\vec{u}_s\|} = \frac{(\vec{u}_s \cdot \vec{\nabla})\vec{u}_s}{\|\vec{u}_s\|} \quad (\text{A.7})$$

Les expressions développées (A.6) et (A.7) seront utilisées pour l'évaluation de la puissance des contraintes visqueuses, plutôt que le terme plus concis  $\vec{\nabla} \cdot (\bar{T}\vec{u}_s)$ .

Il nous reste à expliciter les termes apparaissant sous la divergence dans l'équation de conservation de l'énergie interne. En effectuant la combinaison avec la conservation de la quantité de mouvement et la conservation de la matière, on obtient dans le membre de gauche en développant un terme de la forme suivante :

$$\begin{aligned} & \vec{\nabla} \cdot \left( \frac{1}{2} n_s u_s^2 \vec{u}_s \right) + \frac{1}{2} u_s^2 \vec{\nabla} \cdot (n_s \vec{u}_s) - \vec{u}_s \cdot \vec{\nabla} (n_s \vec{u}_s \otimes \vec{u}_s) \\ &= \frac{1}{2} n_s (\vec{u}_s \cdot \vec{\nabla}) (u_s^2) + \frac{1}{2} u_s^2 \vec{\nabla} \cdot (n_s \vec{u}_s) - \frac{1}{2} u_s^2 \vec{\nabla} \cdot (n_s \vec{u}_s) - \vec{u}_s \cdot \left( (n_s \vec{u}_s \cdot \vec{\nabla}) \vec{u}_s \right) \end{aligned} \quad (\text{A.8})$$

Ce terme met en jeu uniquement l'énergie cinétique de dérive du fluide.

On utilise ensuite l'identité sur le gradient  $\frac{1}{2} \vec{\nabla}(\vec{x} \cdot \vec{x}) = \vec{x} \times (\vec{\nabla} \times \vec{x}) + (\vec{x} \cdot \vec{\nabla}) \vec{x}$  pour éliminer le premier et le dernier terme de (A.8) :

$$n_s \vec{u}_s \cdot (\vec{u}_s \times (\vec{\nabla} \times \vec{u}_s)) + (\vec{u}_s \cdot \vec{\nabla}) \vec{u}_s - \vec{u}_s \cdot ((n_s \vec{u}_s \cdot \vec{\nabla}) \vec{u}_s) = 0 \quad (\text{A.9})$$

puisque le produit mixte est nul.

Comme on pouvait s'y attendre physiquement, le terme d'énergie cinétique de dérive disparaît effectivement de l'équation de conservation de l'énergie interne, et il ne reste finalement que le terme d'énergie interne du fluide  $\frac{5}{2} p_s \vec{u}_s$  sous la divergence.

## Annexe B. Modèle de gaine émissive. Détails techniques

### Densité des espèces chargées dans la gaine

Pour rappel (voir chapitre II), on se souviendra que le profil de potentiel dans la gaine émissive peut être schématisé de la manière suivante :

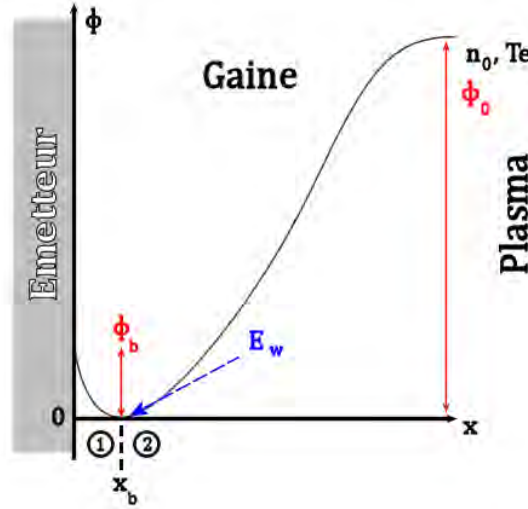


Figure B-1: Schématisation de la gaine émissive : profil de potentiel électrostatique.

Cette allure de potentiel électrostatique est solution de l'équation de Poisson (II.53) :

$$\frac{d^2}{dx^2}(\phi_{tot}) = -\frac{e}{\epsilon_0}(n_i - n_e^p - n_e^{em}) + \frac{2e}{16\pi\epsilon_0(x - x_{paroi} + x_d)^3} \quad (B.1)$$

où le dernier terme provient de la contribution des charges image dans le matériau émissif. On supposera que la paroi se trouve à une abscisse nulle :  $x_{paroi} = 0$ . Dans cette partie, la référence du potentiel électrostatique sera prise au sommet de la barrière de potentiel  $\phi_b$  de la figure B-1, c'est-à-dire  $\phi(x_b) := 0$ .

Il reste maintenant à déterminer les densités d'espèces chargées dans la gaine. Le profil de densité ionique est simplement donné par : (cf. chapitre II)

$$\frac{n_i(x)}{n_{i,0}} = \left[ 1 + \frac{2e(\phi_0 - \phi(x))}{Mu_{i,0}^2} \right]^{-1/2} \quad (B.2)$$

La situation est plus complexe en ce qui concerne la densité d'électrons issus du plasma. Du fait de la remontée du potentiel  $\phi$  à proximité de la paroi, les électrons dans la région 1 (cf. fig. B-1) ne sont plus confinés par le potentiel électrique et chutent librement vers la paroi. Ainsi, il serait faux de décrire leur densité, au moins dans cette région par une loi de Boltzmann ( $n \propto \exp(-e\phi/k_B T_e)$ ).

Lin et Eng dérivent rigoureusement dans [50] l'expression de la densité électronique dans un potentiel électrostatique d'allure similaire à celui de la figure B-1 en s'appuyant sur un

traitement cinétique de la population électronique émise (à température non nulle) en chute libre dans le potentiel  $\phi$ . Cette approche s'applique de manière équivalente aux électrons du plasma. On va détailler ici leur raisonnement (en l'appliquant d'abord aux électrons du plasma) avant de donner les expressions des densités  $n_e^p$  et  $n_e^{em}$  utilisées dans le modèle de gaine.

On considère tout d'abord les électrons issus du plasma à température  $T_e$ .

Leur densité dans la gaine à l'abscisse  $x$  s'écrit :

$$n_e^p(x) = \int_{p_m(x)}^{\infty} \bar{n}(p, x) dp = \int_{E_m(x)}^{\infty} \hat{n}(E, x) dE \quad (B.3)$$

où  $\bar{n}$  et  $\hat{n}$  sont respectivement les densité des distributions électronique en un point de la gaine en fonction de la quantité de mouvement  $p$  et de l'énergie totale des électrons  $E$  considérés. Ici, pour simplifier, l'impulsion des électrons sera prise positive en direction de la paroi.  $p_m$  et  $E_m$  sont respectivement l'impulsion et l'énergie totale minimale dont un électron du plasma peut disposer à l'abscisse  $x$  de la gaine. Ces grandeurs seront explicitées dans la suite.

L'énergie totale  $E$  des électrons se conserve :  $E = \frac{p^2}{2m} - e\phi(x)$ . Puisque le courant total est également conservé, la fraction de courant portée par les électrons d'énergie totale comprise entre  $E$  et  $E + dE$ ,  $dJ_E(E)$  se conserve également. Cette fraction du courant s'écrit :

$$dJ_E(E) = \hat{n}(E, x) e v(E, x) dE \quad (B.4)$$

où  $v(E, x)$  est la vitesse locale des électrons considérés. Pour compenser le choix de l'orientation de la vitesse électronique vers la paroi, dans cette annexe uniquement,  $dJ_E(E)$  utilise une convention de signe opposée au reste de ce travail. On retrouve alors bien une densité de courant électronique positive, comme attendu physiquement.

A l'aide de l'énergie totale électronique, on effectue un changement de variable pour obtenir :

$$\hat{n}(E, x) dE = \bar{n}(p, x) \frac{dp}{dE} dE = \bar{n}(p, x) \frac{1}{v(E, x)} dE \quad (B.5)$$

Et en substituant dans (B.4) :

$$\bar{n}(p, x) = \frac{1}{e} \frac{dJ_E}{dE}(E) \quad (B.6)$$

On voit maintenant que  $\bar{n}(p, x)$  ne dépend pas directement de l'abscisse  $x$  mais uniquement de l'énergie totale des électrons considérés  $E$ . Or, on l'a vu,  $dJ_E(E)$  se conserve. En particulier, pour les électrons maxwelliens du plasma en lisière de gaine, la distribution de courant électronique en fonction de l'énergie totale s'écrit :

$$dJ_E(E) = J \frac{1}{k_B T_e} \exp\left(-\frac{E}{k_B T_e}\right) dE \quad (B.7)$$

Ici,  $J$  est la densité de courant totale intégrée sur la distribution. Pour voir d'où provient (B.7), on peut partir de la distribution en vitesse (en une dimension) d'une population électronique de densité  $n_0$  :

$$f(v_x) = n_0 \sqrt{\frac{m}{2\pi k_B T_e}} \exp\left(-\frac{mv_x^2}{2k_B T_e}\right) \quad (\text{B.8})$$

On détermine ensuite la normalisation  $n_0$  en imposant le courant électronique en direction de la paroi :

$$\int_0^\infty n_0 f(v_x) v_x dv_x = \frac{J}{e} \quad (\text{B.9})$$

Avec (B.9) et (B.8), on obtient alors la fraction de courant électronique portée par les électrons dont la vitesse est comprise entre  $v_x$  et  $v_x + dv_x$  :

$$dJ_{v_x}(v_x) = J \frac{m}{k_B T_e} \exp\left(-\frac{mv_x^2}{2k_B T_e}\right) v_x dv_x \quad (\text{B.10})$$

En effectuant ensuite un changement de variable dans l'équation (B.10) pour passer de l'espace des vitesses à celui des énergies, on obtient bien le résultat (B.7).

Enfin, en substituant l'expression (B.7) dans (B.6), on obtient la distribution de densité électronique dans la gaine :

$$\bar{n}(p, x) = \frac{J}{ek_B T} \exp\left(-\frac{E}{k_B T_e}\right) = \frac{J}{ek_B T_e} \exp\left(\frac{e\phi(x)}{k_B T_e}\right) \exp\left(-\frac{p^2}{2mk_B T_e}\right) \quad (\text{B.11})$$

On déduit alors la densité de cette population d'électrons dans la gaine à partir de la relation (B.3) :

$$\begin{aligned} n_e^p(x) &= \frac{J}{ek_B T} \exp\left(\frac{e\phi(x)}{k_B T_e}\right) \int_{p_m(x)}^\infty \exp\left(-\frac{p^2}{2mk_B T_e}\right) dp \\ &= \frac{J}{e} \sqrt{\frac{2m}{k_B T_e}} \exp\left(\frac{e\phi(x)}{k_B T_e}\right) \frac{\sqrt{\pi}}{2} \left(1 - \operatorname{erf}\left(\frac{p_m(x)}{\sqrt{2mk_B T_e}}\right)\right) \end{aligned} \quad (\text{B.12})$$

où  $\operatorname{erf}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x \exp(-t^2) dt$  est la fonction erreur.

Il nous reste à déterminer l'impulsion minimale  $p_m(x)$  des électrons issus du plasma en un point  $x$  de la gaine qui a été introduite dans l'équation (B.3). Pour cela considérons tout d'abord un électron provenant du plasma dont l'énergie totale initiale est tout juste suffisante pour franchir la barrière de potentiel  $\phi_0$  dans la région 2 et entrer dans la région 1 (cf. fig. B-1). Arrivé au sommet de barrière (où  $\phi(x_b) = 0$ ), son énergie cinétique est presque nulle. Une fois accéléré dans la région 1, en utilisant la conservation de l'énergie, l'impulsion de cet électron en direction de la paroi vaut :  $p_{m_1}(x) = \sqrt{2me\phi(x)}$ . Dans la situation inverse où l'électron arrivé au sommet de la barrière dispose d'une énergie totale tout juste insuffisante pour traverser vers la région 1, celui-ci est réfléchi vers le plasma, et son impulsion vaut :  $p_{m_2}(x) = -\sqrt{2me\phi(x)}$

On peut finalement écrire la densité d'électrons de la population maxwellienne du plasma en une abscisse  $x$  de la gaine sous la forme suivante :

$$n_e^p(x) = \frac{J}{e} \sqrt{\frac{2m}{k_B T_e}} \exp\left(\frac{e\phi(x)}{k_B T_e}\right) \frac{\sqrt{\pi}}{2} \left(1 + f^p \cdot \operatorname{erf}\left(\sqrt{\frac{e\phi(x)}{k_B T_e}}\right)\right) \quad (\text{B.13})$$

avec  $f^p = \begin{cases} -1 & \text{région 1} \\ +1 & \text{région 2} \end{cases}$

En pratique, la densité de courant absorbé  $J$  n'est pas connue a priori, mais doit être déterminée pour garantir la quasi-neutralité en lisière de gaine (cf. éq. (B.15) ci-dessous).

La situation pour les électrons émis à la paroi est tout fait analogue à celle qui vient d'être décrite (cf. éq. (B.13)), à l'exception près que la barrière de potentiel à franchir se trouve maintenant dans la région 1, après quoi les électrons sont accélérés. Ainsi, la densité dans la gaine des électrons émis vaut :

$$n_e^{em}(x) = \frac{J^{em}}{e} \sqrt{\frac{2m}{k_B T_w}} \exp\left(\frac{e\phi(x)}{k_B T_w}\right) \frac{\sqrt{\pi}}{2} \left(1 + f^{em} \cdot \operatorname{erf}\left(\sqrt{\frac{e\phi(x)}{k_B T_w}}\right)\right) \quad (\text{B.14})$$

avec  $f^{em} = \begin{cases} +1 & \text{région 1} \\ -1 & \text{région 2} \end{cases}$

On notera le changement de signe dans le facteur  $f$  par rapport à l'expression précédente.

Puisque le courant net d'émission  $J^{em}$  est donné par la loi de Richardson  $J^{em} = A_0 T_w^2 \exp\left(-\frac{e\phi_b}{k_B T_w}\right)$ , toutes les grandeurs de l'équation (B.14) sont connues et on peut en particulier déterminer la densité de la population électronique émise en lisière de gaine  $n_e^{em}(x_0)$ . Concernant la densité de la population électronique issue du plasma, il est peu pratique d'utiliser directement la relation (B.13), et on cherchera plutôt à imposer la quasi-neutralité en lisière de gaine :

$$n_0 = n_i(x_0) = n_e^{em}(x_0) + n_e^p(x_0) \quad (\text{B.15})$$

ce qui nous permet de déterminer la densité des électrons du plasma en lisière de gaine  $n_e^p(x_0)$ , et donc la constante de normalisation  $J$  du profil (B.13).

Toutes les densités d'espèces chargées ont été déterminées. Désormais, on peut résoudre le profil de potentiel électrostatique dans la gaine en tant que solution de l'équation (B.1).

## Méthode de résolution numérique pour un ensemble de conditions donné

Du fait de la présence du terme de charge image dans l'équation (B.1) (terme en  $1/x^3$ ), cette équation différentielle doit être résolue numériquement. De plus, le processus de résolution de (B.1) est numériquement délicat et on va donner ici quelques éléments de l'approche utilisée.

Plutôt que de fixer directement la hauteur de la gaine  $\phi_0$ , on considère le problème inverse et on se donne une densité de courant nette d'émission  $J^{em}$  pour laquelle on souhaite



calculer le profil de potentiel dans la gaine. La donnée de  $J^{em}$  fixe directement la hauteur de la barrière de potentiel  $\phi_b$  (cf. fig. B-1) au travers de la loi de Richardson, mais on remarquera que son abscisse en partant de la paroi (qu'on notera  $x_b$ ) est a priori inconnue. Or  $x_b$  influence de manière complexe la valeur du potentiel électrostatique en paroi  $\phi(x = x_{paroi})$ . Ainsi,  $x_b$  sera déterminé en remarquant que, pour rester cohérent avec la valeur du courant d'émission  $J^{em}$  et la hauteur de la barrière de potentiel  $\phi_b$ , on doit imposer:

$$\phi_b = \phi(x = x_{paroi} = 0) \quad (B.16)$$

Cette condition sera obtenue au travers d'un processus numérique itératif.

La densité plasma  $n_0$  et la température électronique  $T_e$  sont donnés en lisière de gaine. On fixe également la température de l'élément émissif  $T_w$ , ce qui, pour un élément émissif choisi, détermine complètement la valeur du paramètre  $x_d$  de l'équation (B.1) (cf. équation (II.55)).

Pour débiter la résolution numérique, on doit se donner une valeur initiale de la hauteur de gaine  $\phi_0$  (a priori inconnue puisqu'elle sera le résultat de ce calcul) ainsi qu'une estimation de la position de la barrière de potentiel  $x_b$ . Pour cette dernière, on a pris une petite fraction de la longueur de Debye (par exemple  $x_b = 10^{-5}\lambda_D$ ). Les densités de particules chargées sont alors entièrement déterminées par la donnée du potentiel  $\phi(x)$  (cf. éqs. (B.2), (B.13) et (B.14)). Ceci permet de résoudre l'équation de Poisson (B.1) dans la région 1 de la gaine (cf. fig. B-1). On imposera les conditions aux limites suivantes au niveau de la barrière de potentiel  $x_b$  :

$$\phi(x_b) = \frac{d\phi}{dx}(x_b) = 0 \quad (B.17)$$

L'équation donnant le potentiel électrostatique (B.1) est alors discrétisée dans la région 1 de la gaine. Du fait du terme de charge image singulier proche de la paroi, il est important de résoudre finement la remontée du potentiel  $\phi$  proche de la paroi. Afin de compenser la divergence en  $1/x^3$  de ce terme, le pas d'espace choisi dans cette région de la gaine croît comme  $x^3$ . Le maillage comporte 150 points sur l'intervalle  $[0, x_b]$ . L'opérateur laplacien est discrétisé sur 3 points de maillage.

Les termes de droite de (B.1) sont linéarisés en fonction de  $(x)$ , une itération de Newton-Raphson sur  $\phi(x)$  est mise en place, et on résout à chaque itération le système matriciel tridiagonal obtenu. D'un point de vue numérique, le processus itératif est instable et on limitera les variations relatives d'une itération sur l'autre à une fraction du potentiel local  $\phi(x)$ . On pourra remarquer, qu'au cours du processus itératif, le potentiel peut éventuellement être tel que  $\phi(paroi) > \phi_0$  (principalement dans le cas physique où l'émission serait limitée par la charge d'espace). Dans ce cas, les ions ne pourraient pas atteindre la paroi et l'expression (B.2) de leur densité divergerait. En pratique, on se donnera toujours une vitesse ionique à l'entrée de la gaine suffisante afin que cette situation ne se produise pas. Enfin, on signale que des approximations asymptotiques de (B.13) et (B.14) ont été utilisées pour les grandes valeurs de  $\phi(x)$  (relativement aux températures respectives des populations électroniques).

Une fois le potentiel dans la région 1 (cf. fig. B-1) obtenu, on peut comparer la valeur du potentiel en paroi  $\phi(x = x_{paroi})$  avec la hauteur de la barrière de potentiel  $\phi_b$  (cf. éq. (B.16)). Une seconde itération de Newton-Raphson est utilisée pour déterminer la valeur de  $x_b$  permettant de satisfaire la condition (B.16). La convergence sur la valeur de  $x_b$  est considérée atteinte lorsque l'erreur relative sur  $\phi(x = x_{paroi}) - \phi_b$  est inférieure à 1 pour 10000.

Une fois  $x_b$  obtenu, le profil de potentiel est complètement déterminé dans la région 1. On procède ensuite à l'intégration explicite de l'équation (B.1) dans la région 2 pour obtenir le potentiel en direction du plasma. On remarquera que la frontière entre la gaine (région 2) et le plasma est a priori inconnue. Cette frontière est déterminée en imposant que le champ électrique y est négligeable (au regard des valeurs atteintes dans la gaine). Ainsi, on déterminera au cours de l'intégration, la valeur du potentiel en lisière de gaine  $\phi(x_0)$ , et l'abscisse  $x_0$  correspondante telle que  $E(x_0) = 0$ . 100 points de maillage réguliers sont utilisés pour discrétiser cette région de la gaine.

A ce stade, le processus présenté nous a permis d'obtenir une valeur du potentiel de gaine  $\phi(x_0)$ . Cependant, on se souviendra que l'on a dû se donner ce même potentiel de gaine  $\phi_0$  comme point de départ de ce calcul. Logiquement, on devrait donc obtenir  $\phi_0 = \phi(x_0)$ . Mais puisque notre estimation de départ n'était assurément pas correcte (sans quoi ce calcul n'aurait pas été nécessaire), un dernier processus itératif global est mis en place en partant de la nouvelle valeur de  $\phi_0$  obtenue :  $\phi_0 := \phi(x_0)$ . Cette nouvelle valeur de  $\phi_0$  va influencer la solution de la gaine y compris dans la région proche de la paroi émissive (région 1 sur la figure B-1), ce qui impose de reprendre le processus de résolution depuis le départ

La valeur correcte de  $\phi_0$  est considérée atteinte lorsque la variation d'une itération globale à la suivante est telle que  $|\phi_0 - \phi(x_0)|/\phi_0 < 10^{-5}$ .

Le processus complet de résolution est résumé sur le diagramme ci-dessous :

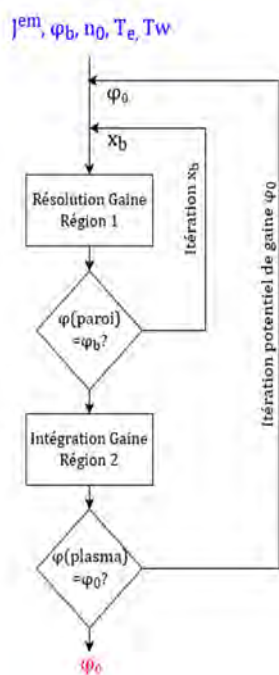


Figure B-2 : Diagramme représentant le processus de résolution du modèle de gaine émissive.

En définitive, le processus qui vient d'être décrit permet, pour un matériau donné et un ensemble de conditions fixés (température de la paroi  $T_w$ , densité plasma  $n_0$ , température électronique  $T_e$  et courant d'émission  $J^{em}$ ) de déterminer la hauteur de la gaine  $\phi_0$ .

## Tabulation des résultats

L'approche de résolution du modèle de gaine qui a été développée ici est lourde d'un point de vue calculatoire. Ainsi, un grand nombre de points de données a été pré-calculé hors du modèle fluide de la cathode pour couvrir l'espace des paramètres de gaine ( $n_0, T_e, \phi_0, T_w$ ) que l'on est susceptible de rencontrer dans la cathode en lisière de gaine. Pour la cathode NSTAR et son émetteur BaO-411 (W), les plages de paramètres suivantes ont été utilisées :  $n_0 \in [10^{17} m^{-3}, 10^{21} m^{-3}]$ ,  $T_e \in [0.5 eV, 2.5 eV]$ ,  $\phi_0 \in [0 V, 60 V]$ ,  $T_w \in [1200 K, 1700 K]$ . 120 000 points de tabulation ont été répartis sur cet espace, selon une tabulation linéaire sur  $T_w$  et  $T_e$ , et avec une évolution quadratique de la résolution sur  $\phi_0$  et exponentielle sur  $n_0$  afin de mieux résoudre les régimes d'émission limités par la charge d'espace.

On pourra remarquer que la tabulation est effectuée en fonction de  $\phi_0$  (ce qui est plus commode du point de vue du modèle fluide 2D) tandis que  $\phi_0$  est un résultat du modèle de gaine (à  $J^{em}$  donné). Cette inversion est effectuée numériquement (pour des conditions  $n_0, T_e, T_w$  fixées) préalablement à la création de la table.

Lors de l'exécution du code fluide 2D, une simple interpolation linéaire (sur la maillage à 4 dimensions) est utilisée pour obtenir une valeur du courant d'émission  $J^{em}$  correspondant à un ensemble de données  $\{n_0, T_e, \phi_0, T_w\}$ .

## Annexe C. Convergence numérique

Afin de conserver une exécution rapide du code, un maillage faiblement résolu de la région interne a été mis en place. Celui-ci ne contient qu'un peu plus de 700 points. Cependant, il convient de tester la validité des résultats obtenus et en particulier la convergence numérique des résultats de simulation lorsque le maillage est affiné. Le maillage affiné comporte deux fois plus de mailles dans les directions radiale et axiale et totalise près de 2800 points pour le même domaine de simulation.

On se place dans les conditions suivantes : on choisit de simuler le domaine interne de la cathode NASA NSTAR uniquement, on fixe le courant de décharge à  $I_e = 13$ , et le débit de gaz est pris à  $Q = 3.6 \text{ SCCM}$ . La température de l'émetteur (de type BaO-W (411)) est également fixée à partir du profil mesuré expérimentalement (voir le chapitre II). Les effets additionnels tels que la porosité de la paroi ou le transport anormal dans la plume de la cathode ne sont pas pris en compte (cf. chapitre III). La situation simulée ne correspond donc pas au meilleur ajustement possible aux résultats expérimentaux. (cf. chapitre III)

La figure C- ci-dessous présente une comparaison des densités plasma simulées d'une part pour le maillage basse résolution, et d'autre part dans le cas mieux résolu :

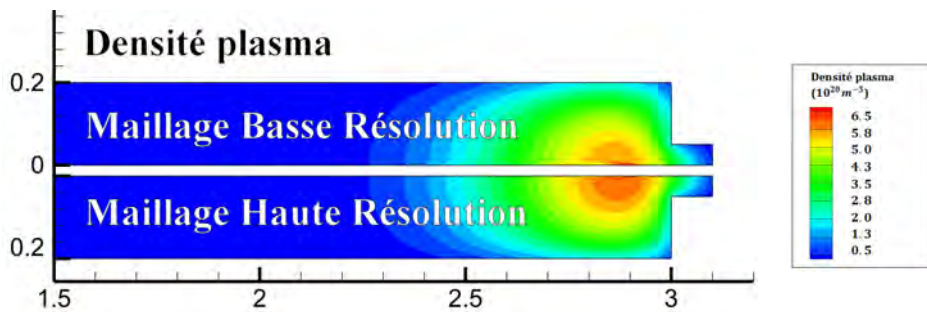


Figure C-1 : Densité plasma simulée dans la région interne de la cathode NSTAR pour deux niveaux de raffinement du maillage. Les conditions de simulation sont explicitées dans le texte.

On voit que les densités simulées dans les deux cas sont très proches, à l'exception peut-être de la région du pic de densité plasma dont la résolution n'est pas optimale dans le cas du maillage à basse résolution. Afin de comparer plus aisément les densités simulées, on a tracé un profil axial de la densité plasma simulée le long de la cathode pour les deux niveaux de résolution du maillage. Les résultats sont présentés sur la figure C- ci-dessous.

On observe de nouveau un bon accord entre les densités plasma simulées pour les deux niveaux de résolution du maillage. Au niveau du pic, la résolution est dégradée pour le cas basse résolution, et on voit en particulier apparaître un minimum local d'origine numérique. Cependant, la valeur elle-même du maximum de densité plasma est bien simulée.

Enfin, au niveau de l'orifice, le maximum de potentiel plasma simulé dans le cas du maillage basse résolution vaut  $13.27 \text{ V}$  tandis qu'il vaut  $13.24 \text{ V}$  pour le maillage haute résolution.

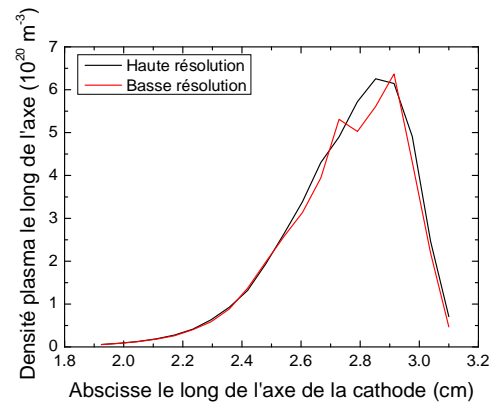


Figure C-2 : Densité plasma le long de l'axe pour le même cas de simulation de la cathode NSTAR mais pour deux résolutions de maillage différentes.

Devant le peu d'écart observé qualitativement, mais aussi quantitativement entre les simulations à basse et haute résolution, et en prenant en compte les différentes sources d'incertitude dans les hypothèses physiques liées la description du plasma qui ont été clairement exposées dans le texte, il semble raisonnable de limiter le maillage du domaine au cas basse résolution. Le gain substantiel en termes de temps de calcul a d'ailleurs permis de réaliser les étapes les plus lourdes de cette étude (et notamment l'étude paramétrique de la cathode, cf. chapitre V) en un temps raisonnable.



**Abstract:**

A hollow cathode is a critical component of plasma thrusters. In a plasma thruster, a propellant gas is ionized in a discharge chamber and accelerated out of it so as to generate thrust. In Hall thrusters in particular, the ionization of the gas is caused by an intense electron current (from a few to hundred amps) which flows through the discharge chamber.

The hollow cathode is the device which is responsible for providing the discharge current. This key element is often idealized in thruster numerical models and its physical behavior is rarely studied for its own sake. Yet, developing high power Hall thrusters, designed to propel in the long run every type of space mission, requires new hollow cathodes able to supply an intense electron current (over 100 A) over a duration on the order of ten thousand hours. So far, designing new cathodes proved difficult because of the lack of model capable of predicting the performance of a cathode based on its design. In this work, we build up a predictive model of a hollow cathode capable of simulating the physics relevant to the operation of the cathode. In the end, we aim at using this model to associate design characteristics of the cathode to key aspects of the cathode performance during operation. Our goal with this model is to guide the development of future high power hollow cathodes.

We will first briefly describe the range of application of hollow cathodes related to space propulsion. Then we will give a brief account of the working principles of the cathode and we will set the numerical models available in the literature prior to this one out. The numerical model developed in this work will then be described. It includes a fluid treatment of the plasma as well as an account of the heat fluxes to the walls which largely control the performance of the cathode. Simulation results will be thoroughly compared to experimental measurements available in the literature and specific aspects of the model will be refined to match up simulation results with the physical reality. For instance, a model that specifically represents the transition region between the internal plasma of the cathode and the plume of the cathode will be described. This model will enable us to highlight plasma instability phenomena which were so far observed experimentally, yet never properly included in hollow cathode models.

Using the model just developed, we will analyze the physics of a particular hollow cathode which has been developed by NASA at the Jet Propulsion Laboratory, the NSTAR hollow cathode. Then, thanks to the numerical model, we will be able to carry out a parametric study revolving around the design of the NSTAR cathode. This will allow us to bring out the influence of the design on the cathode performance and we will eventually express recommendations regarding the design of future high power cathodes. To conclude, the versatility of the numerical model built up here will also be displayed through simulations of the behavior of a hollow cathode based on an alternate geometry.

**Keywords:** Plasma physics, Numerical modeling, Emissive hollow cathode, Hall thrusters

## Résumé :

La cathode creuse est un élément clef des propulseurs à plasma. Dans un propulseur à plasma, un gaz propulsif est ionisé dans un canal de décharge puis accéléré hors de celui-ci afin de créer la poussée. Dans le propulseur de Hall en particulier, l'ionisation du gaz est provoquée par l'injection dans le canal de décharge d'un intense courant électronique (de quelques ampères à plus d'une centaine d'ampères).

L'élément chargé de fournir le courant électronique de la décharge, la cathode creuse, est crucial dans le fonctionnement du propulseur. Or, celle-ci est souvent idéalisée dans les modèles de propulseur et n'est que rarement étudiée pour sa physique propre. Pourtant, le développement de propulseurs de Hall de haute puissance, destinés à terme à équiper l'ensemble des missions spatiales, requiert la mise au point de cathodes capable de délivrer un fort courant (jusqu'à plus de 100 A) sur des durées de l'ordre de la dizaine de milliers d'heures. Or, la mise au point de nouvelles cathodes s'est révélée difficile en raison de l'absence de modèle susceptible de prédire a priori les performances d'une cathode en fonction de sa conception. On se propose ici de mettre en place un modèle prédictif de cathode creuse capable de retranscrire la physique du fonctionnement de la cathode. L'objectif *in fine* est bien sûr d'utiliser ce modèle afin de faire le lien entre la conception de la cathode et son fonctionnement dans le but de guider le développement de futures cathodes.

On présentera tout d'abord brièvement le contexte d'application des cathodes creuses, et on donnera un rapide aperçu du principe de fonctionnement global de la cathode. Ensuite, après avoir effectué un tour d'horizon des différents modèles numériques de cathode creuse préexistants dans la littérature, on détaillera le modèle de la cathode développé ici, qui incorpore une description fluide du plasma, ainsi que des transferts thermiques aux parois, qui conditionnent en grande partie le bon fonctionnement de la cathode. Un soin particulier sera apporté à la validation des résultats de simulation vis-à-vis des mesures expérimentales disponibles dans la littérature, ce qui nous permettra de perfectionner certains points du modèle afin de mieux traduire la réalité physique. En particulier, une modélisation spécifique de la région de transition entre la décharge interne de la cathode et la plume du propulseur sera réalisée. Ce modèle permettra de mettre en évidence certains phénomènes d'instabilité du plasma spécifiques de cette décharge, qui ont été jusqu'ici observés expérimentalement mais jamais pleinement intégrés aux modèles de cathode creuse.

A l'aide du modèle validé, on procèdera à l'analyse physique de l'ensemble des phénomènes qui gouvernent le fonctionnement d'une cathode particulière, la cathode NSTAR développée par la NASA au Jet Propulsion Laboratory. Ensuite, on s'appuiera sur le modèle numérique pour comprendre l'impact sur le fonctionnement de la cathode des choix de conception au travers d'une étude paramétrique autour de la cathode NSTAR. Les tendances dégagées nous permettront de formuler des recommandations quant au développement de cathodes de haute puissance. Enfin, dans le but d'illustrer la versatilité du modèle développé, le comportement d'une cathode creuse employant une géométrie alternative à la cathode NSTAR sera également présenté.

**Mots clefs :** Physique des plasmas, Modélisation numérique, Cathode creuse émissive, Propulsion de Hall